منطق ترجيحي

المحاضرة الثانية

٢٢/٣/٢٠١٥

شكل العطف النظامي: Conjuctive Normal Form (CNF)

يمكن تحويل الصيغ جيدة التركيب إلى شكل العطف النظامي بحيث تصبح مؤلفة من مجموعة من العبارات أو القضايا يفصل بينها $\wedge$ (العطف).

حيث أنّ هذه العبارات المعطوفة إما أن تكون ذرّات مفردة أو مجموعة ذرّات مفصولة بـ $\vee$.

* إذا كانت الصيغة مكوّنة من ذرّة واحدة (حرف واحد) فهي تكون في شكل العطف النظامي.

أمثلة: إنّ الصيغ التالية:

Q

$Q \wedge K \wedge L$

$(Q \vee K \vee D) \wedge (L \vee F) \wedge (S \vee T) \wedge N$

$Q \vee K \vee P$

كلّها صيغ في شكل العطف النظامي.

خطوات تحويل صيغة إلى شكل العطف النظامي:

1) حذف إشارات الاقتضاء: $P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

2) استخدام قانون حذف النفي وقانوني دمورغان في حال وجود النفي:

$\neg(\neg P) = P$

$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$

3) استخدام قوانين التوزيع

تمرين: حوّل الصيغة التالية إلى صيغة العطف النظامي (CNF):

$\neg(P \Rightarrow Q) \vee (R \Rightarrow P)$

الحل:

١- نحذف الاقتضاء:

$\neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee P)$

٢- نطبق حذف النفي ودمورغان:

$(\neg(\neg P) \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee P)$

$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee P)$

٣- نقوم بالتوزيع المناسب:

$(P \vee \neg R \vee P) \wedge (\neg Q \vee \neg R \vee P)$

وحسب خاصة اللانمو فإن $P \vee P = P$ ومنه تصبح الصيغة:

$(P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R \vee P)$

وهكذا أصبحت الصيغة في شكل العطف النظامي

تقنيات الحل باستخدام الاستدلال: (طرق البرهان)

سندرس كيفية استخدام لغة حساب الفرضيات في إيجاد حلول لبعض المسائل.

$\boxed{1}$ قاعدة الحل: (تقنية الحل) Resolution

١- نحوّل الصيغ إلى شكل العطف النظامي (إذا لم تكن كذلك).

٢- نطبق قاعدة حذف العطف لفصل الصيغ المعطوفة في صيغ العطف النظامي إن وجدت، أي على سبيل المثال إذا كانت لدينا الصيغة $W_1 \wedge W_2 \wedge W_3$ فإننا نحذف العطف ونتعامل مع كلّ من الصيغ W_1, W_2, W_3 على حدة.

٣- إذا وجدنا الآن ذرّة في صيغة ما، ونفيها في صيغة أخرى، فإننا نستنتج صيغة جديدة تحوي كلّ الذرات الأخرى الموجودة في الصيغتين بعد حذف الذرّة ونفيها ونضع فصلاً $\vee$ بينها.

مع الانتباه إلى أن الصيغ الجديدة لا تلغي الصيغ القديمة وإنما تُضاف إليها.

مثال: لتكن لدينا الصيغتين: $P \vee Q \vee R \vee \neg L$

$W \vee Z \vee R \vee L$

إن كلاً من هاتين الصيغتين في شكل العطف النظامي، باستخدام تقنية الحل ينتج لدينا:

$P \vee Q \vee R \vee \underbrace{\neg L}$ $\qquad$ $W \vee Z \vee R \vee \underbrace{L}$

$P \vee Q \vee R \vee W \vee Z$

مثال: لتكن لدينا الصيغتين: $P \Rightarrow Q$

$R \vee P$

أثبت أن $Q \vee R$ باستخدام تقنية الحل.

الحل: * نحول $P \Rightarrow Q$ إلى شكل العطف النظامي فتصبح: $\neg P \vee Q$

* $R \vee P$ في شكل العطف النظامي.

نطبق تقنية الحل:

$\underbrace{\neg P} \vee Q$ $\qquad$ $R \vee \underbrace{P}$

$Q \vee R$

وهو المطلوب.

ملاحظة: إذا كانت لدينا الصيغتان: $P \quad , \quad \neg P$

باستخدام تقنية الحل:

$P \qquad \neg P$

null (وتعني تناقض)

مثال: لتكن لدينا الصيغتين:

$P \Rightarrow Q$

$R \wedge P$

أثبت Q باستخدام تقنية الحل.

الحل: * نحول $P \Rightarrow Q$ إلى شكل العطف النظامي فتصبح: $\neg P \vee Q$

* الصيغة $R \wedge P$ تصبح حسب قاعدة حذف العطف: $\begin{cases} R \\ P \end{cases}$

نطبق تقنية الحل:

$\neg P \vee Q \qquad R \qquad P$

Q

ملاحظة: ليس من الضروري استخدام جميع الصيغ الموجودة في إثبات المطلوب

مثال: لتكن لدينا الصيغتين:

$P \Rightarrow Q$

$\neg Q \wedge P$

أثبت أن null باستخدام تقنية الحل.

الحل: * نحول $P \Rightarrow Q$ إلى شكل العطف النظامي فتصبح: $\neg P \vee Q$

* الصيغة $\neg Q \wedge P$ تصبح حسب قاعدة حذف العطف: $\begin{cases} \neg Q \\ P \end{cases}$

نطبق تقنية الحل:

$\neg P \vee Q \qquad \neg Q \qquad P$

$\neg P$

null

2 الحل بتقنية النقض بالفرض:

عند استخدام تقنية النقض بالفرض علينا اتباع ما يلي:

١- نأخذ نفي القضية المطلوب برهانها ونضيفها إلى مجموعة الحقائق (المعارف - الفرضيات) الموجودة لدينا.

٢- نحول كل الصيغ الموجودة إلى شكل العطف النظامي (بما فيها نفي القضية المراد برهانها)

٣- نطبق تقنية الحل إلى أن يصبح لدينا تناقض (null)

وبالتالي تكون الصيغة المطلوب برهانها صحيحة.

مثال: لتكن لدينا الحقائق التالية:

$P \Rightarrow Q$

$Q \Rightarrow R$

$R \Rightarrow S$

أثبت أن $P \Rightarrow S$ باستخدام تقنية النقض.

الحل: ١- ننفي القضية المراد إثباتها $P \Rightarrow S$ فتصبح: $\neg(P \Rightarrow S)$

٢- نضيف $\neg(P \Rightarrow S)$ إلى مجموعة المعارف المعطاة لتصبح لدينا المعارف التالية:

$P \Rightarrow Q$

$Q \Rightarrow R$

$R \Rightarrow S$

$\neg(P \Rightarrow S)$

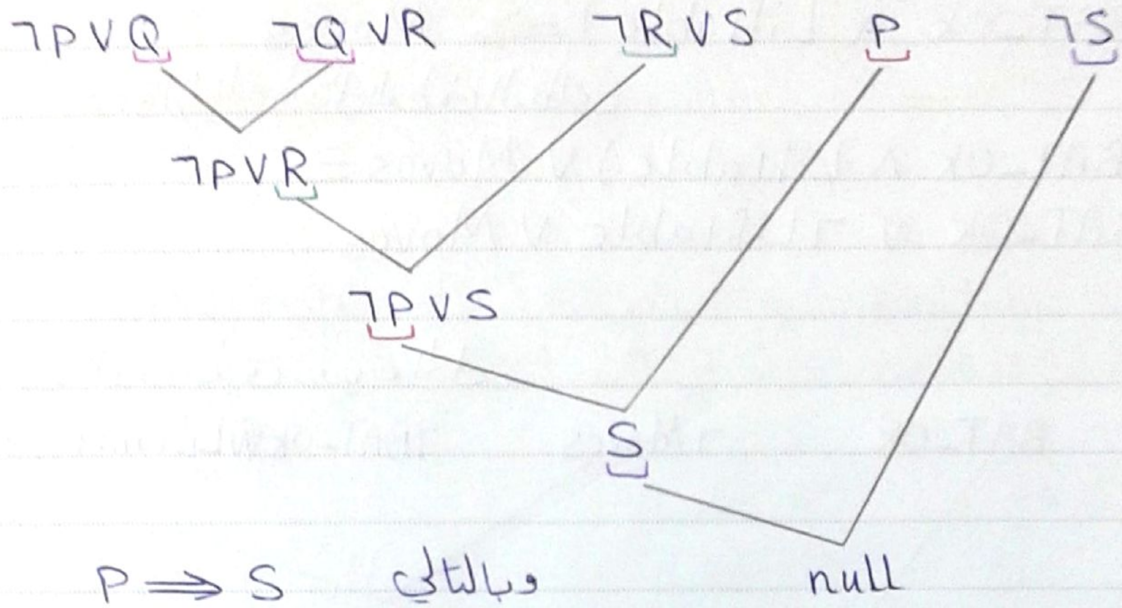
٣- نحول كل من الصيغ السابقة إلى شكل العطف النظامي:

- $P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$
- $Q \Rightarrow R \equiv \neg Q \vee R$
- $R \Rightarrow S \equiv \neg R \vee S$
- $\neg(P \Rightarrow S) \equiv \neg(\neg P \vee S) \equiv \neg(\neg P) \wedge \neg S \equiv P \wedge \neg S$

ومنه ننتج من قاعدة حذف العطف الصيغتان:

$$\begin{cases} P \\ \neg S \end{cases}$$

الآن نطبق تقنية الحل :



$P \Rightarrow S$ وبالتالي

مثال:

لتكن لدينا المعارف التالية :

BAT_OK

¬Moves

(BAT_OK ∧ Liftable) ⇒ Moves

برهن باستخدام تقنية النقض بالفرض أن الغرض لا يمكن حمله

أي أنّ : ¬Liftable

{ راجع المثال في المحاضرة الأولى حول الروبوت }

الحل: ١- ننفي الطلب ¬Liftable فيصبح :

¬(¬Liftable) ≡ Liftable

٢- نضيف نفي الطلب إلى مجموعة الحقائق فتصبح لدينا الحقائق التالية :

BAT_OK

¬Moves

(BAT_OK ∧ Liftable) ⇒ Moves

Liftable

٣- إن كل الصيغ في شكل العطف النظامي عدا الصيغة :

$$(BAT\_Ok \land Liftable) \Longrightarrow Moves$$

فنحولها إلى شكل العطف النظامي :

$$\neg(BAT\_Ok \land Liftable) \lor Moves \equiv$$
$$\neg BAT\_Ok \lor \neg Liftable \lor Moves$$

٤- الآن نطبق تقنية الحل :

$Liftable$ $\qquad$ BAT_Ok $\qquad$ $\neg Moves$ $\qquad$ $\neg BAT\_Ok \lor \neg Liftable \lor Moves$

$\neg BAT\_Ok \lor \neg Liftable$

$\neg Liftable$

null

ومنه فإن $\neg Liftable$

انتهت المحاضرة الثانية