

منطق تربيحي

المحاضرة الخامسة

٢٠١٥/٤/٢٤

الحل في حساب الإسناديات :

كما في لغة حساب الفرضيات يكون الحل هنا باستخدام تقنية الحل وتقنية نقض الفرض ، ولكن هناك الفرق الآتي :

يفرض أن الصيغ موجودة في شكل البنية النظامي وتريد تطبيق تقنية الحل ، فليتنا أولاً القيام بتوحيد (دمج) الصيغ .

التوحيد (الدمج) : Unification

هو عبارة عن استبدال المتحولات (المتغيرات) في إسنادية أو صيغة بنائية أو تابع أو متغيرات أخرى .

حيث يتم هذا الاستبدال في كامل الصيغة .
وإذا كانت للمتوليفة في صيغتين مختلفتين فإن الاستبدال يجب أن يتم في كل من الصيغتين .

(علماً أننا في المثال عادة نعيد تسمية المتحولات في كل صيغة على حدة حتى لا يكون في صيغتين مختلفتين نفس المتحولات) .

الهدف من هذه الاستبدالات هو الحصول على عبارات موحدة لكي نستطيع تطبيق تقنية الحل عليها .

$$\neg P(z) \vee R(y)$$

مثال: لكن لدينا: $P(x) \vee Q(x)$

$$\neg P(z) \vee R(y)$$

$$P(z) \vee Q(z)$$

z/x

$$R(y) \vee Q(z)$$

مثال: $P(x, f(x)) \vee Q(f(x), y)$

مقول \rightarrow x/A

مثال: $\neg P(A, z) \vee R(h(z))$

مقول \rightarrow $z/f(A)$

$$P(A, f(A)) \vee Q(f(A), y)$$

$$\neg P(A, f(A)) \vee R(h(f(A)))$$

$$Q(f(A), y) \vee R(h(f(A)))$$

$$\neg k(J, x)$$

مثال: $k(y, \text{mother}(y))$

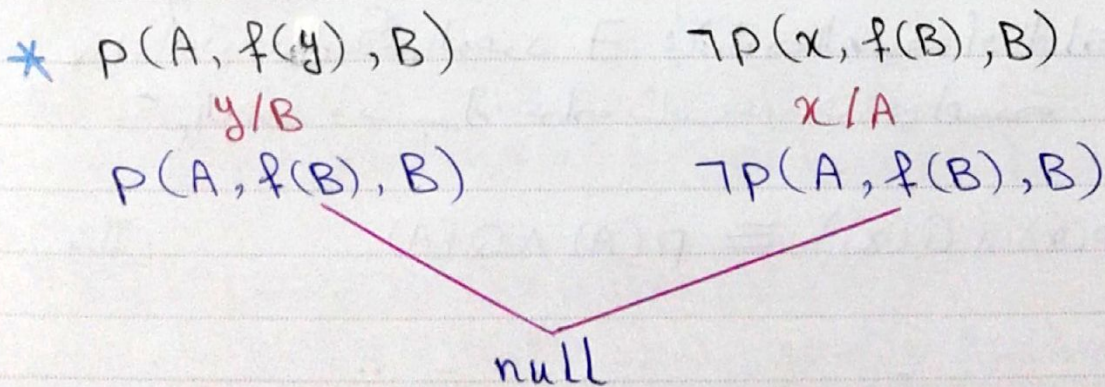
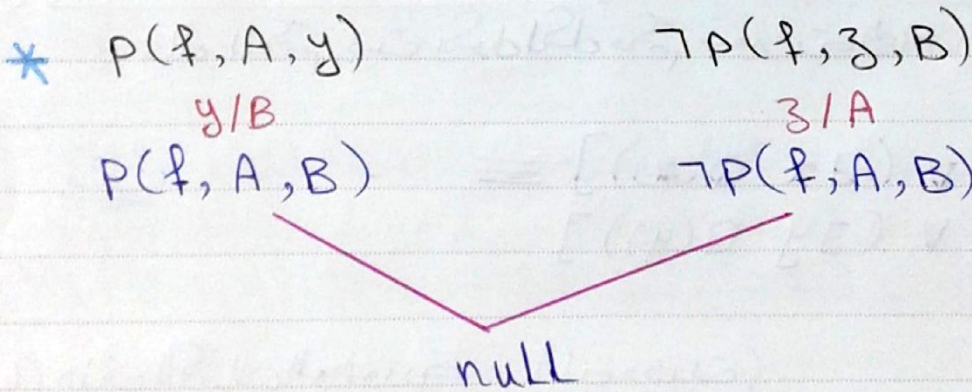
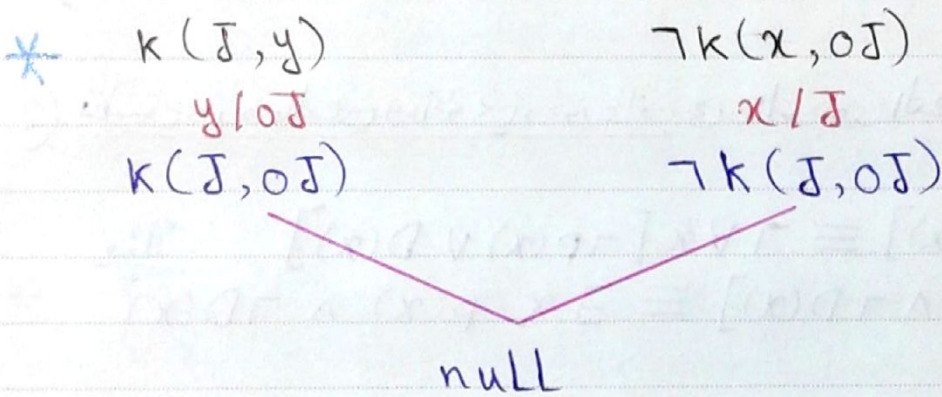
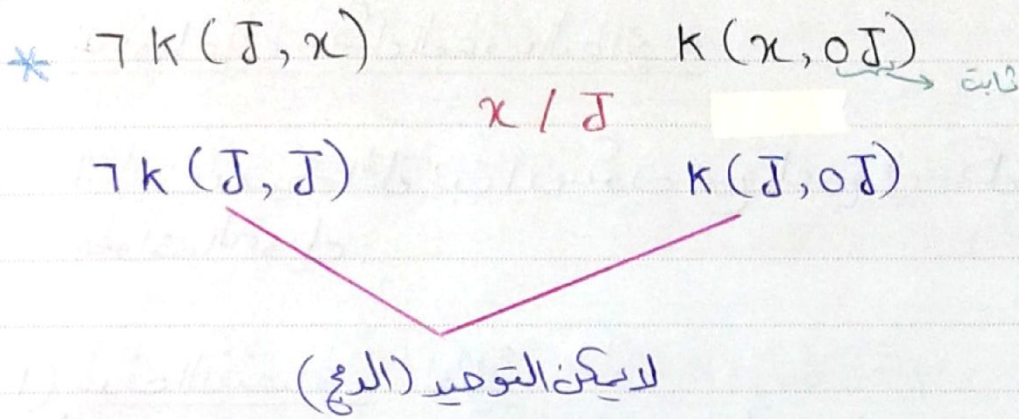
$$x/\text{mother}(J)$$

$$y/J$$

$$\neg k(J, \text{mother}(J))$$

$$k(J, \text{mother}(J))$$

null



التحويل إلى شكل العطف النظامي:

عام

لتطبيق تقنية الحل يجب أن تكون جميع الصيغ في شكل العطف النظامي
خطوات التحويل:

(1) حذف الاقتضاي: مثلاً:
$$\forall x [person(x) \Rightarrow Death(x)] \equiv \forall x (\neg person(x) \vee Death(x))$$

(2) تطبيق حذف النفي وقانوني دي مورغان في حال وجود النفي:

مثلاً:
$$\neg \forall x [P(x) \Rightarrow D(x)] \equiv \neg \forall x [\neg P(x) \vee D(x)]$$

$$\equiv \exists x [\neg \neg P(x) \wedge \neg D(x)] \equiv \exists x P(x) \wedge \neg D(x)$$

(3) إعادة تسمية المتحولات: يجب إعادة تسمية المتحولات (المتغيرات) الواقعة في مجال الحكم بحيث يكون لكل متغير متغيراته الخاصة

مثلاً:
$$\forall x [\neg P(x) \vee (\exists x Q(x))] \equiv \forall x [\neg P(x) \vee (\exists y Q(y))]$$

(4) حذف للاكتمال الوجودية: (إن وجدت)

وهنا سنر حالتي:

* إذا وقع متحول محكم الوجود \exists في بداية الصيغة أو الجملة فإننا نحذف محكم الوجود ونسبده متحوله بثابت غير موجود في الصيغة

مثلاً:
$$\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \equiv P(A) \wedge Q(A)$$

* إذا وقع متحول محكم الوجود \exists ضمن مجال متحولات مكلمات الشمول \forall فإننا نحذف محكم الوجود ونسبيل متحوله بتابع لمحولات مكلمات الشمول التي وضع في مجالها ، وهذا التابع يجب ألا يكون موجوداً في الصيغة .
 يدعى هذا التابع بـ "تابع سمول"

* $\forall x \exists y f(x) \wedge \text{Height}(x, y) \equiv \forall x f(x) \wedge \text{Height}(x, f(x))$ أمثلة:

* $\forall x \forall y \exists z f(x) \wedge L(x, y, z) \equiv \forall x \forall y f(x) \wedge L(x, y, f(x, y))$

* $\exists y \forall x f(x) \wedge \text{Height}(x, y) \equiv \forall x f(x) \wedge \text{Height}(x, A)$ (هذه الحالة الأولى)

(5) وضع مكلمات الشمول في المقدمة:

مثال:

$\forall x \{ \neg P(x) \vee [\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [Q(x, f(y)) \wedge \neg P(h(x))]] \}$
 بوضع مكلمات الشمول في المقدمة نحصل على:

$\forall x \forall y [\neg P(x) \vee [\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [Q(x, f(y)) \wedge \neg P(h(x))]] \}$

(6) توزيع (v) على (w):

مثال:

$\forall x \forall y \{ [\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [\neg P(x) \vee (Q(x, h(x)) \wedge \neg P(h(x)))] \}$

بالتوزيع نحصل على:

$\forall x \forall y \{ [\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x, h(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(h(x))] \}$

7 حذف الكميات السببية :

مثلاً: العبارة الأخيرة تصبح بالشكل التالي :

$$[\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x, h(x))] \wedge [\neg P(x) \vee P(h(x))]$$

وهذا أصبحت الصيغة في شكل العطف النظامي.

ملاحظة: من أجل إزالة حذف الـ "∧" فنعمل على القضايا التالية :

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))$$

$$\neg P(x) \vee Q(x, h(x))$$

$$\neg P(x) \vee P(h(x))$$

ثم نغطي كل صيغة أسماء ومحوالات في لفظة عن الصيغ الأخرى كما يلي :

$$\neg P(x_1) \vee \neg P(y) \vee P(f(x_1, y))$$

$$\neg P(x_2) \vee Q(x_2, h(x_2))$$

$$\neg P(x_3) \vee P(h(x_3))$$

تمرين: حول الصيغة التالية إلى شكل العطف النظامي :

$$\forall x \{ [\forall y (\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x,y))] \Rightarrow [\exists y \text{Loves}(y,x)] \}$$

الحل: 1] حذف الاقتضاء :

$$\forall x \{ \neg [\forall y (\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x,y))] \vee [\exists y \text{Loves}(y,x)] \}$$

2] نظمة د مورغان :

$$\forall x \{ [\exists y (\text{Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x,y))] \vee [\exists y \text{Loves}(y,x)] \}$$

3] تغيير تسمية المحولات :

$$\forall x \{ [\exists y (\text{Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x,y))] \vee [\exists z \text{Loves}(z,x)] \}$$



4 حذف الكميات الوجودية :
 $\forall x \{ [Animal(f(x)) \wedge \neg Loves(x, f(x))] \vee [Loves(g(x), x)] \}$

5 نضع الكميات السالبة في المقدمة ، وهي موجودة في المقدمة .

6 توزيع (\vee) على (\wedge) فنحصل على :
 $\forall x \{ [Animal(f(x)) \vee Loves(g(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, f(x)) \vee Loves(g(x), x)] \}$

7 حذف الكميات السالبة :
 $[Animal(f(x)) \vee Loves(g(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, f(x)) \vee Loves(g(x), x)]$

وهكذا أصبحت الصيغة في شكل العطف النطائي .

تمرين:

لكن لدينا مجموعة الحقائق التالية عن الفيلة الثلاثة : Oscar , Clyde , Sam

1- لون Sam وردي

2- لون Clyde رمادي وهو يحب Oscar

3- لون Oscar إما وردي أو رمادي وهو يحب Sam

المطلوب : استخدم الكل بالنقض لإثبات أنه يوجد فيل رمادي يحب فيلاً وردياً .

الكل لنرمز بما يلي : $pink(x)$ تعني أن x لونه وردي .

$Gray(x)$ تعني أن x لونه رمادي

$Loves(x, y)$ تعني أن x يحب y

ومنه تكون لدينا الحقائق التالية :

1- $pink(Sam)$

2- $Gray(Clyde) \wedge Loves(Clyde, Oscar)$

3- $[pink(Oscar) \vee Gray(Oscar)] \wedge Loves(Oscar, Sam)$

المطلوب : يوجد فيل رمادي يحب فيلاً وردياً ، أي :

$$\exists x \exists y \{ \text{Gray}(x) \wedge \text{pink}(y) \wedge \text{Loves}(x, y) \}$$

من أجل الحد بالنفي نفني المطلوب ونضيف إلى مجموعة المقائيل :

$$\neg [\exists x \exists y \{ \text{Gray}(x) \wedge \text{pink}(y) \wedge \text{Loves}(x, y) \}] \equiv \forall x \forall y [\neg \text{Gray}(x) \vee \neg \text{pink}(y) \vee \neg \text{Loves}(x, y)]$$

نحول المقائيل التي لدينا إلى شكل العطف النظامي :

- pink (Sam)
- Gray (Clyde)
- Loves (Clyde , Oscar)
- pink (Oscar) \vee Gray (Oscar)
- Loves (Oscar , Sam)
- $\neg \text{Gray}(x) \vee \neg \text{pink}(y) \vee \neg \text{Loves}(x, y)$

نطبق الآن تقنية الحد :

