- معادلة كليرو من الشكل:

$$y = y'x + \psi(y')$$

(1)

$$y = y'x - \frac{1}{4}y'^2$$

$$y = Cx - \frac{1}{4}C^2$$

الحل العام

الحل الشاذ: بإلغاء المشتقة ψ'' نحصل على $\neq 0$ ثم نحل الشاذ

$$\psi''(y') = -\frac{1}{4}y'^2$$

$$= -\frac{1}{4}2y' \neq 0$$

$$= -\frac{1}{2}y' \neq 0$$

نفرض $\boxed{y' = P}$ ونكمل الشاذ

$$\boxed{x = -\psi' = +\frac{1}{2}y'}$$

$$\boxed{① \; x = \frac{1}{2}P}$$

$$\boxed{② \; y = Px - \frac{1}{4}P^2}$$

نعوض P من ① في ②

$$x = \frac{1}{2}P \Rightarrow P = 2x$$

نعوض في ②

$$y = (2x)(x) - \frac{1}{4}(2x)^2$$

$$= 2x^2 - x^2$$

$$\boxed{y = x^2}$$ هو الحل الشاذ للمعادلة

$\psi''(\;) = -\frac{1}{2} \neq 0$ شرط تحقق

عرين: $y'^2 - (2x + y - 1)y' + (2x - 1)y = 0$

نفرض $y' = P$

$$P^2 - (2x + y - 1)P + (2x - 1)y = 0$$

$$P^2 - (2x - 1)P - yP + (2x - 1)y = 0$$

عرين الـ Δ وحلها

$$P(P-y)-(2x-1)(P-y)=0$$

$$(P-y)(P-(2x-1))=0$$

ب! $P-y=0 \Rightarrow P=y \Rightarrow y'=y$

$$\frac{dy}{dx}=y \Rightarrow \frac{dy}{y}=dx$$

$$\ln|y| = x + \ln|c|$$

$$\frac{y}{c}=e^x$$

$$y=ce^x$$

ج! $P=2x-1 \Rightarrow y'=2x-1 \Rightarrow y=x^2-x+c_2$

الحل العام

$$(y-ce^x)(y-x^2+x-c_2)=0$$

تمرين: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y''''-2(x+y+1)y'''+4(xy+x+y)y''-8xyy'=0$$

$y'=P$ $\Rightarrow$ نعوض

$$P^4-2(x+y+1)P^3+4(xy+x+y)P^2-8xyP=0$$

$$P[P^3-2(x+y)P^2-2P^2+4xyP+4(x+y)P-8xy]=0$$

$$P[P^2(P-2)-2(x+y)P(P-2)+4xy(P-2)]=0$$

$$P(P-2)[P^2-2(x+y)P+4xy]=0$$

$$P(P-2)(P^2-2xP-2yP+4xy]=0$$

$$P(P-2)(P(P-2x)-2y(P-2x)]=0$$

$P(P-2)(P-2x)(P-2y)=0$

او $P=0 \Rightarrow y'=0 \Rightarrow y=C_1$

او $P=2 \Rightarrow y'=2 \Rightarrow y=2x+C_2$

او $P-2x=0 \Rightarrow P=2x \Rightarrow y'=2x \Rightarrow y=x^2+C_3$

او $P-2y=0 \Rightarrow P=2y \Rightarrow y'=2y \Rightarrow y=C_4e^{2x}$

⇐ الحل العام

$(y-C_1)(y-2x-C_2)(y-x^2+C_3)(y-C_4e^{2x})=0$

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$y''-3y'+2y=0$

نحلها بالنظير

معادلة مميزة $y''+9y=0$ ذات أشكال تابعة

نفرض أن $y=e^{\lambda x}$

$y'=\lambda e^{\lambda x}$

$y''=\lambda^2 e^{\lambda x}$

$\lambda^2 e^{\lambda x}+9e^{\lambda x}=0$

$\lambda^2+9=0 \Rightarrow \lambda^2=-9 \Rightarrow \lambda^2=i^2 9 \Rightarrow \pm 3$

$y=C_1\cos 3x+C_2\sin 3x$

تمارين / واجب /

1. $y''-3y'+2y=2x-3=0$
2. $y''+y'-2y=0 \quad =3-2x$
3. $y''-2y'+10y=0 \quad =e^x$ بشرط

ارجعت.

Alamal