/ /

منطق ترجيحي

المحاضرة الخامسة

٢/٤/٢٠١٥م

الحل في حساب الإسناديات:

كما في لغة حساب الفرضيات يكون الحل هنا باستخدام تقنية الحل وتقنية نقض الفرض، ولكن هناك الفرق الآتي:

بفرض أن الصيغ موجودة في شكل العطف النظامي ونريد تطبيق تقنية الحل، فعلينا أولاً القيام بتوحيد (دمج) الصيغ.

التوحيد (الدمج): Unification

هو عبارة عن استبدال المتحولات (المتغيرات) في إسنادية أو صيغة بثابت أو تابع أو متغيرات أخرى.

حيث يتم هذا الاستبدال في كامل الصيغة

وإذا كان المتحول نفسه في صيغتين مختلفتين فإن الاستبدال يجب أن يتم في كل من الصيغتين.

(علماً أننا في المسائل عادةً نغير تسمية المتحولات في كل صيغة على حدة حتى لا يكون في صيغتين مختلفتين نفس المتحولات).

الهدف من هذه الاستبدالات هو الحصول على عبارات موحدة لكي نستطيع تطبيق تقنية الحل عليها.

مثال : لتكن لدينا : $P(x) \vee Q(x)$ $\qquad$ $\neg P(z) \vee R(y)$

x/z

$P(z) \vee Q(z)$ $\qquad$ $\neg P(z) \vee R(y)$

$R(y) \vee Q(z)$

مثال :

ثابت $\qquad$ متحول $\qquad$ تابع $\qquad$ متحول

$\neg P(A, z) \vee R(h(z))$ $\qquad$ $P(x, f(x)) \vee Q(f(x), y)$

$z / f(A)$ $\qquad$ x/A

$\neg P(A, f(A)) \vee R(h(f(A)))$ $\qquad$ $P(A, f(A)) \vee Q(f(A), y)$

$Q(f(A), y) \vee R(h(f(A)))$

مثال :

$\neg k(J, x)$ $\qquad$ $k(y, mother(y))$

$x/mother(J)$ $\qquad$ y/J

$\neg k(J, mother(J))$ $\qquad$ $k(J, mother(J))$

null

* $\neg K(J, x)$ $\qquad$ $K(x, oJ)$ ثابت

x / J

$\neg K(J, J)$ $\qquad$ $K(J, oJ)$

لا يمكن التوحيد (الدمج)

---

* $K(J, y)$ $\qquad$ $\neg K(x, oJ)$

y / oJ $\qquad$ x / J

$K(J, oJ)$ $\qquad$ $\neg K(J, oJ)$

null

---

* $P(f, A, y)$ $\qquad$ $\neg P(f, z, B)$

y / B $\qquad$ z / A

$P(f, A, B)$ $\qquad$ $\neg P(f, A, B)$

null

---

* $P(A, f(y), B)$ $\qquad$ $\neg P(x, f(B), B)$

y / B $\qquad$ x / A

$P(A, f(B), B)$ $\qquad$ $\neg P(A, f(B), B)$

null

/ /

هام

التحويل إلى شكل العطف النظامي:

لتطبيق تقنية الحل يجب أن تكون جميع الصيغ في شكل العطف النظامي.
خطوات التحويل:

1) حذف الاقتضاء: مثلاً:

$$\forall x\,[person(x) \Rightarrow Death(x)] \equiv \forall x\,(\neg person(x) \vee Death(x))$$

2) تطبيق حذف النفي وقانوني دمورغان في حال وجود النفي:

مثلاً:

$$\neg\forall x\,[p(x) \Rightarrow D(x)] \equiv \neg\forall x\,[\neg p(x) \vee D(x)]$$
$$\equiv \exists x\,[\neg\neg p(x) \wedge \neg D(x)] \equiv \exists x\; p(x) \wedge \neg D(x)$$

3) إعادة تسمية المتحولات: يجب إعادة تسمية المتحولات (المتغيرات) الواقعة في مجال المكمّم بحيث يكون لكل مكمّم متغيراته الخاصة.

مثلاً:

$$\forall x\,[\neg p(x) \vee (\exists x\; Q(x))] \equiv$$
$$\forall x\,[\neg p(x) \vee (\exists y\; Q(y))]$$

4) حذف المكممات الوجودية: (إن وجدت).
وهنا نميز حالتين:

* إذا وقع متحول مكمم الوجود $\exists$ في بداية الصيغة أو الجملة فإننا نحذف مكمم الوجود ونستبدل متحوله بثابت غير موجود في الصيغة.

مثلاً:

$$\exists x\,(p(x) \wedge Q(x)) \equiv p(A) \wedge Q(A)$$

/ /

* إذا وقع متحول محكم الوجود ∃ ضمن مجال متحولات محكمات الشمول ∀ فإننا نحذف محكم الوجود ونستبدل متحوله بتابع لمتحولات محكمات الشمول التي وضع في مجالها، وهذا التابع يجب ألا يكون موجوداً في الصيغة.
يُدعى هذا التابع بـ "تابع سكولم"

أمثلة:

* $\forall x \; \exists y \quad h(x) \wedge Height(x,y) \equiv$
$\forall x \quad h(x) \wedge Height(x, f(x))$

* $\forall x \; \forall y \; \exists z \quad h(x) \wedge L(x,y,z) \equiv$
$\forall x \; \forall y \quad h(x) \wedge L(x,y,f(x,y))$

* $\exists y \; \forall x \quad h(x) \wedge Height(x,y) \equiv$
$\forall x \quad h(x) \wedge Height(X, A)$ (هذه الحالة الأولى)

5) وضع محكمات الشمول في المقدمة:

مثال:

$\forall x \{ \neg P(x) \vee \{ \forall y [\neg P(y) \vee P(f(x),y)] \wedge [Q(x,f(y)) \wedge \neg P(h(x))] \} \}$

بوضع محكمات الشمول في المقدمة نحصل على:

$\forall x \; \forall y \; [\neg P(x) \vee \{ [\neg P(y) \vee P(f(x),y)] \wedge [Q(x,f(y)) \wedge \neg P(h(x))] \} \}$

6) توزيع (∨) على (∧):

مثال:

$\forall x \; \forall y \; \{ [\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge$
$[\neg P(x) \vee (Q(x,h(x)) \wedge \neg P(h(x)))] \}$

بالتوزيع نحصل على:

$\forall x \; \forall y \; \{ [\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge$
$[\neg P(x) \vee Q(x,h(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(h(x))] \}$

/ /

7) حذف المكممات الشمولية :

مثلاً : العبارة الأخيرة تصبح بالشكل التالي :

$$[\neg p(x) \vee \neg p(y) \vee p(f(x,y))] \wedge [\neg p(x) \vee Q(x, h(x))] \wedge [\neg p(x) \vee p(h(x))]$$

- وهكذا أصبحت الصيغة في شكل العطف النظامي .

ملاحظة : من أجل المسائل نحذف الـ " $\wedge$ " فنحصل على القضايا التالية :

$\neg p(x) \vee \neg p(y) \vee p(f(x,y))$

$\neg p(x) \vee Q(x, h(x))$

$\neg p(x) \vee p(h(x))$

ثم نعطي كل صيغة أسماء متحولات مختلفة عن الصيغ الأخرى كما يلي :

$\neg p(x_1) \vee \neg p(y) \vee p(f(x_1, y))$

$\neg p(x_2) \vee Q(x_2, h(x_2))$

$\neg p(x_3) \vee p(h(x_3))$

تمرين : حول الصيغة التالية إلى شكل العطف النظامي :

$$\forall x \{[\forall y (\neg Animal(y) \vee Loves(x,y))] \Rightarrow [\exists y\ Loves(y,x)]\}$$

الحل : $\boxed{1}$ حذف الاقتضاء :

$$\forall x \{\neg[\forall y (\neg Animal(y) \vee Loves(x,y))] \vee [\exists y\ Loves(y,x)]\}$$

$\boxed{2}$ نطبق دمورغان :

$$\forall x \{[\exists y (Animal(y) \wedge \neg Loves(x,y))] \vee [\exists y\ Loves(y,x)]\}$$

$\boxed{3}$ نعيد تسمية المتحولات :

$$\forall x \{[\exists y (Animal(y) \wedge \neg Loves(x,y))] \vee [\exists z\ Loves(z,x)]\}$$

4 حذف المكممات الوجودية :

$\forall x \{[Animal(f(x)) \wedge \neg Loves(x, f(x))] \vee [Loves(g(x), x)]\}$

5 نضع المكممات الشمولية في المقدمة ، وهي موجودة في المقدمة .

6 توزيع $(\vee)$ على $(\wedge)$ فنحصل على :

$\forall x \{[Animal(f(x)) \vee Loves(g(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, f(x)) \vee Loves(g(x), x)]\}$

7 حذف المكممات الشمولية :

$[Animal(f(x)) \vee Loves(g(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, f(x)) \vee Loves(g(x), x)]$

وهكذا أصبحت الصيغة في شكل المنطق النظامي .

تمرين :

لتكن لدينا مجموعة الحقائق التالية عن الفيلة الثلاثة : Oscar , Clyde , Sam

١ـ لون Sam وردي

٢ـ لون Clyde رمادي وهو يحب Oscar .

٣ـ لون Oscar إما وردي أو رمادي وهو يحب Sam .

المطلوب : استخدم الحل بالنقض لإثبات أنه يوجد فيل رمادي يحب فيلاً وردياً .

الحل: لنرمز بمايلي :

$pink(x)$ تعني أن x لونه وردي .

$Gray(x)$ تعني أن x لونه رمادي

$Loves(x, y)$ تعني أن x يحب y .

ومنه نكون لدينا الحقائق التالية :

1- $Pink(Sam)$

2- $Gray(Clyde) \wedge Loves(clyde, Oscar)$

3- $[pink(Oscar) \vee Gray(Oscar)] \wedge Loves(Oscar, Sam)$

المطلوب : يوجد فيل رمادي يحب فيلاً وردياً ، أي :

$$\exists x \; \exists y \{ Gray(x) \wedge pink(y) \wedge Loves(x,y) \}$$

من أجل الحل بالنقض ننفي المطلوب ونضيفه إلى مجموعة الحقائق :

$$\neg [\exists x \; \exists y \{ Gray(x) \wedge pink(y) \wedge Loves(x,y) \}] \equiv$$
$$\forall x \; \forall y \; [\neg Gray(x) \vee \neg pink(y) \vee \neg Loves(x,y)]$$

نحول الحقائق التي لدينا إلى شكل المنطق النظامي :

$pink(Sam)$

$Gray(Clyde)$

$Loves(Clyde, Oscar)$

$pink(oscar) \vee Gray(Oscar)$

$Loves(oscar, Sam)$

$\neg Gray(x) \vee \neg pink(y) \vee \neg Loves(x,y)$

نطبق الآن تقنية الحل :

$\neg Gray(x) \vee \neg pink(y) \vee \neg Loves(x,y)$, $Loves(oscar, Sam)$, $Pink(Sam)$

$x/oscar$

y/sam

$\neg Gray(oscar) \vee \neg pink(Sam)$

$pink(Oscar) \vee Gray(oscar)$

$\neg Gray(oscar)$

$pink(Oscar)$

$y/oscar$

$\neg Gray(x) \vee \neg Loves(x, oscar)$

$Loves(Clyde, Oscar)$

$x/clyde$

$\neg Gray(clyde)$

$Gray(clyde)$

null

انتهت المحاضرة الخامسة