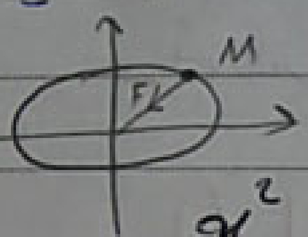
مثال:

تتحرك M نقطة مادية كتلتها m تتحرك وفق المعادلات:

$$x = a\cos wt$$
$$y = b\sin wt$$

حيث a,b,w ثوابت، عين القوة $\vec{F}$ المؤثرة على النقطة المادية.

الحل:



إذا تخلصنا من الزمن في المعادلات السابقة نجد:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

معادلة قطع ناقص

إذاً النقطة المادية تتحرك على قطع ناقص ولإيجاد القوة المؤثرة على النقطة المادية نستخدم قانون نيوتن الثاني (قانون التحريك الأساسي)

$$m\vec{\Gamma} = \vec{F}$$

بالإسقاط على المحاور الإحداثية نجد

$$m x'' = F_x$$
$$m y'' = F_y$$

$x' = -aw\sin wt \qquad x'' = -aw^2\cos wt = -w^2 x$

$y' = bw\cos wt \qquad y'' = -bw^2\sin wt = -w^2 y$

ومنه:

$$mx'' = -mw^2 x = F_x$$
$$my'' = -mw^2 y = F_y$$

$$F = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$$

$= mw^2 x\vec{i} - mw^2 y\vec{j}$ نقطة مادية تؤثر عليها قوة جاذبة مركزية تمر

$= -mw^2(x\vec{i} + y\vec{j})$ من المركز متناسبة مع بعد نقطة عن مركز حيث

$\vec{r}$ هو نصف قطر شعاع.

$$\vec{F} = -mw^2\vec{r}$$

حيث $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Subject:

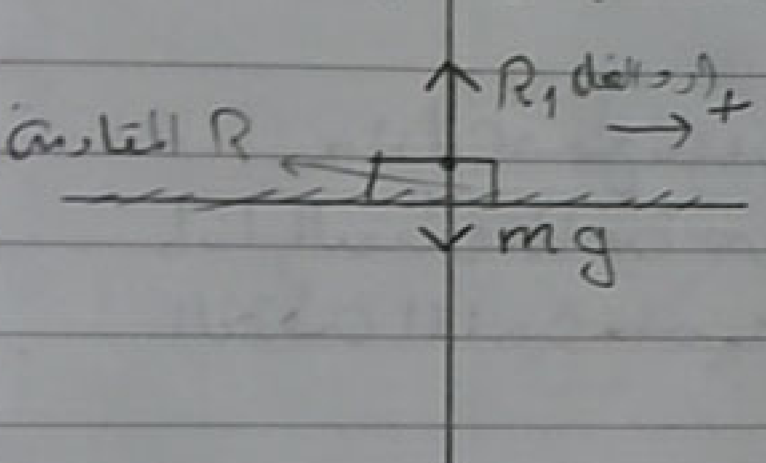
2b / /

مثال:

يسير جسم كتلته m على مستوٍ خشن، بتأثير صدمة تحرك هذا الجسم بسرعة ابتدائية مقدارها V_0، فإذا علمت أن الجسم يتعرض لمقاومة R ثابتة أثناء الحركة والمطلوب:

- حساب الفترة الزمنية اللازمة حتى يتوقف هذا الجسم عن الحركة
- ثم عين المسافة المقطوعة خلال تلك الفترة الزمنية.

نلاحظ أن mg و R (رد الفعل) متعاكستين في الاتجاه فتكون محصلتهما تساوي الصفر



الحل:

حسب قانون التحريك الأساسي

$$m\vec{\Gamma} = \vec{F}$$

بالإسقاط نجد

$$mx'' = R + \underbrace{R_{1} + mg}_{0}$$

$$mx'' = R \quad \text{(المقاومة)}$$

بالمكاملة مرة واحدة نجد: (نكامل بالنسبة للزمن)

$$mx' = Rt + C_1$$

حيث C_1 ثابت التكامل

$t=0$ (زمن ابتدائي) ، $x=0$ ، $x'_0 = V_0$

ومنه

$$mx' = 0 + C_1 \Rightarrow$$

$$C_1 = mV_0$$

$$\boxed{mx' = Rt + mV_0} \quad (1)$$

من هذه العلاقة نستطيع حساب الفترة الزمنية اللازمة حتى يتوقف الجسم عن الحركة. (عندما يتوقف الجسم عن الحركة فتكون السرعة صفراً $x'=0$)

$$x' = 0$$

$$0 = RT + mV_0 \Rightarrow$$

$$RT = -mV_0 \Rightarrow$$

الزمن اللازم حتى يتوقف الجسم عن الحركة.

$$\boxed{T = -\frac{m}{R}V_0}$$

T هو الزمن ولكن كتبناه T للتمييز عن t الزمن العام

نكامل العلاقة (1) مرة أخرى فنحصل على قانون الحركة

$$m x = \frac{R}{2} t^2 + m V_0 t + C_2$$

لحساب المسافة المقطوعة وهي x

$$x = \frac{R}{2} \frac{t^2}{m} + V_0 t + \frac{C_2}{m}$$

نعوض كل $T = t$ فنحصل على المسافة المقطوعة أي يكون

$$x = \frac{m V_0^2}{2R} - \frac{m V_0}{2}$$

المسألة الثانية في التحريك:

وهي كتلة النقطة المادية والقوى المؤثرة على النقطة المادية والمطلوب إيجاد المعادلات التفاضلية للحركة (بمعنى آخر قانون الحركة)

النظريات العامة في التحريك:

• نظرية كمية الحركة:

لتكن لدينا نقطة مادية M كتلتها m نعرف كمية الحركة لهذه النقطة بأنها:

$$\boxed{\vec{P} = m \vec{V}}$$

$\vec{P}$ و $\vec{V}$ شعاعين إما على نفس الحامل أو متوازيين.

إذا اشتقينا العلاقة بالنسبة لـ t

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \vec{\Gamma} = \vec{F}$$

نص النظرية:

مشتق زمني لكمية الحركة يساوي القوة المؤثرة على تلك النقطة المادية

إذا كانت $\vec{F} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P} = Const$$

(كمية الحركة ثابتة (مصونة).

تكون كمية الحركة مصونة إذا كانت القوة المؤثرة على النقطة تساوي الصفر.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow d\vec{P} = \underbrace{\vec{F} \cdot dt}$$

دفع جزئي للقوة F (عمل جزئي)

وبالتالي اذا كاملنا هذه العلاقة من اللحظة ما صفر الى لحظة أخرى اختيارية t ، وكاملنا الطرف الأول بالنسبة dt فنحصل على

$$(P - P_0) = \int_{t_0}^{t} F \cdot dt + C \Rightarrow$$

$$P = P_0 = \int_{t_0}^{t} F \cdot dt + C$$

مان تغير كمية الحركة لنقطة مادية خلال فترة زمنية محددة يساوي الى دفع القوى المؤثرة عليها خلال الفترة الزمنية نفسها.

نظرية العزم الحركي:

لتكن لدينا نقطة المادية M كتلتها m ولتكن o نقطة ما في الفراغ . ان العزم الحركي للنقطة حول (o) هو عزم كمية الحركة أي :

انتهت المحاضرة

Noura Zaher