نمذجة رياضية

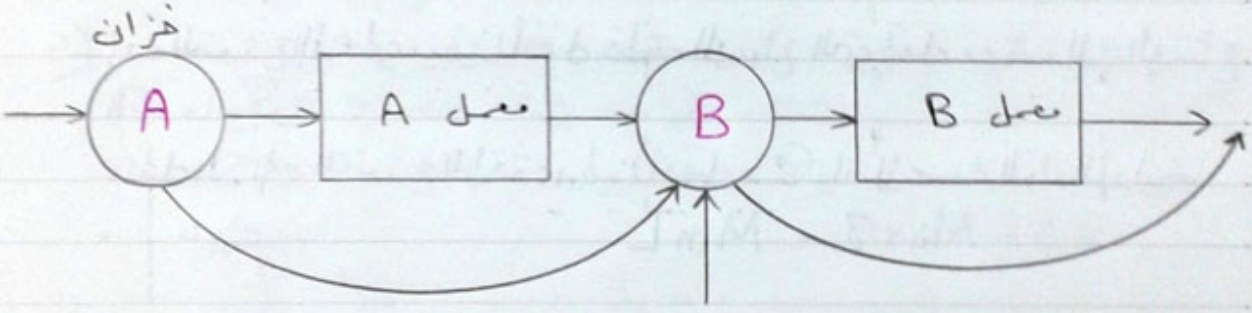
المحاضرة الثامنة

ص.ت/٤/٦

مسائل لأمثلية تؤول إلى أمثلية

تنظيم أنظمة الطاقة الكهربائية:

- تتحكم إدارة حكومية بتشغيل نظام مؤلف من خزاني ماء A, B، حيث أن كلاً منهما مجهز بمعمل لتوليد الطاقة الكهربائية كما هو موضح في الشكل:



- قُسّم مجال تنظيم النظام إلى فترتين.
- عندما يكون الخزان ممتلئاً تماماً يُصرّف الماء الزائد عبر قناة التصريف، كما يمكن إرسال كمية من الماء عبر قناة التصريف حسب الرغبة، وذلك بغية الحماية من الفيضان.
- تجدر الإشارة إلى أنّ الماء المصرّف لا يولد طاقة كهربائية.
- نفرض أن حجماً من الماء قدره واحد وحدة قياس ينتج طاقة كهربائية مساوية 400 ميكاواط ساعي باستخدام معمل الطاقة A.
في حين ينتج باستخدام المعمل B طاقة كهربائية مساوية 200 ميكاواط ساعي.
- كما نفرض أن قدرة توليد الطاقة الكهربائية في المعمل A هي 60 ألف ميكاواط ساعي.
وقدرة المعمل B هي 35 ألف ميكاواط ساعي خلال أيّ من الفترتين.

- يمكن أيضاً خلال كل فترة بيع كمية من الكهرباء قدرها 50 ألف ميكاواط ساعي كحد أقصى بسعر 20 وحدة نقدية للميكاواط الساعي.
أما الطاقة الزائدة عن 50 ألف ميكاواط ساعي فتباع بسعر 14 وحدة نقدية للميكاواط الساعي.
- وفي الجدول المرفق معلومات إضافية عن عملية تشغيل الخزانين وعن التدفق مقدراً بالكيلوأو الهكتار أو القدم:

	الخزان A	الخزان B
السعة	2000	1500
التدفق المتوقع خلال الفترة الأولى	200	40
التدفق المتوقع خلال الفترة الثانية	130	15
المنسوب الأصغري المسموح به	1200	800
المنسوب في بداية الفترة الأولى	1900	850

المطلوب: صياغة نموذج رياضي لتعيين سياسة التشغيل المثلى التي تجعل العائد الكلي من مبيعات الكهرباء أعظمية.

ملاحظة: لا يمكن التعبير عن دالة الهدف هنا على شكل تابع خطي كما اعتدنا من قبل وذلك بسبب وجود سعرين للبيع في كل فترة.
لحل هذه المشكلة: نفصل متحولات الطاقة للباعة بـ 20 وحدة نقدية عن متحولات الطاقة المباعة بـ 14 وحدة نقدية وندرس كل فترة على حدة فنحصل على نموذج خطي

* **الدراسة خلال الفترة الأولى:**

نفرض x_1 الماء المزود لمعمل الطاقة A

x_2 الماء المزود لمعمل الطاقة B

S_1 الماء المصرف من الخزان A

S_2 الماء المصرف من الخزان B

d_1 منسوب الخزان A في نهاية الفترة الأولى.

d_2 منسوب الخزان B في نهاية الفترة الأولى

y_1 الطاقة المباعة بـ 20 وحدة نقدية.

y_2 الطاقة المباعة بـ 14 وحدة نقدية.

إن x_1 المزودة لمعمل الطاقة A تولد طاقة كهربائية $400\,x_1$

و x_2 المزودة لمعمل الطاقة B تولد طاقة كهربائية $200\,x_2$

وينبغي أن تكون الطاقة الناتجة خلال الفترة الأولى بعد تشغيل المعملين A, B مساوية للطاقة المباعة، وهكذا ينتج لدينا القيد:

$$400\,x_1 + 200\,x_2 = y_1 + y_2$$

إن قدرة المعمل A هي 60000 لا ينبغي أن نتجاوزها:

$$400\,x_1 \leq 60000 \Rightarrow x_1 \leq 150$$

وكذلك قدرة المعمل B هي 35000 لا ينبغي أن نتجاوزها:

$$200\,x_2 \leq 35000 \Rightarrow x_2 \leq 175$$

ينبغي أيضاً على d_1, d_2 ألا تقل عن المنسوب الأصغري ولا تزيد عن السعة المتاحة:

$$1200 \leq d_1 \leq 2000$$

$$800 \leq d_2 \leq 1500$$

وحسب نفس المسألة يجب ألا تزيد الطاقة المباعة بـ 20 وحدة نقدية عن 50000 ميكاواط ساعي، أي:

$$y_1 \leq 50000$$

بالنسبة للخزان A :

منسوب الخزان في البداية + التدفق =

كمية الماء المزودة لعمل الطاقة A + كمية الماء المصرفة + منسوب الخزان في نهاية الفترة الأولى.

أي أن القيد على الشكل التالي :

$$d_1 + S_1 + x_1 = 200 + 1900$$

أما بالنسبة للخزان B :

منسوب الخزان في البداية + التدفق + الماء المصرف من الخزان A + كمية الماء القادمة من العمل A =

كمية الماء المزود لعمل الطاقة B + كمية الماء المصرفة + منسوب الخزان في نهاية الفترة الأولى

أي أن القيد على الشكل التالي :

$$d_2 + S_2 + x_2 = x_1 + S_1 + 40 + 850$$

وتلك هي قيود الفترة الأولى.

الدراسة خلال الفترة الثانية:

نفرض x_3 الماء المزود لعمل الطاقة A

x_4 الماء المزود لعمل الطاقة B

S_3 الماء المصرف من الخزان A

S_4 الماء المصرف من الخزان B

d_3 منسوب الخزان A في نهاية الفترة الثانية

d_4 منسوب الخزان B في نهاية الفترة الثانية.

y_3 الطاقة المباعة بسعر 20 وحدة نقدية.

y_4 الطاقة المباعة بسعر 14 وحدة نقدية.

ملاحظة: إن منسوب الخزان في بداية الفترة الثانية هو نفسه منسوب الخزان في نهاية الفترة الأولى، أي d_1 للخزان A، و d_2 للخزان B.

بنفس الطريقة نحصل على قيود الفترة الثانية :

$$x_3 \leq 150$$
$$x_4 \leq 175$$
$$400\,x_3 + 200\,x_4 = y_3 + y_4$$
$$1200 \leq d_3 \leq 2000$$
$$800 \leq d_4 \leq 1500$$
$$d_3 + s_3 + x_3 = 130 + d_1$$
$$d_4 + s_4 + x_4 = x_3 + s_3 + 15 + d_2$$
$$y_3 \leq 50000$$

* دالة الهدف :

$$Z = 20\,(y_1 + y_3) + 14\,(y_2 + y_4)$$

* ومنه فالنموذج الرياضي : أوجد القيمة العظمى للتابع :

$$Z = 20\,(y_1 + y_3) + 14\,(y_2 + y_4) \longrightarrow \text{Max}$$

ضمن القيود :

$$x_1 \leq 150 \quad , \quad x_2 \leq 175$$
$$x_3 \leq 150 \quad , \quad x_4 \leq 175$$
$$1200 \leq d_1 \leq 2000 \quad , \quad 800 \leq d_2 \leq 1500$$
$$1200 \leq d_3 \leq 2000 \quad , \quad 800 \leq d_4 \leq 1500$$
$$400\,x_1 + 200\,x_2 - y_1 - y_2 = 0$$
$$400\,x_3 + 200\,x_4 - y_3 - y_4 = 0$$
$$d_1 + s_1 + x_1 = 1100$$
$$d_2 + s_2 + x_2 - x_1 - s_1 = 890$$
$$d_3 + s_3 + x_3 - d_1 = 130$$
$$d_4 + s_4 + x_4 - x_3 - s_3 - d_2 = 15$$
$$y_1 \leq 50000 \quad , \quad y_3 \leq 50000$$
$$x_i, s_i, d_i, y_i \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1,4}$$