

## 2- تعاريف ومفاهيم أساسية:

- (تعريف <1>):

تكون لدينا المجموعتين غير الخاليتين  $V, E$  بحيث  $V$  مجموعة العقد و  $E$  مجموعة الأضلاع.

وتكون لدينا الدالة:  $f: E \rightarrow V \times V$

$e \mapsto f(e) = (x, y); x, y \in V$

عندئذ نسق الفئاضة المرتبة  $G = (V, E)$  بياناً

- ملاحظات:

1- يكون البيان  $G$  بياناً متشعباً إذا كانت كل من المجموعتين  $E$  و  $V$  مجموعتين متشعبتين.

2- يكون البيان  $G$  بياناً خالياً إذا لم يحتوي عقد ولم يحتوي أضلاع، فنزله:  $\emptyset$ .

3- نعتبر من العقدة مباشرة  $0$  ونعتبر عن الضلع بقائمة متتالية أو متقطعة متتالية.

4- لا يمكن للبيان أن يحتوي أضلاعاً ولا مجموع عقد.

5- يمكن للبيان أن يحتوي عقد ولا مجموع أضلاع.

6- إذا كانت إحدى المجموعتين  $E$  أو  $V$  غير متشعبة يكون البيان  $G$  غير متشعب.

- (تعريف <2>):

تكون  $x, y$  أي عقدتين من  $V$ ، نقول عنهما الزنهما متجاورتين إذا وجد ضلع يربط بينهما.

وندعو كل عقدة منها في هذه الحالة طرفاً في ضلع، ونعتبر عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$\forall x, y \in V: x \text{ تجاور } y \Leftrightarrow \exists e \in E; e = (x, y)$$

مثال:  $\begin{matrix} x & & y \\ 0 & & 0 \end{matrix}$  «  $Z$  تجاور نفسها »

- (تعريف <3>):

نقول عن ضلعين انهما متجاورتين إذا وجدت عقدة مشتركة بينهما، ونعتبر عن ذلك

رياضياً كما يلي:

$$\forall e_1, e_2 \in E: e_1 \text{ تجاور } e_2 \Leftrightarrow \exists x \in V; x \in e_1 \cap e_2$$

(تعريف <4>):

القوس (arc): هو ضلع  $e$  ممتد باتجاه (أحده لبارية ونهاية) فنزله  $\vec{e}$ .

مثال:  $\vec{e} = [x, y]$  و  $\vec{e} \rightarrow y$  و  $\vec{e} \rightarrow x$   
«ثنائي مرتب»

(تعريف <5>):

الأمواس المتقابلة: هما قوسان يشتركان بعقدة وبقية الحالات الأتية:



ونعتبر عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2 \in E : \vec{e}_1 \text{ بجوار } \vec{e}_2 \Leftrightarrow \exists x \forall y : \vec{e}_1 \cap \vec{e}_2 = \{x\}$$

(تعريف <6>):

الجزوة: هو ضلع تكون فيها عقدة البارية ذاتاً عقدة النهاية.



ونعتبر عن ذلك كما يلي:  $e = (x, x)$

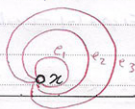
(تعريف <7>):

الأضلاع المتوازنة (المضاعفة): هي مجموعة من الأضلاع تكون فيها عقدة البارية

نفسها عقدة النهاية «دون ترتيب».



إذا كانت عقدة البارية تطابق عقدة النهاية فتسمى الأضلاع محروقة مضاعفة.



- ملاحظة : إذا طُلبت عقد البيان عقدة واحدة فقط وكانت أخلاص البيان أخلاصاً  
ومباشرةً؛ فكل على ما رجع إلى العادة (Bouquet).



- (تعريف <8>):

البيان المعوجه : إذا زوّدت موجه أخلاص البيان باتجاه ندعو البيان بياناً موجهماً.

البيان المتخاطب : إذا زوّدت بعض أخلاص البيان باتجاه ندعو البيان بياناً متخاطباً.

البيان الموزن : هو بيان زوّدت أخلاصه بأوزان (يقوم).

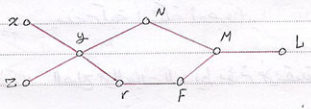
- (تعريف <9>):

العقدة المخزولة : هي عقدة لا ترتبط بها (لا يغير شيئاً) أي ضلع.

- (تعريف <10>):

الداثرة : عبارة عن متتالية من العقد والأخلاص.

مثال :



(دائرة C)

نعتبر عنها كما يلي :

$$C = \langle y, (y, N), N, (N, M), M, (M, F), F, (F, r), r, (r, y), y \rangle$$

وملاحظة :

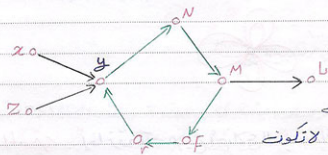
- إذا لم تكن هنالك القباسي يملك أن تكتب :  $C = \langle y, N, M, F, r, y \rangle$

- نعتبر الأنواع التالية للداثر :

\* - الداثرة الفردية : عدد أخلاصها فردي.

\* - الداثرة الزوجية : عدد أخلاصها زوجي.

x. الدائرة الموجّهة: هذه متتالية من العقد والأضراس تكون فيها عقدة البداية هو نفسها عقدة النهاية، مع الأخذ بعين الاعتبار أن كل الأضراس لها ذات الاتجاه.



مثال:

x. إذا كانت واحداً فقط من الأضراس مخالفاً بالاتجاه لا تكون دائرة ولا موجّهة.

- (تعريف <11>):

الشبكة: هي بيان موجّه لا يحوي دوائر موجّهة.

البيان البسيط: هو بيان لا يحوي تحريك ولا يحوي أمثلة مع مهايعة.

ملاحظة: الشبكة بيان بسيط موجّه.

ملاحظة: البيان البسيط (أو الشبكة) هو بيان لا يحوي عقد مفردة ولا يحوي أكثر من تركبة (شبكة أو جزء).

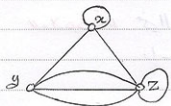
ملاحظة: الضلع البيان البسيط يؤثر على عقدتين مختلفتين على الأقل مكاناً.

- (تعريف <12>):

قدرة عقدة (درجة عقدة): هي عدد الأمثلة المؤثرة لإحدى العقدة، ونعبر عن ذلك رياضياً كما يلي:

(( نعبر الدرجة هنا عن ))

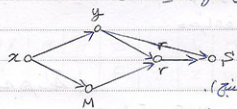
$$\forall x \in V: \deg(x) = \{e; e = (x, y), x, y \in V; x \neq y\} + 2 \cdot \{e; e = (x, x), x \in V\}$$



مثال // ليكن لدينا البيان (جانبياً) ..  
 من مَدْرَة حَقْد هَذَا الْبَيَانِ .  
 $deg(x) = 4$  ,  $deg(y) = 4$  ,  $deg(z) = 6$

(تعريف (13) :

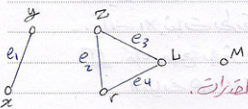
إذا كانت لدينا البيان هو شبكة ، عندئذٍ نعرف ما يلي :  
 عقدة التبوع (المصدر) : هي عقدة لا يدخل فيها أي قوس .  
 عقدة الهدف (المصب) : هي عقدة لا يخرج منها أي قوس .



مثال //  
 x عقدة مصدر (مبوع) .  
 s عقدة مصب (هدف) .

### 3- تفكيك البيان :

يمكن تفكيك البيان بدولياً ، إما باقتطاع الأضلاع أو باقتطاع قدرات العقدة .



مثال // ليكن لدينا البيان (الموجه جانبياً) بياناً بسيطاً ، والمطلوب : تفكيكه بدولياً :  
 (1) - باقتطاع الأضلاع . (2) - باقتطاع القدرات .

(1) - باقتطاع الأضلاع :

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
$(x, y)$	$(z, r)$	$(z, l)$	$(r, l)$

(2) - باقتطاع قدرات العقدة :

Vertex	x	y	z	r	l	M
deg	1	1	2	2	2	0

« ملاحظة 1 » نحو القسمة باقترام الأضلاع لا يمكننا تمثيل العقد المفردة ، بيضا باقترام قدرات العقد يمكننا ذلك .

« ملاحظة 2 » ربعا اجتماع في بعض الحالات أنت نقل البيان باقترام الطريقة

(تعريف) :

البيان المترابط : هو بيان لا يحتوي على عقدة مفردة .  
البيان البسيط المترابط : هو بيان لا يحتوي على عقدة مفردة ولا يحتوي على أضلاع متعاقبة ولا يحتوي على حركات .

« مبرهنة »

إن مجموع قدرات عقد البيان البسيط المترابط هو عدد زوجي . أي أن :  
بفرضت :  $G(V, E)$  بيان ، عندئذ :

$$\deg(v_1) + \deg(v_2) + \deg(v_3) + \dots + \deg(v_n) = 2|E|$$

$$\Leftrightarrow \left( \sum_{v_i \in V} \deg(v_i) = 2|E| \right)$$

البرهان //

يكون البرهان بطريقتين :

[1] - كل ضلع يؤثر على عقدتين وعدد العقد هو  $n$  ، ومنه مجموع قدرات عقد البيان هو  $2|E|$  .

[2] - كل عقدة من عقد البيان تتأثر بأحد الأضلاع مرة واحدة ، وبالتالي :

$$\deg(v_1) + \dots + \deg(v_n) = \sum_{i=1}^n \deg(v_i) = 2|E|$$

« ملاحظة 3 »

- \* العقدة الفردية : هي عقدة قدرتها عدد فردي .
- \* العقدة الزوجية : هي عقدة قدرتها عدد زوجي .

نتابع من الملاحظة الأخيرة أن:

- ← كل عقدة زوجية
  - ← كل عقدة فردية
  - ← كل عقدة فردية و زوجية
17. البيان:

18. عدد العقد الفردية في البيان هو عدد زوجي.

سؤال 11. يمثل البيان بعدة طرق، أهمها باسقاطات العقد. ولتلك لدينا العقد التالية:

Vertex	x	y	z	r	l	m
deg	1	1	5	2	2	0

والمطلوب  
ارسم هذا البيان  
(البيوط)

الإجابة 11. إن عدد العقد فردية، ومنه لا يمكن رسم هذا البيان.

12 انتهت المحاضرة 12