المحاضرة الرابعة..

الإثنين 2015/3/23 .

نموذج النقل :

في هذه المسائل يكون دائماً تابع الهدف من الشكل L (أقل كلفة أو أقل زمن)

يتناول هذا النموذج مسألة التوزيع المثالي لوسائل النقل كالحافلات و الطائرات والسفن على الخطوط المفروضة بحيث تلبي طلباتها بأقل تكلفة ممكنة أو أقل زمن ممكن .

صياغة النموذج :

لنفرض أنه لدينا n نوع من وسائل النقل وأنَّ العدد المتوفر من النوع j هو N_j ونريد توزيعها على m خطاً مستقلاً حيث أنَّ حجم الطلب على الخط i يساوي A_i واحدة نقل وطاقة (حمولة) النوع j على الخط i تساوي a_{ij} واحدة نقل في واحدة الزمن و إنَّ مقدار نفقاتها على ذلك الخط يساوي c_{ij} وحدة نقدية .

الخطوط \ الأنواع	1	2	—	—	n	حجم الطلب
1	a_{11} c_{11}	a_{12} c_{12}	—	—	a_{1n}	A_1
2	a_{21}	a_{22}	—	—	a_{2n}	A_2
⋮						⋮
m	a_{m1}	a_{m2}	—	—	a_{mn}	A_m
عدد النوع	N_1	N_2	—	—	N_n	

المجهول في هذه المسألة عدد كل نوع (سيارة - طيارة - ...) على كل خط

نفرض أن x_{ij} عدد الوسائل من النوع j على الخط i

وسيلة النقل الواحدة من النوع الأول على الخط الأول x_{11} وحمولتها a_{11} في النوع الأول على خط الأول تنقل a_{11}

شروط الطلب :

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \cdots + a_{1n}x_{1n} \geq A_1$$

عدد المنقولين على الخط الأول لجميع وسائل النقل.

$$a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \cdots + a_{2n}x_{2n} \geq A_2$$

$$\vdots$$

$$x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = N_1$$

$$x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = N_2$$

$$\vdots$$

$$x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = N_n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1:n} \quad , \quad j = \overline{1:m}$$

مثال :

لتكن لدينا 3 أنواع من الطائرات عددها على التوالي 50 , 20 , 30 ونريد توزيعها على 4 خطوط جوية متطلباتها على التوالي 1000 , 200 , 300 , 500 أما الحمولة الشهرية a_{ij} والنفقات c_{ij} لكل نوع وعلى كل خط معينة بالجدول التالي :

/ /

الأنواع / الخطوط	1	2	3	حجم الطلب
1	15 الحمولة 15 التكلفة	30 70	25 40	300
2	10 20	25 15	50 70	200
3	20 25	10 15	30 40	1000
4	50 40	17 45	45 65	500
عدد النوع	50	20	30	

المطلوب صياغة نموذج رياضي بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن.

نماذج النقل نوعين: 1- نقل بأقل زمن

2- نقل بأقل تكلفة

1- مسائل النقل بأقل تكلفة:

نميز بين نموذجين من نماذج النقل بأقل تكلفة النموذج المتوازن و النموذج غير المتوازن

أ- النموذج المتوازن:

عندما تكون الكميات المنقولة من مراكز الانتاج إلى مراكز الاستهلاك متساوية (عندما تكون الكميات المنقولة من مراكز الانتاج تساوي حاجة مراكز الاستهلاك).

ب- النموذج غير المتوازن:

إذا كانت الكميات المنقولة لا تساوي الكميات المطلوبة عندئذ يكون النموذج غير متوازن.

/ /

في هذه المحاضرة سندرس النموذج الأول وهو النموذج المتوازن:
نوضحه من خلال النموذج التالي:
لنفرض أننا نريد نقل إحدى المواد من مراكز الإنتاج إلى مراكز الاستهلاك ولنفرض أنه لدينا m مركز للإنتاج وأنّ المادة المفروضة متوفرة فيها بكميات محدودة تساوي $a_1, \dots, a_m$
كما نفرض أنه يوجد لدينا n مركز استهلاكي وأنّ كلاً منها يحتاج إلى كميات معينة من تلك المادة تساوي $b_1, \dots, b_n$
لنفرض أنّ تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المركز الانتاجي i إلى المركز الاستهلاكي j تساوي c_{ij} والمطلوب صياغة النموذج الرياضي بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن.

الحل:

النموذج متوازن وبالتالي: $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

نفرض أنّ الكميات المنقولة من مركز الانتاج i إلى مركز الاستهلاك j هي x_{ij} عندئذٍ:

الاستهلاك / الانتاج	1	—	—	n	الكميات المتوفرة
1	x_{11} c_{11}	—	—	x_{1n} c_{1n}	a_1
⋮	—	—	—	—	⋮
m	x_{m1} c_{m1}			x_{mn} c_{mn}	a_m
الكميات المطلوبة	b_1	—	—	b_n	

$x_{11} c_{11} + - - + x_{1n} c_{1n}$ "تكلفة النقل من المركز الإنتاج الأول إلى جميع المراكز الاستهلاكية"

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + - - + x_{1n} = a_1 \\ \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + - - + x_{mn} = a_m \end{array} \right.$$

مجموع ما ينقل من المركز الانتاجي الأول إلى جميع المراكز

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + - - + x_{m1} = b_1 \\ \vdots \\ x_{1n} + x_{2n} + - - + x_{mn} = b_m \end{array} \right.$$

الكميات الواصلة إلى المركز الاستهلاكي الأول من جميع المراكز الانتاجية

$$(3) \quad x_{ij} \geqslant 0$$

وبالتالي يكون النموذج الرياضي:

أوجد القيمة الصغرى للتابع $L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$ ضمن الشروط (1) و(2) و(3).

النموذج غير المتوازن:

إذا كان $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$

وضمن هذا النموذج نميز حالتين:

$\boxed{1-}$ $\sum a_i > \sum b_j$ أي أنَّ كمية الانتاج أكبر من كمية الاستهلاك (فائض في الانتاج).

لمعالجة مثل هذه النماذج نضيف مركز استهلاك وهمي حاجته هي الفائض في الإنتاج وتكلفة النقل من جميع مراكز الإنتاج إلى هذا المركز الاستهلاكي تساوي الصفر ونبني النموذج في هذه الحالة وكأنه متوازن.

$\boxed{2-}$ $\sum a_i > \sum b_j$

أي أنه لدينا عجز في الإنتاج لذلك نقوم بإضافة مركز إنتاج وهمي قدرته على الإنتاج هي الفرق وتكلفة النقل منه وإلى جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر ونبني النموذج على أساس أنه متوازن.

انتهت المحاضرة