المحاضرة الثالثة..

الأحد 2015/3/22

نموذج تركيب الخلائط:

نعالج في هذا الموضوع مسألة تركيب أي خليطة معدنية أو غذائية أو ... الخ.
لنفرض أننا نريد تركيب خليطة من n مادة مناسبة وكل مادة تحتوي على m عنصر حيث واحدة المادة j تحتوي a_{ij} واحدة من العنصر i وسعر الوحدة الواحدة من المادة j يساوي c_j ونريد ألا تقل كمية العنصر i في الخليطة عن مقدار معين b_i و أن تكون تكلفة الخليطة أصغر ما يمكن و المطلوب صياغة نموذج رياضي يحقق طلبات المسألة.

الحل:

المواد / العناصر	A_1	A_2	—	—	A_n	الكميات التي يجب توفرها من كل عنصر
B_1	a_{11}	a_{12}	—	—	a_{1n}	b_1
B_2	a_{21}	a_{22}	—	—	a_{2n}	b_2
⋮	—	—	—	—	—	⋮
B_m	a_{m1}	a_{m2}	—	—	a_{mn}	b_m
السعر	c_1	c_2	—	—	c_n	

a_{11} الكمية الموجودة من المادة B_1 في A_1

نفرض أنّ $x_1, \dots, x_n$ هي الكميات المأخوذة من المواد $A_1, \dots, A_n$

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n$ (كمية العنصر B_1 في الخليط)

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n$ (كمية العنصر B_2 في الخليط)

$\vdots$

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n$

نريد أن تكون: $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

التكلفة الإجمالية أصغر ما يمكن

تكلفة الكمية المستخدمة من المادة A_1.

وبالتالي يكون النموذج الرياضي: أوجد القيمة الصغرى للتابع

$$L = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \to \min$$

ضمن الشروط:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

$\vdots$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

مثال:

تركيب الوجبات الغذائية:

لنفرض أننا نريد تركيب وجبة غذائية من 4 أنواع من المواد A_1, A_2, A_3, A_4 وأنّ سعر الوحدة الواحدة من كلٍ منها c_1, c_2, c_3, c_4 ونفرض أنه يشترط أن تتضمن الوجبة مقدار معين من كل من العناصر الغذائية الهامة:

البروتينات - الكربونات - الدهنيات

ALMADIB.net

على أن لا تقل كمية البروتين منها عن B_1 وكمية الكربونات عن B_2 وكمية الدهنيات عن B_3 والمطلوب:

إيجاد المقادير اللازمة من كل من المواد A_1, A_2, A_3, A_4 التي يجب إضافتها في الوجبة بحيث تكون كلفتها أقل ما يمكن إذا علمت أن الوحدة من A_1 تحوي a_{11} بروتين و a_{21} كربونات و a_{31} دهنيات والوحدة من A_2 تحوي a_{12} بروتين و a_{22} كربونات و a_{32} دهنيات والوحدة من A_3 تحوي a_{13} بروتين و a_{23} كربونات و a_{33} دهنيات والوحدة من A_4 تحوي a_{14} بروتين و a_{24} دهنيات و a_{34} دهنيات.

مسائل خطية المنتجات:

ترغب شركة تنظيم إنتاجها لـ 3 أنواع من البرمجيات الطبية حيث أن ذلك يتطلب توفر اليد العاملة والمواد والقسم المسؤول عن التنظيم قدّم المعلومات التالية:

	النوع		
	A	B	C
يد عاملة ساعة/للوحدة	7	3	6
مواد أولية كغ/للوحدة	4	2	3
الربح ليرة/للوحدة	4	2	3

فإذا كانت المواد الخام محدودة بـ 200 كغ يومياً وساعات العمل 150 ساعة عمل يومياً والمطلوب صياغة نموذج رياضي يحدد من خلاله معدل الإنتاج اليومي من الأنواع الـ 3 بحيث يكون الربح أعظمياً.

الحل:

نفرض أنّ x_1 الكمية المنتجة من A ، x_2 الكمية المنتجة من B ، x_3 الكمية المنتجة من C.

"شرط اليد العاملة" $7x_1+3x_2+6x_3 \leq 150$

"شرط المواد" $4x_1+2x_2+3x_3 \leq 200$

تابع الهدف: $Z=4x_1+2x_2+3x_3 \longrightarrow Max$

أصبح النموذج الرياضي: أوجد القيمة العظمى للتابع

$$Z=4x_1+2x_2+3x_3 \rightarrow Max$$

ضمن الشروط:

$$7x_1+3x_2+6x_3 \leq 150$$

$$4x_1+2x_2+3x_3 \leq 200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مسألة اختيار وسيلة الإعلان:

ترغب شركة إعلانات تخطيط حملة إعلانية باستخدام 3 وسائل مختلفة هي التلفاز والإذاعة والمجلات تهدف هذه الحملة للوصول لأكبر عدد من الزبائن وتعطي نتائج دراسة السوق الجدول التالي:

	التلفاز		الإذاعة	المجلات
	النهار	الوقت الرئيسي		
كلفة الوحدة الإعلانية	40000	75 000	30 000	15000
عدد الزبائن المحتملين	400000	900000	500000	200 000
عدد الزبائن المحتملين من الإناث	300 000	400000	200 000	100 000

بفرض أنّ الشركة لا تريد إنفاق أكثر من 800000 على الإعلان وأنها ترغب بما يلي :

1. ألا يقل عدد الإناث عن 2 مليون.
2. أن تتعدد كلفة الإعلان بالتلفاز 500000
3. أن تشتري على الأقل 3 وحدات إعلانية بالتلفاز خلال النهار ووحدتان في الوقت الرئيسي .
4. أن يتراوح عدد الوحدات الإعلانية عبر الإذاعة والمجلات بين 5 و10 وحدات لكل منهما.

والمطلوب صياغة النموذج الرياضي الذي يحقق هدف الشركة .

المجاهيل في المسألة عدد الوحدات الإعلانية .

الحل :

نفرض x_1 عدد الوحدات الإعلانية في التلفاز في وقت النهار.

نفرض x_2 عدد الوحدات الإعلانية في التلفاز في الوقت الرئيسي.

نفرض x_3 عدد الوحدات الإعلانية في الإذاعة .

نفرض x_4 عدد الوحدات الإعلانية في المجلات .

الشروط: (نحذف 3 أصفار من كل رقم)

(1) $300x_1 + 400x_2 + 200x_3 + 100x_4 \geq 2000$

(2) $40x_1 + 75x_2 \leq 500$

(3) $\begin{cases} x_1 \geq 3 \\ x_2 \geq 2 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 5 \leq x_3 \leq 10 \\ 5 \leq x_4 \leq 10 \end{cases}$

(5) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

هدف هذه المسألة أن نحصل على أكبر عدد من المشاهدين لذلك يكون تابع الهدف:

$$Z = 400x_1 + 900x_2 + 500x_3 + 200x_4 \rightarrow Max$$

وبالتالي يكون النموذج الرياضي:

أوجد القيمة العظمى للتابع Z ضمن الشروط السابقة (1) و (2) و (3) و (4) و (5).

انتهت المحاضرة..