الجمهورية العربية السورية
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحانات الفصل الأول للعام الدراسي 2010-2011 المدة: ساعتان
مقرر تطبيقات نظرية البيان الاسم:
لطلاب السنة الرابعة - شعبة الرياضيات التطبيقية

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: (20 درجة)

ترغب احد الشركات بتنفيذ مشروع، علما أن المعلومات أعطيت بالجدول التالي:

الزمن بالأسابيع			النشاط	الأحداث
P.T	M.L.T	O.T	Activity	Events
6	5	4	A	$1-2$
20	13	12	B	$1-3$
11	10	9	C	$2-3$
8	7	6	D	$3-4$

أ- أحسب الوقت المتوقع لكل نشاط من النشاطات الواردة في الجدول أعلاه.
ب- ارسم خريطة شبكية وعليها الأوقات المتوقعة.
ت- جد أبكر وآخر وقتين لكل حدث من الأحداث الواردة في الجدول.
ث- عين المسار الحرج والأوقات العاطلة جميعها.

السؤال الثاني: (20 درجة)

مكتب خدمة لدية ثلاث خطوط هاتف، وصول الزبائن حسب توزيع بواسون بمعدل (12) زبون في الساعة، زمن المكالمة عشوائي، يختلف من زبون لآخر وحسب التوزيع الأسي وبمعدل (10) دقائق لكل مكالمة، أحسب ما يلي:

1- متوسط عدد الزبائن
2- متوسط زمن الانتظار
3- احتمال خط شاغر
4- احتمال خط شاغر على الأقل

السؤال الثالث: (40 درجة)

ليكن لدينا البيان الذي مصفوفته معطاة بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} \infty & 6 & 9 & 12 \\ 4 & \infty & 7 & 10 \\ 2 & 5 & \infty & 4 \\ 5 & 6 & 3 & \infty \end{bmatrix}$$

أكتب خوارزميو السياحة الدائرية ثم اوجد ما يلي:

1- ارسم البيان الموافق .
2- طبق خوارزمية السياحة الدائرية لإيجاد الكلفة الأصغرية.
3- أوجد المسار الأصغري.

السؤال الرابع: (20 درجة)

لتكن لدينا الأحداث ذات الأوليات متباينة معطاة بالجدول التالي:

	A	B	C	D
A	1	3	$1/7$	$1/5$
B	$1/3$	1	3	3
C	7	$1/3$	1	$1/7$
D	5	$1/3$	7	1

1- ارسم البيان الموافق لمصفوفة الأوليات.
2- حدد الأولية الأعلى

أرجو لكم النجاح

أستاذ المقرر: أ.د. خالد الخنيفس

بيان — دورة 2010 - 2011 الفصل الأول

99

السؤال الأول:

أ)

$$T_e = \frac{O.T + 4M.L.T + P.T}{6}$$

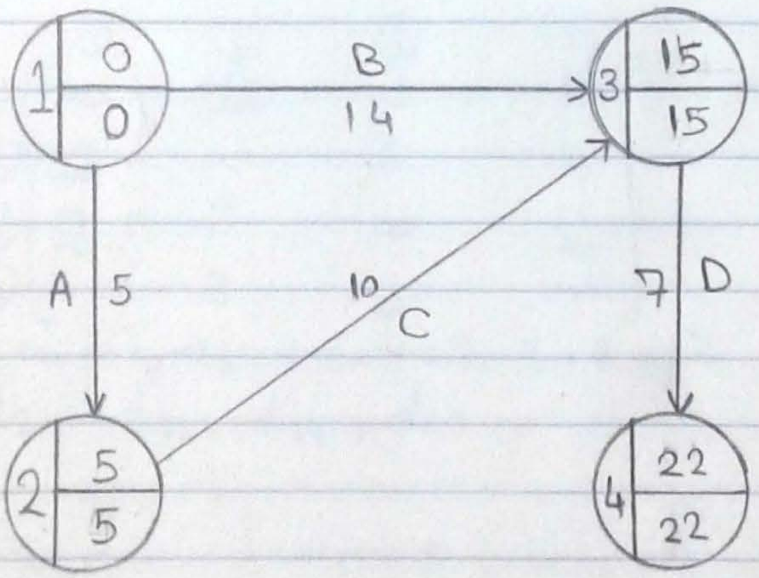
الوقت المتوقع الحدث A: $T_e = \frac{6+20+4}{6} = \frac{30}{6} = 5$

الوقت المتوقع للحدث B: $T_e = \frac{20+4(13)+12}{6} = \frac{84}{6} = 14$

الوقت المتوقع للحدث C: $T_e = \frac{11+4(10)+9}{6} = \frac{60}{6} = 10$

الوقت المتوقع للحدث D: $T_e = \frac{8+28+6}{6} = \frac{42}{6} = 7$

ب)



د)

ج) المسار الحرج هو $1 \xrightarrow{A} 2 \xrightarrow{C} 3 \xrightarrow{D} 4$ طوله هو 22 مساوي لآخر وقت لحدث النهاية
الأوقات العاطلة جميعها هي أصفار لأن جميع الأحداث أبكر وقت لها هو نفسه آخر وقت
وتنتمي إلى المسار الحرج.

/ /

مثال:

لدى مركز خدمة هاتف ثلاث خطوط هاتف.

يصل الزبائن إلى مركز الخدمة عشوائياً حسب توزيع بواسون وبمعدل 12 زبون في الساعة.

زمن المكالمة متغير عشوائي يختلف من زبون لآخر ويكون حسب توزيع أسي بمعدل 10 دقائق لكل مكالمة، المطلوب:

1) متوسط عدد الزبائن في مركز الخدمة.

2) متوسط زمن الانتظار لكل زبون.

3) أوجد احتمال وجود خط جاهز للاستخدام.

4) أوجد احتمال وجود خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام.

الحل:

عدد قنوات الخدمة: $c = 3$

معدل الوصول: $\lambda = 12$

معدل الخدمة: $\mu = \frac{60}{10} = 6$

$$\Longrightarrow \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{6} = 2$$

1) متوسط عدد الزبائن في مركز الخدمة:

$$L_s = L_q + \rho$$

$$L_q = P_0 \underbrace{\frac{\rho^{c+1}}{c\,c!}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{\rho}{c}\right)^2}\right)}_{\mathrm{I}}$$

$$\mathrm{I} = \frac{2^4}{3 \cdot 3!}\left(\frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right) = \frac{8}{5}$$

$$\Longrightarrow L_q = \frac{8}{5} P_0$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{c+1}}{(c-\rho)c!}} = \frac{1}{\mathrm{II}}$$

$$\Pi = \sum_{n=0}^{3} \frac{2^n}{n!} + \frac{2^4}{(3-2)3!}$$

$$\Pi = \frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{3!} = 9$$

$$\Longrightarrow P_0 = \frac{1}{9} \Longrightarrow L_q = \frac{8}{45}$$

$$L_s = \frac{8}{45} + 2 = \frac{98}{45}$$

2) متوسط زمن الانتظار:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\frac{8}{45}}{12} = \frac{2}{135}$$

3) عند عدم وجود أي زبون يكون 3 خطوط من أصل 3 جاهزة للاستخدام.
عند وجود زبون واحد يكون 2 خط من أصل 3 جاهز للاستخدام.
عند وجود زبونين يكون 1 خط من أصل 3 جاهز للاستخدام
وفي حال وجود عدد زبائن أكثر من ذلك فستكون كل الخطوط مشغولة، وبالتالي
يكون احتمال وجود خط جاهز للاستخدام هو:

$$P = 1.P_0 + \frac{2}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2$$

$$P_1 = P_0 . \psi = \frac{1}{9} . 2 = \frac{2}{9} \quad , \quad P_2 = P_0 . \frac{\psi^2}{2!} = \frac{1}{9} . \frac{4}{2} = \frac{2}{9}$$

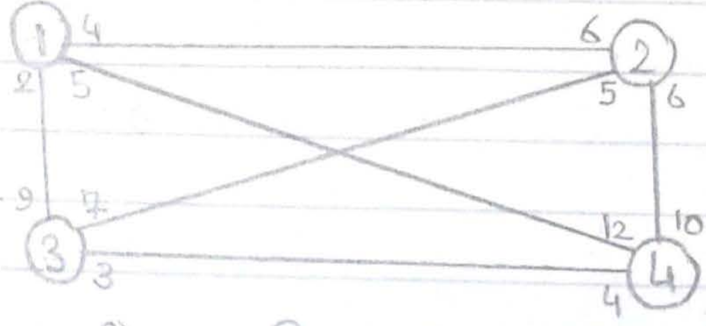
$$\Longrightarrow P = 1.\frac{1}{9} + \frac{2}{3}.\frac{2}{9} + \frac{1}{3}.\frac{2}{9} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

4) عند عدم وجود أي زبون يوجد خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام.
عند وجود زبون واحد يوجد خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام
عند وجود زبونين يوجد خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام.
وفيما عدا ذلك لن يتحقق وجود خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام.

$$P' = 1.P_0 + 1.P_1 + 1.P_2 = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

السؤال الثالث:

1)



2)

$$D = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 6 & 9 & 12 \\ 4 & \infty & 7 & 10 \\ 2 & 5 & \infty & 4 \\ 5 & 6 & 3 & \infty \end{bmatrix} \\ v_1=0 \quad v_2=0 \quad v_3=0 \quad v_4=2 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=6 \\ u_2=4 \\ u_3=2 \\ u_4=3 \end{array}$$

$$d_{ij} = d_{ij} - u_i - v_j$$

$$D_0 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 & 3 & 4 \\ 0 & \infty & 3 & 4 \\ 0 & 3 & \infty & 0 \\ 2 & 3 & 0 & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

$$c(r_0) = \sum_i u_i + \sum_j v_j = 6+4+2+3+2 = 17$$

العناصر الصفرية هي: $d_{12}, d_{21}, d_{31}, d_{34}, d_{43}$

$$w_{12} = 6, \quad w_{21} = 3, \quad w_{31} = 0, \quad w_{34} = 4, \quad w_{43} = 5$$

نختار الضلع (1,2) ونقسم D_0 إلى مصفوفتين كما يلي:

$$\{\overline{(1,2)}\} \subseteq r_0' \quad , \quad \{(1,2)\} \subseteq r_0''$$

$$D_0' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & \infty & 3 & 4 \\ 0 & \infty & 3 & 4 \\ 0 & 3 & \infty & 0 \\ 2 & 3 & 0 & \infty \end{bmatrix} \\ v_1=0 \quad v_2=3 \quad v_3=0 \quad v_4=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=3 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ u_4=0 \end{array}$$

$$D_0'' = \begin{array}{c} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 3 & 4 \\ 0 & \infty & 0 \\ 2 & 0 & \infty \end{bmatrix} \\ v_1=0 \quad v_2=0 \quad v_3=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=3 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \end{array}$$

نحسب كلفة كل من D_0' , D_0'' ونختار المصفوفة ذات الكلفة الأصغرية.

$$c(r_0') = c(r_0) + \sum u_i + \sum v_j = 17 + 3 + 3 = 23$$

$$c(r_0'') = c(r_0) + \sum u_i + \sum v_j = 17 + 3 = 20$$

إذاً نختار المصفوفة D_0'' الموافقة لـ r_0'' ونعيد تطبيق الخوارزمية عليها.

نوجد المصفوفة المخفضة D_1 حسب التطبيق: $T(d_{ij}) = d_{ij} - u_i - v_j$

$$D_1 = \begin{array}{c} \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} ① & ③ & ④ \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & \underline{0} & 1 \\ \underline{0} & \infty & \underline{0} \\ 2 & \underline{0} & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

العناصر الصفرية في D_1: d_{23} , d_{31} , d_{34} , d_{43}

$w_{23} = 1 + 0 = 1$, $d_{31} = \underline{2}$, $d_{34} = 1$, $d_{43} = \underline{2}$

نختار الضلع $(4,3)$ ونوجد المصفوفتين D_1' , D_1'' كما يلي:

$\{(1,2), \overline{(4,3)}\} \subseteq r_1'$, $\{(1,2),(4,3)\} \subseteq r_1''$

$$D_1' = \begin{array}{c} \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} ① & ③ & ④ \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 & 1 \\ 0 & \infty & 0 \\ 2 & \infty & \infty \end{bmatrix} \\ v_1 = 0 \quad v_2 = 0 \quad v_3 = 0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1 = 0 \\ u_2 = 0 \\ u_3 = 2 \\ \\ \end{array}$$

$$D_1'' = \begin{array}{c} \\ ② \\ ③ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} ① & ④ \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 1 \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \\ v_1 = 0 \quad v_2 = 0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1 = 1 \\ u_2 = 0 \\ \\ \end{array}$$

$$c(r_1') = c(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 20 + 2 = 22$$

$$c(r_1'') = c(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 20 + 1 = 21$$

إذن نختار المصفوفة D_1'' ونعيد تطبيق الخوارزمية عليها من جديد

$$D_2 = \begin{array}{c|cc} & ① & ④ \\ \hline ② & \infty & \underline{0} \\ ③ & \underline{0} & \infty \end{array}$$

العناصر الصفرية في D_2 هي: d_{24} , d_{31}

$W_{24} = \underline{\infty}$, $W_{31} = \underline{\infty}$

نختار الضلع $(3, 1)$ ونوجد المصفوفتين D_2' , D_2'' كما يلي:

$\{(1,2), (4,3), \overline{(3,1)}\} \subseteq r_2'$, $\{(1,2), (4,3), (3,1)\} \subseteq r_2''$

$$D_2' = \begin{array}{c|cc|l} & ① & ④ & \\ \hline ② & \infty & 0 & u_1 = 0 \\ ③ & \infty & \infty & u_2 = \infty \\ \hline & v_1 = \infty & v_2 = 0 & \end{array}$$

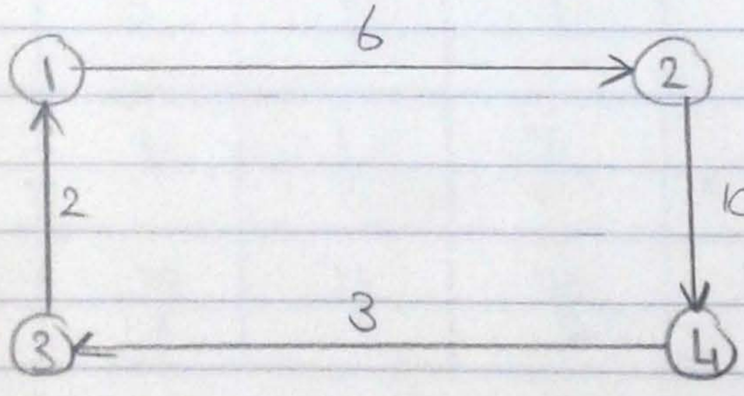
$$D_2'' = \begin{array}{c|c|l} & ④ & \\ \hline ② & \underline{0} & u_1 = 0 \\ \hline & v_1 = 0 & \end{array}$$

$C(r_2') = 21 + \infty = \infty$, $C(r_2'') = 21$

إذاً نختار المصفوفة D_2'' وبما أن $D_3 = D_2''$ وفيها عنصر وحيد ذو قيمة صفرية إذاً نختار القوس المقابلة له وبهذا نكون قد حصلنا على أصغر دائرة هاملتون:

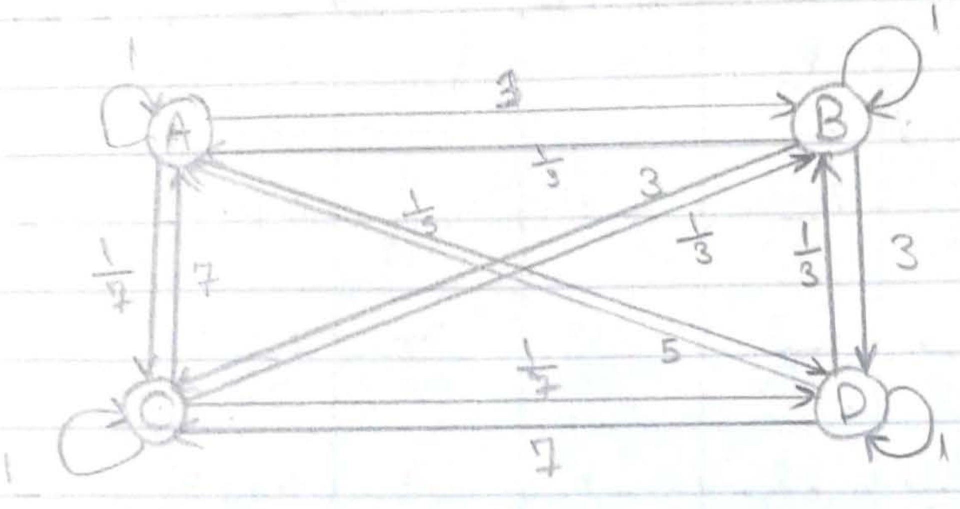
$\{(1,2), (4,3), (3,1), (2,4)\}$

وكلفتها هي 21.



السؤال الرابع :

1)



2) بجمع الأعمدة فنحصل على :

	A	B	C	D
A	1	3	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$
B	$\frac{1}{3}$	1	3	3
C	7	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{7}$
D	5	$\frac{1}{3}$	7	1
المجموع	$\frac{40}{3}$	$\frac{14}{3}$	$\frac{78}{7}$	$\frac{152}{35}$

والآن نقسم كل قيمة على مجموع عمودها ثم نوجد المتوسط الحسابي لكل سطر :

	A	B	C	D	المتوسط الحسابي
A	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{1}{78}$	$\frac{7}{152}$	0.194
B	$\frac{1}{40}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{21}{78}$	$\frac{70}{152}$	0.242
C	$\frac{21}{40}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{7}{78}$	$\frac{5}{152}$	0.179
D	$\frac{15}{40}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{49}{78}$	$\frac{35}{152}$	0.326

الأولوية العليا هي D .

الجمهورية العربية السورية
جامعة دمشق
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحانات الفصل الثالث للعام الدراسي2012/2011
مقرر تطبيقات نظرية البيان
لطلاب السنة الرابعة – رياضيات تطبيقية

اسم الطالب:

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (40 درجة)

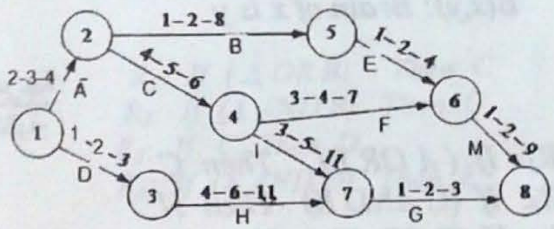
لتكن لدينا المصفوفة التالية:

$$\begin{pmatrix} \infty & 4 & 7 & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & 7 & \infty & 5 & \infty \\ 5 & 6 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 5 & 8 \\ \infty & 3 & \infty & 6 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 7 & 4 & \infty \end{pmatrix}$$

1- ارسم البيان الموافق للمصفوفة السابقة.
2- طبق خوارزمية السياحة الدائرية لإيجاد أقصر طريق
3- أوجد التدفق الأعظم باستخدام خوارزمية التدفق الأعظم

السؤال الثاني: (40 درجة)

ليكن لدينا البان الموجة التالي: ثم



1) احسب T_e لكل قوس (نشاط)
2) أعد رسمه واضعاً عليه كلاً من أبكر وآخر الأوقات، الأوقات العاطلة والمسار الحرج.
3) أوجد اقصر مسار باستخدام خوارزمية أقصر مسار.
4) أوجد اقصر مسار باستخدام خوارزمية ديجكستر

ملاحظة: زود كل نشاط بوقت التفاؤل والوقت الأكثر احتمالا ووقت التشاؤم

السؤال الثالث: (20 درجة)

1- ما هي نماذج المحاكاة؟
2- ما هي طرائق اتخاذ القرار باستخدام مفهوم المحاكاة؟

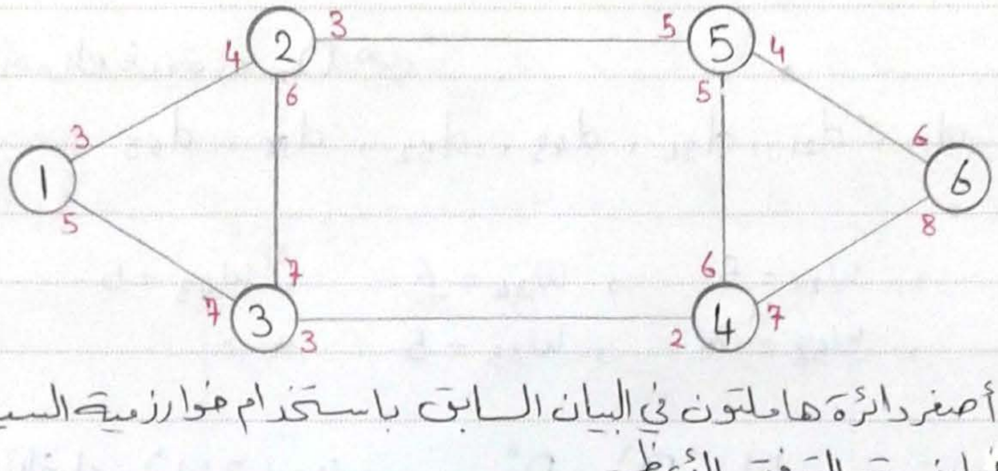
دمشق في 2012/1/12

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المقرر

أ.د. خالد الخنيفس

تمرين: ليكن لدينا البيان التالي:



1) أوجد أصغر دائرة هاملتون في البيان السابق باستخدام خوارزمية السياحة الدائرية.
2) طبق خوارزمية التدفق الأعظمي.

الحل: 1)

$$D = \begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ ⑤ \\ ⑥ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 4 & 7 & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & 7 & \infty & 5 & \infty \\ 5 & 6 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 5 & 8 \\ \infty & 3 & \infty & 6 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 7 & 4 & \infty \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cccccc} v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & v_4=0 & v_5=0 & v_6=3 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \\ u_1=4 \\ u_2=3 \\ u_3=2 \\ u_4=3 \\ u_5=3 \\ u_6=4 \\ \\ \end{array}$$

نوجد المصفوفة D_0 المخفضة وفق التطبيق:

$$T(d_{ij}) = d_{ij} - u_i - v_j$$

$$D_0 = \begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \\ ⑤ \\ ⑥ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & \underline{0} & 3 & \infty & \infty & \infty \\ \underline{0} & \infty & 4 & \infty & 2 & \infty \\ 3 & 4 & \infty & \underline{0} & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \underline{0} & \infty & 2 & 2 \\ \infty & \underline{0} & \infty & 3 & \infty & \underline{0} \\ \infty & \infty & \infty & 3 & \underline{0} & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

كلفة التخفيض: $c(r_0) = \sum_i u_i + \sum_j v_j = 22$

العناصر الصفرية في D_0 هي:

$d_{12}, d_{21}, d_{34}, d_{43}, d_{52}, d_{56}, d_{65}$

$W_{12} = 3$, $W_{21} = 5$, $W_{34} = 6$, $W_{43} = 5$

$W_{52} = 0$, $W_{56} = 2$, $W_{65} = 5$

نختار الضلع $(3,4)$ ونوجد D_0'', D_0' كما يلي:

$\{(3,4)\} \subseteq r_0'$, $\{(3,4)\} \subseteq r_0''$

D_0' D_0''

$$D_0' = \begin{array}{c|cccccc|l} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & 3 & \infty & \infty & \infty & u_1 = 0 \\ 2 & 0 & \infty & 4 & \infty & 2 & \infty & u_2 = 0 \\ 3 & 3 & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & u_3 = 3 \\ 4 & \infty & \infty & 0 & \infty & 2 & 2 & u_4 = 0 \\ 5 & \infty & 0 & \infty & 3 & \infty & 0 & u_5 = 0 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 3 & 0 & \infty & u_6 = 0 \\ \hline & v_1 = 0 & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 3 & v_5 = 0 & v_6 = 0 & \end{array}$$

$$D_0'' = \begin{array}{c|ccccc|l} & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & 3 & \infty & \infty & u_1 = 0 \\ 2 & 0 & \infty & 4 & 2 & \infty & u_2 = 0 \\ 4 & \infty & \infty & \infty & 2 & 2 & u_3 = 2 \\ 5 & \infty & 0 & \infty & \infty & 0 & u_4 = 0 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & u_5 = 0 \\ \hline & v_1 = 0 & v_2 = 0 & v_3 = 3 & v_4 = 0 & v_5 = 0 & \end{array}$$

$$c(r_0') = c(r_0) + \sum_{D_0'} u_i + \sum_{D_0''} v_j = 22 + 6 = 28$$

$$c(r_0'') = c(r_0) + \sum_{D_0''} u_i + \sum_{D_0''} v_j = 22 + 5 = 27$$

نختار D_0'' ونطبق عليها الخوارزمية من جديد. $T(d_{ij}) = d_{ij} - u_i - v_j$

$$D_1 = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \\ \hline 1 & \infty & 0 & 0 & \infty & \infty \\ 2 & 0 & \infty & 1 & 2 & \infty \\ 4 & \infty & \infty & \infty & 0 & 0 \\ 5 & \infty & 0 & \infty & \infty & 0 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \end{array}$$

العناصر الصفرية في D_1 هي:

d_{12} , d_{13} , d_{21} , d_{45} , d_{46} , d_{52} , d_{56} , d_{65}

$W_{12} = 0$, $W_{13} = 1$, $W_{21} = \underline{\underline{\infty}}$, $W_{45} = 0$

$W_{46} = 0$, $W_{52} = 0$, $W_{56} = 0$, $W_{65} = \underline{\underline{\infty}}$

نختار الضلع $(2,1)$ ثم نوجد D_1' , D_1'' كما يلي:

$\{(3,4), \overline{(2,1)}\} \subseteq r_1' \to D_1'$, $\{(3,4), (2,1)\} \subseteq r_1'' \to D_1''$

$$D_1' = \begin{array}{c|ccccc|l} & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & 0 & \infty & \infty & u_1 = 0 \\ 2 & \infty & \infty & 1 & 2 & \infty & u_2 = 1 \\ 4 & \infty & \infty & \infty & 0 & 0 & u_3 = 0 \\ 5 & \infty & 0 & \infty & \infty & 0 & u_4 = 0 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & u_5 = 0 \\ \hline & v_1 = \infty & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 0 & v_5 = 0 & \end{array}$$

$$D_1'' = \begin{array}{c|cccc|c} & 1 & 3 & 5 & 6 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & \infty & \infty & u_1=0 \\ 4 & \infty & \infty & 0 & 0 & u_2=0 \\ 5 & 0 & \infty & \infty & 0 & u_3=0 \\ 6 & \infty & \infty & 0 & \infty & u_4=0 \\ \hline & v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & v_4=0 & \end{array}$$

$$c(r_1') = c(r_0'') + \sum_{D_1'} u_i + \sum_{D_1'} v_j = \infty$$

$$c(r_1'') = c(r_0'') + \sum_{D_1''} u_i + \sum_{D_1''} v_j = 27$$

نختار D_1'' ونطبق الخوارزمية عليها من جديد.

إن D_2 هي نفسها D_1'' والعناصر الصفرية فيها:

d_{13} , d_{45} , d_{46} , d_{52} , d_{56} , d_{65}

$w_{13} = \underline{\infty}$, $w_{45} = 0$, $w_{46} = 0$, $w_{52} = \underline{\infty}$

$w_{56} = 0$, $w_{65} = \underline{\infty}$

نختار الضلع $(6,5)$ ونحسب D_2', D_2'' كما يلي:

$\{(3,4),(2,1),\overline{(6,5)}\} \subseteq r_2' \longrightarrow D_2'$

$\{(3,4),(2,1),(6,5)\} \subseteq r_2'' \longrightarrow D_2''$

$$D_2' = \begin{array}{c|cccc|c} & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & \infty & \infty & u_1=0 \\ 4 & \infty & \infty & 0 & 0 & u_2=0 \\ 5 & 0 & \infty & \infty & 0 & u_3=0 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & \infty & u_4=\infty \\ \hline & v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & v_4=0 & \end{array}
\qquad
D_2'' = \begin{array}{c|ccc|c} & 2 & 3 & 6 & \\ \hline 1 & \infty & \underline{0} & \infty & u_1=0 \\ 4 & \infty & \infty & \underline{0} & u_2=0 \\ 5 & \underline{0} & \infty & \infty & u_3=0 \\ \hline & v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & \end{array}$$

$c(r_2') = \infty$, $c(r_2'') = 27$

نختار D_2'' ونطبق الخوارزمية عليها من جديد

إن D_3 هي نفسها D_2'' والعناصر الصفرية فيها: d_{13} , d_{46} , d_{52}

$w_{13}=\infty$, $w_{46}=\infty$, $w_{52}=\infty$

نختار القوس $(4,6)$ ونحسب D_3' , D_3'' كما يلي:

$\{(3,4),(2,1),(6,5),\overline{(4,6)}\}\subseteq r_3' \rightarrow D_3'$

$\{(3,4),(2,1),(6,5),(4,6)\}\subseteq r_3'' \rightarrow D_3''$

$$D_3' = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 6 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty \\ 0 & \infty & \infty \end{bmatrix} \begin{array}{l} u_1=0 \\ u_2=\infty \\ u_3=0 \end{array} \\ & \begin{array}{ccc} v_1=0 & v_2=0 & v_3=\infty \end{array} \end{array}
\qquad
D_3'' = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \infty & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \begin{array}{l} u_1=0 \\ u_2=0 \end{array} \\ & \begin{array}{cc} v_1=0 & v_2=0 \end{array} \end{array}$$

$c(r_3')=\infty$, $c(r_3'')=27$

نختار المصفوفة D_3'' ونطبق الخوارزمية عليها من جديد.

إن D_4 هي نفسها D_3'' والعناصر الصفرية فيها: d_{13} , d_{52}

$w_{13}=\infty$, $w_{52}=\infty$

نختار القوس $(1,3)$ ونحسب D_4' , D_4'' كما يلي:

$\{(3,4),(2,1),(6,5),(4,6),\overline{(1,3)}\}\subseteq r_4' \rightarrow D_4'$

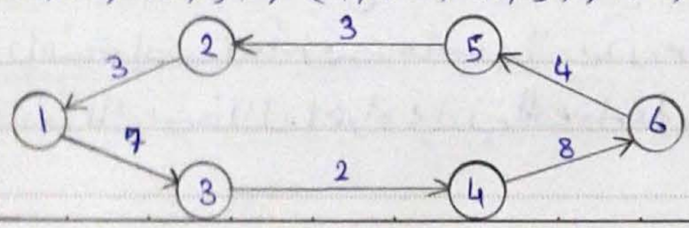
$\{(3,4),(2,1),(6,5),(4,6),(1,3)\}\subseteq r_4'' \rightarrow D_4''$

$$D_4' = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} \infty & \infty \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \begin{array}{l} u_1=\infty \\ u_2=0 \end{array} \\ & \begin{array}{cc} v_1=0 & v_2=\infty \end{array} \end{array}
\qquad
D_4'' = \begin{array}{c|c} & 2 \\ 5 & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u_1=0 \\ & v_1=0 \end{array}$$

$c(r_4')=\infty$, $c(r_4'')=27$

إذاً نختار المصفوفة D_4''، وبما أن $D_5=D_4''$ وفيها عنصر وحيد وهو ذو قيمة صفرية نختار القوس المقابل له وبذلك نحصل على دائرة هاملتون المطلوبة.

$\{(3,4),(2,1),(6,5),(4,6),(1,3),(5,2)\}$



		* b_0	(0,4) b_1	(0,7) b_2	(2,2) b_3	(1,4) b_4	(3,2) b_5
*	b_0		4	− 7			
(0,4)	b_1	3		7		5	
(0,7)	b_2	+ 5	6		− 2		
(2,2)	b_3			+ 3		5	− 8
(1,4)	b_4		3		6		6
(3,2)	b_5				+ 7	4	

$$b_0 \xrightarrow{7} b_2 \xrightarrow{2} b_3 \xrightarrow{8} b_5$$

$$Q_1 = 2$$

الثنائيات $-\ (b_0, b_2), (b_2, b_3), (b_3, b_5)$

نظيراتها: $+\ (b_2, b_0), (b_3, b_2), (b_5, b_3)$

		* b_0	(0,4) b_1	(0,5) b_2	b_3	(1,4) b_4	(4,4) b_5
*	b_0		− 4	5			
(0,4)	b_1	+ 3		7		− 5	
(0,5)	b_2	7	6		0		
	b_3			5		5	6
(1,4)	b_4		+ 3		6		− 6
	b_5				9	+ 4	

$$b_0 \xrightarrow{4} b_1 \xrightarrow{5} b_4 \xrightarrow{6} b_5$$

$$Q_2 = 4$$

الثنائيات $-\ (b_0, b_1), (b_1, b_4), (b_4, b_5)$

نظيراتها $+\ (b_1, b_0), (b_4, b_1), (b_5, b_4)$

		*	(2,5)	(0,5)		(1,1)	(4,1)
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
*	b_0		0	−5			
(2,5)	b_1	7		+7		−1	
(0,5)	b_2	+7	−6				
	b_3			5			6
(1,1)	b_4		+7		6		−2
	b_5				9	+8	

$$b_0 \xrightarrow{5} b_2 \xrightarrow{6} b_1 \xrightarrow{1} b_4 \xrightarrow{2} b_5$$

$$Q_3 = 1$$

الثنائيات − $(b_0, b_2), (b_2, b_1), (b_1, b_4), (b_4, b_5)$

تغيراتها + $(b_2, b_0), (b_1, b_2), (b_4, b_1), (b_5, b_4)$

		*	(2,4)	(0,4)			
		b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
*	b_0			4			
(2,4)	b_1	7		8		0	
(0,4)	b_2	8	5				
	b_3			5			6
	b_4		8		6		1
	b_5				9	9	

لم يعد هناك مسار من b_0 إلى b_5 وبهذا نتوقف عن تكرار الخوارزمية ويكون التدفق الأعظمي هو:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2 + 4 + 1 = 7$$

السؤال الثاني :

(1)

$$T_e(A) = \frac{2+4(3)+4}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$T_e(B) = \frac{1+2(4)+8}{6} = \frac{15}{6} = 2.5$$

$$T_e(C) = \frac{4+4(5)+6}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$T_e(D) = \frac{1+4(2)+3}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$T_e(E) = \frac{1+4(2)+4}{6} = \frac{13}{6} = 2.16$$

$$T_e(F) = \frac{3+4(4)+7}{6} = \frac{26}{6} = 4.33$$

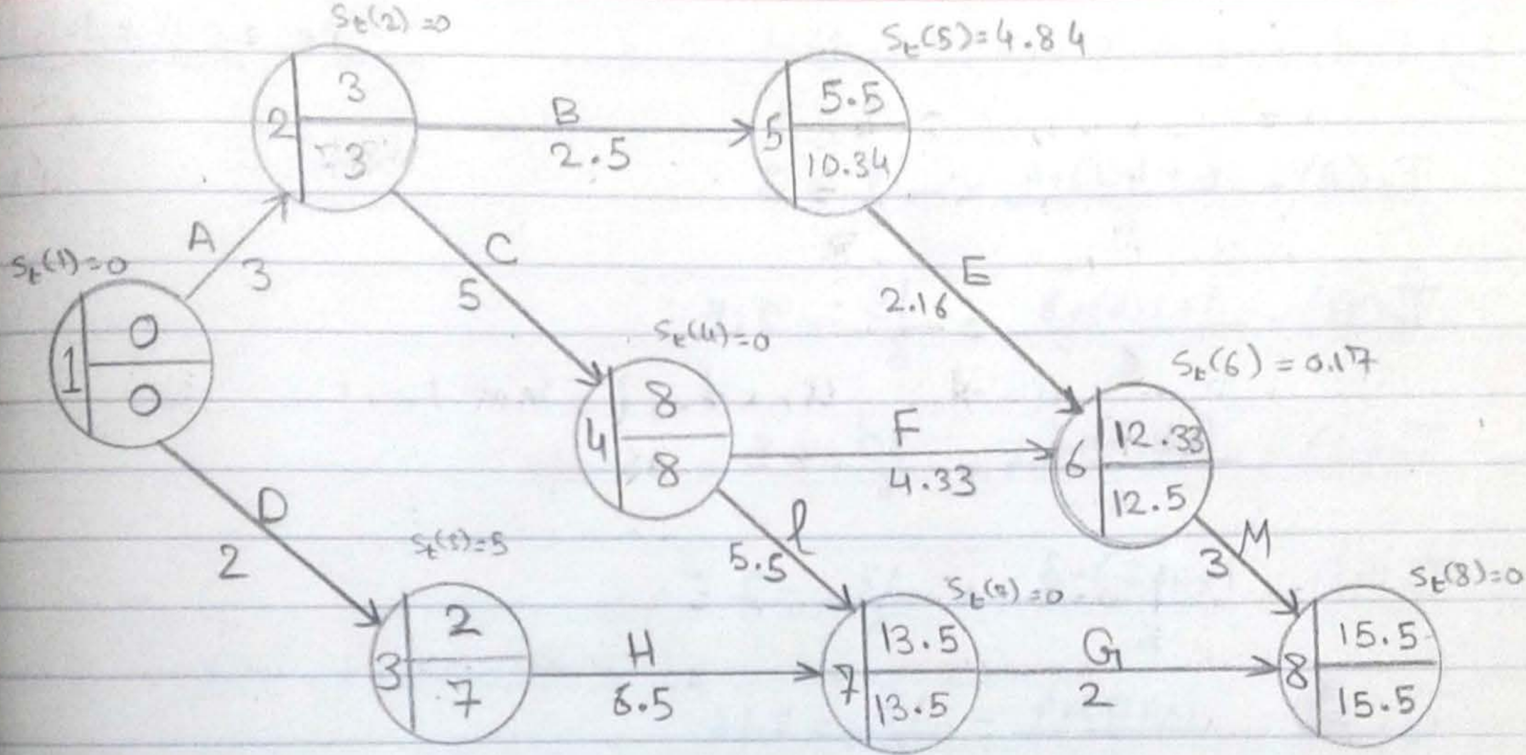
$$T_e(H) = \frac{4+4(6)+11}{6} = \frac{39}{6} = 6.5$$

$$T_e(I) = \frac{3+4(5)+11}{6} = \frac{33}{6} = 5.5$$

$$T_e(M) = \frac{1+2(4)+9}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$T_e(G) = \frac{1+4(2)+3}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

١٠-٧



المسار الحرج: $1 \xrightarrow{A} 2 \xrightarrow{C} 4 \xrightarrow{l} 7 \xrightarrow{G} 8$

الأوقات العاطلة $S_t(1) = S_t(2) = S_t(4) = S_t(7) = S_t(8) = 0$

$S_t(5) = 10.34 - 5.5 = 4.84$

$S_t(3) = 7 - 2 = 5$

$S_t(6) = 12.5 - 12.33 = 0.17$

③ نفرض

$u_1 = 0$

$u_2 = u_1 + d_{12} = 0 + 3 = 3$

$u_3 = u_1 + d_{13} = 0 + 2 = 2$

$u_4 = u_2 + d_{24} = 3 + 5 = 8$

$u_5 = u_2 + d_{25} = 3 + 2.5 = 5.5$

$u_6 = \min\{u_4 + d_{46}, u_5 + d_{56}\} = \min\{8 + 4.33, 5.5 + 2.16\}$

$= \min\{12.33, 7.66\} = 7.66$

$u_7 = \min\{u_3 + d_{37}, u_4 + d_{47}\} = \min\{2 + 6.5, 8 + 5.5\}$

$= \min\{8.5, 13.5\} = 8.5$

$u_8 = \min\{u_6 + d_{68}, u_7 + d_{78}\} = \min\{7.66 + 3, 8.5 + 2\}$

$= \min\{10.66, 10.5\} = 10.5$

اقصر طريق هو : $1 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{6.5} 7 \xrightarrow{2} 8$

④ نفرض : $P(1) = 0$, $T(1) = T(2) = T(3) = T(4) = T(5) = T(6)$

$= T(7) = T(8) = \infty$

$d_{12} = 3$, $d_{13} = 2$

$\left.\begin{array}{l} T(2) = \text{Min}\{\infty, 0 + 3\} = 3 \\ T(3) = \text{Min}\{\infty, 0 + 2\} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow P(2) = \min\{2, 3\} = 2$

$d_{24} = 5$, $d_{25} = 2.5$

$\left.\begin{array}{l} T(4) = \text{Min}\{\infty, 2 + 5\} = 7 \\ T(5) = \text{Min}\{\infty, 2 + 2.5\} = 4.5 \end{array}\right\} \Rightarrow P(3) = \min\{7, 4.5\} = 4.5$

$d_{37} = 6.5$

$T(7) = \text{Min}\{\infty, 2 + 6.5\} = 8.5 \Rightarrow P(4) = 8.5$

$d_{45} = 4.33$ $\quad d_{47} = 5.5$

$$\left.\begin{array}{l} T(6) = Min\{\infty, 4.5 + 4.33\} = 8.83 \\ T(7) = Min\{8.5, 4.5 + 5.5\} = 8.5 \end{array}\right\} \Rightarrow p(5) = 8.5$$

$d_{56} = 2.16$

$T(6) = Min\{8.83, 8.5 + 2.16\} = 8.83 \Rightarrow p(6) = 8.83$

$d_{68} = 3$

$T(8) = Min\{\infty, 8.83 + 3\} = 11.83 \Rightarrow p(7) = 11.83$

$d_{78} = 2$

$T(8) = Min\{11.83, 8.5 + 2\} = 10.5 \Rightarrow p(8) = 10.5$

ومنه فالطريق الأقصر حسب ديكسترا هو الطريق الذي طوله 10.5 وهو الطريق :

$$1 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{6.5} 7 \xrightarrow{2} 8$$

وهو نفس الطريق الذي حصلنا عليه بخوارزمية أقصر طريق

الجمهورية العربية السورية
جامعة دمشق
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحانات الفصل الاول للعام الدراسي2014/2013
مقرر تطبيقات نظرية البيان
لطلاب السنة الرابعة – رياضيات تطبيقية

اسم الطالب:

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الاول: (30 درجة)

لتكن لدينا المصفوفة التالية:

$$\begin{pmatrix} \infty & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & \infty & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & \infty & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & \infty & 3 \\ 5 & 6 & 4 & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

1- ارسم البيان الموافق للمصفوفة السابقة.
2- طبق خوارزمية السياحة الدائرية لإيجاد أقصر طريق

السؤال الثاني: (55 درجة)

ليكن لدينا الجدول الذي يبين مراحل وازمنة تنفيذ المشروع:

Events	Active	O.T	M.L.T	P.T
1-2	A	2	3	4
1-3	B	10	11	18
2-3	C	7	8	9
2-4	D	4	5	6
3-4	E	2	2	2
3-5	F	2	2	2
4-6	G	1	2	3
4-7	M	4	5	6
5-7	H	3	4	4
6-7	L	2	3	5

1- احسب الوقت المحسوب لكل نشاط.
2- ارسم الشبكة الموافقة لهذا المشروع مبينا عليها ما يلي: أبكر وقت – أخر وقت – الوقت المحسوب – وقت التعطيل.
3- اوجد المسار الحرج.
4- بفرض ان الوقت المحسوب هو وزن القوس، اوجد اقصر طريق باستخدام خوارزمية اقصر طريق.
5- اوجد التدفق الاعظمي.
6- طبق خوارزمية ايجاد دائرة هاملتون الصغرى.

السؤال الثالث: (15 درجة)

1- أثبت ان $R(3,5) = 9$
2- ما هي طرائق اتخاذ القرار باستخدام مفهوم المحاكاة؟

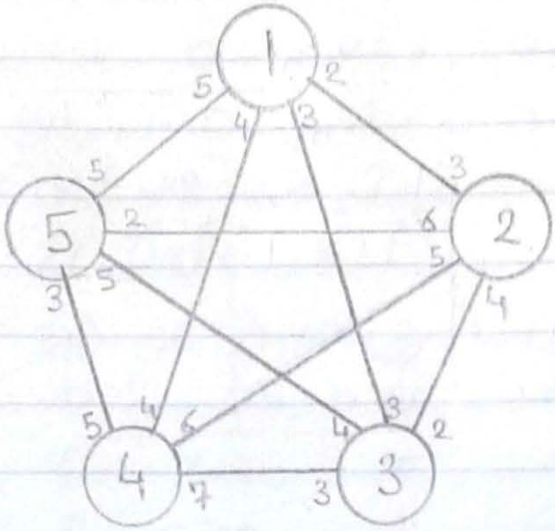
دمشق في 2014/1/28

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المقرر
أ.د. خالد الخنيفس

السؤال الأول:

1)



2)

$$
D = \begin{array}{c|ccccc|l}
 & ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & \\
\hline
① & \infty & 3 & 3 & 4 & 5 & u_1 = 3 \\
② & 2 & \infty & 2 & 6 & 2 & u_2 = 2 \\
③ & 3 & 4 & \infty & 7 & 5 & u_3 = 3 \\
④ & 4 & 5 & 3 & \infty & 3 & u_4 = 3 \\
⑤ & 5 & 6 & 4 & 5 & \infty & u_5 = 4 \\
\hline
 & v_1 = 0 & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 1 & v_5 = 0 &
\end{array}
$$

نوجد المصفوفة D_0 : $T(d_{ij}) = d_{ij} - u_i - v_j$

$$
D_0 = \begin{array}{c|ccccc|}
 & ① & ② & ③ & ④ & ⑤ \\
\hline
① & \infty & 0 & 0 & 0 & 2 \\
② & 0 & \infty & 0 & 3 & 0 \\
③ & 0 & 1 & \infty & 3 & 2 \\
④ & 1 & 2 & 0 & \infty & 0 \\
⑤ & 1 & 2 & 0 & 0 & \infty
\end{array}
$$

$C(r_0) = 3+2+3+3+4+1 = 16$

العناصر الصفرية في D_0 هي: $d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{21}, d_{23}, d_{25}, d_{31}, d_{43}, d_{45}, d_{53}, d_{54}$

$w_{12} = 0 + 1 = 1$, $w_{13} = 0 + 0 = 0$, $w_{14} = 0 + 0 = 0$

$w_{21} = 0$, $w_{23} = 0$, $w_{25} = 0$, $w_{31} = 1$

$w_{43} = 0$, $w_{45} = 0$, $w_{53} = 0$, $w_{54} = 0$

نختار القوس $(3,1)$ ونقسم المصفوفة D_0 إلى مصفوفتين كما يلي:

$\{(3,1)\} \subseteq r_0'$, $\{(3,1)\} \subseteq r_0''$

$$D_0' = \begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & \infty & 0 & 0 & 0 & 2 & u_1 = 0 \\ 2 & 0 & \infty & 0 & 3 & 0 & u_2 = 0 \\ 3 & \infty & 1 & \infty & 3 & 2 & u_3 = 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 & \infty & 0 & u_4 = 0 \\ 5 & 1 & 2 & 0 & 0 & \infty & u_5 = 0 \\ \hline & v_1 = 0 & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 0 & v_5 = 0 & \end{array}$$

$$D_0'' = \begin{array}{c|cccc|c} & 2 & 3 & 4 & 5 & \\ \hline 1 & 0 & \infty & 0 & 2 & u_1 = 0 \\ 2 & \infty & 0 & 3 & 0 & u_2 = 0 \\ 4 & 2 & 0 & \infty & 0 & u_3 = 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 & \infty & u_4 = 0 \\ \hline & v_1 = 0 & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 0 & \end{array}$$

$c(r_0') = c(r_0) + \sum u_i + \sum v_j = 16 + 1 = 17$

$c(r_0'') = c(r_0) + \sum u_i + \sum v_j = 16$

نختار المصفوفة D_0'' ، ونطبق عليها الخوارزمية من جديد.

إن D_1 هي نفسها D_0'' والعناصر الصفرية فيها هي:

$d_{12}, d_{14}, d_{23}, d_{25}, d_{43}, d_{45}, d_{53}, d_{54}$

$w_{12} = 2$, $w_{14} = 0$, $w_{23} = 0$, $w_{25} = 0$,

$w_{43} = 0$, $w_{45} = 0$, $w_{53} = 0$, $w_{54} = 0$

نختار القوس $(1,2)$ ونوجد المصفوفتين D_1' , D_1'' كما يلي:

$\{(3,1),(\overline{1,2})\} \subseteq r_1'$, $\{(3,1),(1,2)\} \subseteq r_1''$

$$D_1' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & \infty & 0 \\ 2 & 0 & 0 & \infty \end{array}\right] \\ v_1=2 \quad v_2=0 \quad v_3=0 \quad v_4=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ u_4=0 \\ \\ \end{array}$$

$$D_1'' = \begin{array}{c} \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} 0 & 3 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & \infty \end{array}\right] \\ v_1=0 \quad v_2=0 \quad v_3=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}$$

$$c(r_1') = c(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 16+2 = 18$$
$$c(r_1'') = c(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 16$$

نختار المصفوفة D_1'' ونطبق عليها الخوارزمية من جديد.

إذن D_2 هي نفسها D_1'' والعناصر الصفرية فيها هي:

d_{23} , d_{25} , d_{43} , d_{45} , d_{53} , d_{54}

$w_{23} = w_{25} = w_{43} = w_{45} = w_{53} = 0$, $w_{54} = \underline{3}$

نختار القوس $(5,4)$ ونوجد المصفوفتين D_2' , D_2'' كما يلي:

$\{(3,1),(1,2),(\overline{5,4})\} \subseteq r_2'$, $\{(3,1),(1,2),(5,4)\} \subseteq r_2''$

$$D_2' = \begin{array}{c} \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} 0 & 3 & 0 \\ 0 & \infty & 0 \\ 0 & \infty & \infty \end{array}\right] \\ v_1=0 \quad v_2=3 \quad v_3=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}$$

$$D_2'' = \begin{array}{c} \\ 2 \\ 4 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 3 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & \infty \end{array}\right] \\ v_1=0 \quad v_2=0 \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ \\ \end{array}$$

$$c(r_2') = c(r_1'') + \sum u_i + \sum v_j = 16+3 = 19$$
$$c(r_2'') = c(r_1'') + \sum u_i + \sum v_j = 16$$

نختار المصفوفة D_2'' ونطبق عليها الخوارزمية من جديد.

إن D_3 هي نفسها D_2'' والعناصر الصفرية فيها: d_{23}, d_{25}, d_{43}

$w_{23}=0 \quad , w_{25}=\infty \quad , w_{43}=\infty$

نختار القوس $(2,5)$ ونوجد المصفوفتين D_3', D_3'' كما يلي:

$\{(3,1),(1,2),(5,4),\overline{(2,5)}\} \subseteq r_3'$

$\{(3,1),(1,2),(5,4),(2,5)\} \subseteq r_3$

$$D_3' = \begin{array}{c|cc} & 3 & 5 \\ \hline 2 & 0 & \infty \\ 4 & 0 & \infty \end{array} \quad \begin{array}{l} u_1=0 \\ u_2=0 \end{array} \qquad v_1=0 \quad v_2=\infty$$

$$D_3'' = \begin{array}{c|c} & 3 \\ \hline 4 & \underline{0} \end{array} \quad u_1=0 \qquad v_1=0$$

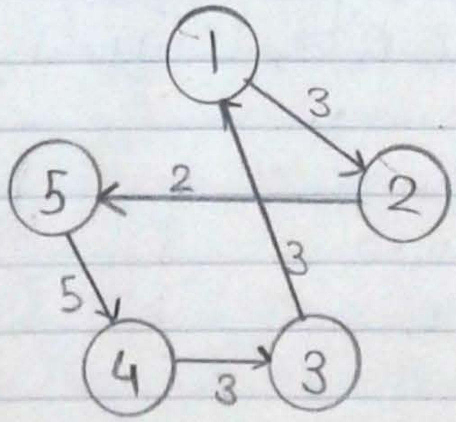
$$c(r_3') = c(r_2'') + \sum u_i + \sum v_j = 16+\infty = \infty$$

$$c(r_3'') = c(r_2'') + \sum u_i + \sum v_j = 16$$

إذن نختار المصفوفة D_3'' وبما أن $D_4 = D_3''$ وفيها عنصر وحيد وهو ذو قيمة صفرية

إذن نختار القوس المقابلة له $(4,3)$ وبذلك نكون قد حصلنا على أصغر دائرة

هاملتون: $\{(3,1),(1,2),(5,4),(2,5),(4,3)\}$



السؤال الثاني:

1)

$$T_e(A) = \frac{2+4(3)+4}{6} = 3$$

$$T_e(B) = \frac{10+4(11)+18}{6} = 12$$

$$T_e(C) = \frac{7+4(8)+9}{6} = 8$$

$$T_e(D) = \frac{4+4(5)+6}{6} = 3$$

$$T_e(E) = \frac{2+4(2)+2}{6} = 2$$

$$T_e(F) = 2$$

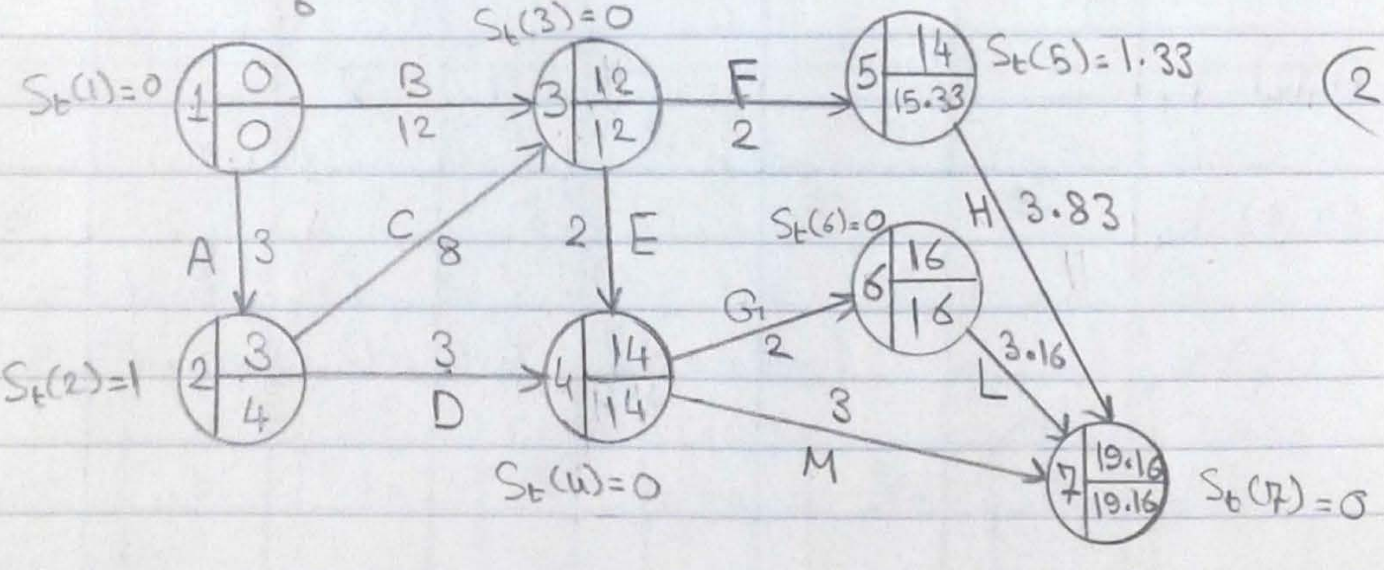
$$T_e(G) = \frac{1+4(2)+3}{6} = 2$$

$$T_e(M) = \frac{4+4(5)+6}{6} = 3$$

$$T_e(H) = \frac{3+4(4)+4}{6} = 3.83$$

$$T_e(L) = \frac{2+4(3)+5}{6} = 3.16$$

2)



3) المسار الحرج هو: $1 \xrightarrow{B} 3 \xrightarrow{E} 4 \xrightarrow{G} 6 \xrightarrow{L} 7$

4) نفرض

$$u_1 = 0$$

$$u_2 = u_1 + d_{12} = 0 + 3 = 3$$

$$u_3 = \min\{u_1 + d_{13}, u_2 + d_{23}\} = \min\{0+12, \underline{3+8}\} = 11$$

$$u_4 = \min\{u_2 + d_{24}, u_3 + d_{34}\} = \min\{\underline{3+3}, 11+2\} = 6$$

$$u_5 = u_3 + d_{35} = 11 + 2 = 13$$

Scanned by CamScanner

$u_6 = u_4 + d_{46} = 6 + 2 = 8$

$u_7 = \min\{u_4 + d_{47},\ u_5 + d_{57},\ u_6 + d_{67}\}$

$= \min\{\underline{6+3},\ 13+3.83,\ 8+3.16\} = 9$

ومنه اقصر طريق هو : $1 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{3} 4 \xrightarrow{3} 7$

5

	*	(1,3)	(1,12)	(2,3)	(3,2)	(4,2)	(4,3)
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
* b_1		3 −	12				
(1,3) b_2	+		8	3 −			
(1,12) b_3				2	2		
(2,3) b_4		+				2	3 −
(3,2) b_5							3.83
(4,2) b_6							3.16
(4,3) b_7				+			

المسار : $b_1 \xrightarrow{3} b_2 \xrightarrow{3} b_4 \xrightarrow{3} b_7$

$Q_1 = 3$

الثنائيات : $-\ (b_1, b_2), (b_2, b_4), (b_4, b_7)$

نظيراتها : $+\ (b_2, b_1), (b_4, b_2), (b_7, b_4)$

		* b_1	b_2	(1,12) b_3	(3,2) b_4	(3,2) b_5	(4,2) b_6	(6,2) b_7
*	b_1		0	−12				
	b_2	3		8	0			
(1,12)	b_3	+			2	−2		
(3,2)	b_4		3				2	0
(3,2)	b_5			+				3.82 −
(4,2)	b_6							3.16
(6,2)	b_7				3	+		

$b_1 \xrightarrow{12} b_3 \xrightarrow{2} b_5 \xrightarrow{3.82} b_7$: المسار

$Q_2 = \min\{12, 2, 3.82\} = 2$

الثنائيات: $(b_1, b_3), (b_3, b_5), (b_5, b_7)$

نظيراتها: $(b_3, b_1), (b_5, b_3), (b_7, b_5)$

		* b_1	b_2	(1,10) b_3	(3,2) b_4	b_5	(4,2) b_6	(6,2) b_7
*	b_1			−10				
	b_2	3		8				
(1,10)	b_3	+2			−2	0		
(3,2)	b_4		3	+			−2	
	b_5			2				1.82
(4,2)	b_6				+			3.16 −
(6,2)	b_7				3	2	+	

المسار: $b_1 \xrightarrow{10} b_3 \xrightarrow{2} b_4 \xrightarrow{2} b_6 \xrightarrow{3.16} b_7$

$Q_3 = 2$

الثنائيات: (b_1, b_3) ، (b_3, b_4) ، (b_4, b_6) ، (b_6, b_7)

نظيراتها: (b_3, b_1) ، (b_4, b_3) ، (b_6, b_4) ، (b_7, b_6)

	*		(1,8)				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
* b_1			8				
b_2	3		8				
(1,8) b_3	4			0			
b_4		3	2			0	
b_5			2				1.82
b_6				2			1.16
b_7				3	2	2	

لم يعد يوجد مسار من b_1 إلى b_7 وبهذا نتوقف ونكون قد حصلنا على التدفق الأعظمي

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3 + 2 + 2 = 7$$

6) لا توجد أية دائرة هاملتون في البيان وبالتالي لا يمكن تطبيق الخوارزمية .