Subject: المحاضرة الثانية 1a 2015 / 3 / 15

* الارتباطات:

إذا كانت النقطة المادية في الفراغ فإنها تتحرك بشكل حر أما إذا كانت عكس ذلك أي تتحرك على منحني أو على سطح عندئذ توجد إعاقة على هذا السطح (نقطة مادية مقيدة) ، إذا كان السطح هو سطح أملس يوجد عامل احتكاك يعيق حركة النقطة المادية (أي هنالك قيود سواء على السطح أو...)

هنالك عدة أنواع للارتباطات:

1) الارتباط المثالي:

هو ذلك الارتباط الذي يجب رد الفعل أن يكون ناظمياً على سطح أو منحني (أملس ناعم)

2) الارتباط الهندسي:

هو الارتباط الذي يتعلق بموضع النقطة المادية، ويمكن أن يعبر عنه رياضياً بالشكل:

$$F(x, y, z) = 0$$

3) الارتباط الحركي:

هذا الارتباط هو الارتباط الذي يتعلق بالعناصر الحركية كالسرعة والتسارع للنقطة المادية ويعبر عنه بالشكل:

ويتعلق بسرعة النقطة $\quad F(x, y, z, x', y', z') = 0$

4) الارتباط الثابت: هذا الارتباط لا يتعلق بالزمن بشكل مباشر

5) الارتباط المتحول

هذا الارتباط يتعلق بالزمن بشكل مباشر أي كلما غيرنا الزمن يتغير الارتباط ويعبر عنه رياضياً بالشكل:

$$F(x, y, z, t) = 0$$

* القوى:

تستطيع الأجسام التأثير المتبادل على بعضها البعض وذلك عن طريق التماس المباشر أو عن طريق التأثير عن بعد ويمكن أن تصنف القوى إلى الأصناف التالية:

1) **القوى السطحية**: هي تلك القوى التي تؤثر على نقاط سطح الجسم تتشكل مثل هذه القوى عن طريق تماس سطحين.

2) **القوى الحجمية** (الكتلية): هذه القوى تؤثر على جميع جزيئات الجسم
مثال: قوى التجاذب بين الأجسام.

3) **القوى الفعالة**: هذه القوى هي القوى التي إذا أثرت على جسم ما أكسبته تسارعاً.

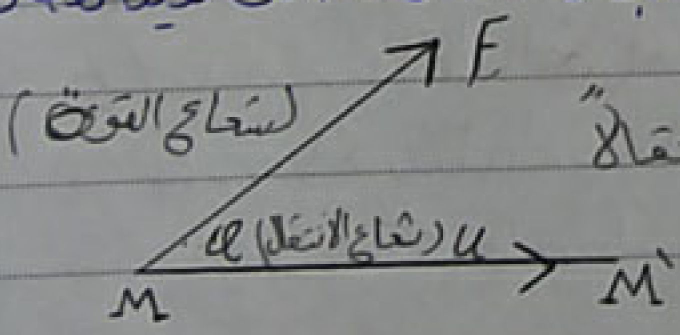
4) **القوى الخاملة**: هذه القوى هي القوى التي إذا أثرت على جسم ما لم تكسبه أي تسارع (هذه القوى مثل قوى الاحتكاك لا تعطي الجسم تسارع)

5) **القوى الداخلية**: هي تلك القوى الناشئة بين الأجسام المتوضعة بالقرب من بعضها البعض مثال على ذلك: القوى الجاذبة التي تحرك أجرام المجموعة الشمسية.

6) **القوى الخارجية**: هي تلك القوى الناشئة عن تأثير أجسام غريبة عن الجسم. مثال على ذلك: القوى الكهربائية التي تؤثر على حركة الأجسام

عمل القوى:

+ لندرس تأثير قوة $\vec{F}$ ثابتة في الطول والاتجاه، لنفرض أنه لدينا نقطة مادية M تؤثر عليها القوى $\vec{F}$.



عندما تؤثر هذه القوى على النقطة تكسبها انتقالاً من الموضع M إلى M'

نرمز للعمل بـ:

$$A = F \cdot u$$
$$= |F| \cdot |u| \cdot \cos \alpha$$

حيث α: الزاوية المتشكلة بين شعاع القوة F وشعاع الانتقال u.

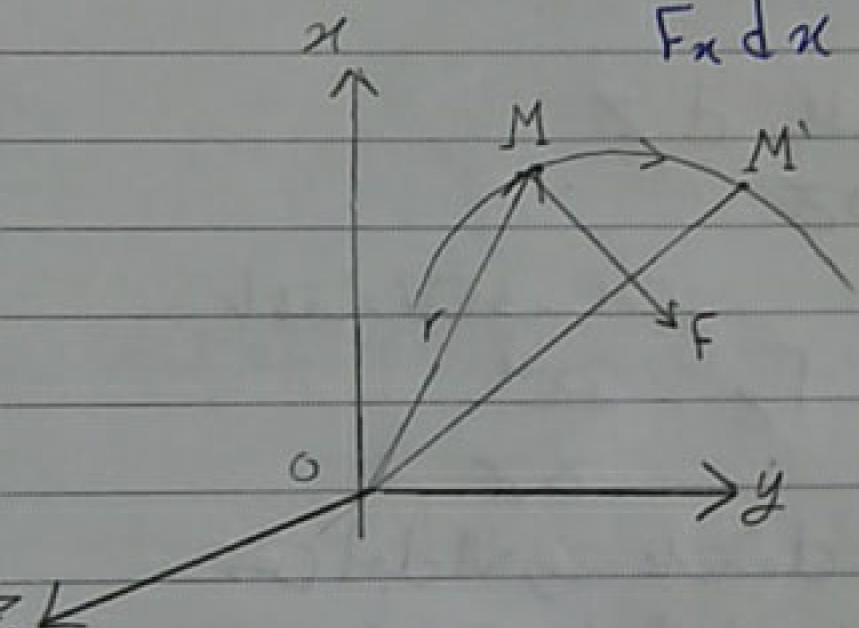
+ لندرس الآن تأثير قوة $\vec{F}$ متغيرة من حيث الطول والاتجاه :
نأخذ نقطة مادية ولدينا محاور إحداثية x,y,z ، إذا كانت النقطة
المادية تتحرك على منحني وتؤثر على هذه النقطة القوى F عندئذٍ إذا
أثرت هذه القوة على النقطة فإنها تحدث انتقال من الموضع M الى
الموضع M' هذا الانتقال هو dr خلال فترة زمنية dt وهذا
الانتقال هو انتقال جزئي عندئذ يكون العمل الجزئي هو

$$\boxed{dA = F \cdot dr}$$

ويمكن أن نكتب بالشكل:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

مع كل قوة تعمل على عمل جزئي
ونحصل على عمل كلي بجمع الأعمال الجزئية
العمل الكلي:



$$A = \int_{M}^{M'} F\cdot dr = \int_{M}^{M'} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

حقل القوى

تعريف: إذا فرضنا أن كل نقطة مادية من منطقة معينة في الفراغ يوافقها
شعاع تابع لموضع النقطة المادية ، قلنا أن هنالك حقل أشعة.
- إن لحقول الأشعة أنواع مختلفة وذلك حسب الصفات التي تميزها
- إذا كانت الأشعة واقعة في مستوٍ واحد فإننا ندعو هذا الحقل بحقل مستوٍ
- إذا كانت جميع الأشعة تمر من نقطة ثابتة فإننا ندعو الحقل بحقل مركزي

إذا فرضنا في منطقة معينة في الفراغ أن كل نقطة مادية خاضعة لقوة
فإن هذه القوة تكسب تلك النقطة تسارعاً وذلك حسب قانون نيوتن وبالتالي
فإن مثل هذا الحقل يدعى بحقل القوى.

القوى الكامونية

Subject:

لیکن لدینا حقل قوی ولتکن القوة $\vec{F}$ من هذا الحقل و M نقطة مادية
كذلك من هذا الحقل، ولنفرض أن النقطة المادية تلقت انتقالاً قدره
dr أو (dx, dy, dz) وبالتالي فإن العمل الجزئي:

$$dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

إذا كان الطرف الأيمن من العلاقة السابقة يمثل تفاضل تام لتابع فإننا
ندعوه بتابع كموني والحقل يدعى بحقل كموني و $\vec{F}$ قوة كمونية.
أي يمكن أن نكتب على الشكل التالي:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = du$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

بالمقارنة نجد أن:

$$F_x = \frac{\partial u}{\partial x} , \quad F_y = \frac{\partial u}{\partial y} , \quad F_z = \frac{\partial u}{\partial z}$$

من أجل التعرف على حقل فيما إذا كان كمونياً أم لا فإننا سوف
نضع فرض على التابع u تنص على أن:
- المشتقات الجزئية الثانية بالنسبة لـ z, y, x يمكن أن تبادل المواضع.

* $$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

نلاحظ أن المتحولات تبادلت
المواضع.

* $$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y}$$

* $$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$$

- كذلك إذا كان $\text{rot}\,\vec{F} = 0$ (دوران) فإن القوى كمونية

مثال:

$$\text{rot } F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$$

أي إذا كان المحدد يساوي الصفر تكون القوى كمونية.

- إذا كان $\text{grad } \vec{u} = \vec{F}$ = (تدرج التابع = $\vec{F}$)
عندئذ نقول ان القوى كمونية.

القوانين الأساسية في الميكانيك (التحريك):

1) **قانون العطالة:**
إذا لم تؤثر على الجسم أي قوة خارجية فإنه يبقى ساكناً أو يتحرك حركة مستقيمة منتظمة

2) قانون الفعل ورد الفعل:
قانون التحريك الأساسي: (قانون نيوتن الثاني)
ينص على أنه: جداء الكتلة بالتسارع يعطي القوة المؤثرة على النقطة المادية

$$\frac{\vec{F}}{\vec{\Gamma}} = m \Rightarrow \vec{F} = m\vec{\Gamma} \quad \text{(التسارع)}$$

3) **قانون الفعل ورد الفعل:**
إن التأثير المتبادل بين جسمين متساوٍ من حيث القيمة ومختلف من حيث الاتجاه على المستقيم الواصل بينهما.

ملاحظات:

+ القانون الأول يمكن ان يستنتج من القانون الثاني $m\vec{\Gamma} = \vec{F}$
إذا كانت $F=0$ نستنتج القانون الثاني.

+ قانون التحريك الأساسي $m\vec{\Gamma} = \vec{F}$ يمكن ان يكتب بأكثر من حالة وذلك حسب المحاور الإحداثية المتعلقة بها.

Subject: 6a / /

* بالإسقاط على المحاور الاحداثية نجد:

$$m x'' = F_x \qquad m y'' = F_y \qquad m z'' = F_z$$

حيث m كتلة النقطة المادية و x'', y'', z'' هو التسارع.

* الاحداثيات القطبية:

$$m(r'' - r\varphi'^2) = F_r$$

$$m(2r'\varphi' + r\varphi'') = F_\varphi$$

φ الزاوية بين الشعاع r و ox

* في الاحداثيات الذاتية:

* $$m \cdot \frac{dv}{dt} = F_\tau$$

حيث (v) السرعة (t) الزمن (F_τ) القوة على المماس.

* $$m\frac{V^2}{\rho} = F_n$$

حيث V^2 (السرعة)، ρ (نصف قطر التقوس)، F_n (القوة على الناظم الأساسي)

المسائل الأساسية في التحريك:

- المسألة الأولى:

وهي أن تعطى كتلة النقطة المادية ومعادلات حركة النقطة المادية والمطلوب ايجاد القوة المؤثرة على النقطة المادية.

نستخدم قانون نيوتن الثاني:

$$m\vec{\Gamma} = \vec{F}$$

بالاسقاط نجد:

$$m x'' = F_x$$

$$m y'' = F_y$$

$$m z'' = F_z$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$= m\sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2}$$

قاعدة اتجاه القوة:

$$\cos(F, \overset{i}{x}) = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos(F\ \overset{j}{y}) = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos(F, \overset{k}{z}) = \frac{F_z}{F}$$

مثال: لتكن M نقطة مادية كتلتها m تتحرك وفق المعادلتين:

$$x = R\cos wt$$
$$y = R\sin wt$$

عين القوة المؤثرة على النقطة M حيث R , w ثابتان.

الحل:

ان مسار النقطة المادية $x^2 + y^2 = R^2$ معادلة دائرة

للحصول على مسار نقطة مادية نقوم بحذف الزمن من المعادلتين x و y.

من قانون التحريك الأساسي

$$m\vec{\Gamma} = \vec{F}$$

$mx'' = F_x$, $x' = -Rw\sin wt$ $\quad x'' = -Rw^2\cos wt = -w^2 x$

$my'' = F_y$ $\quad y' = Rw\cos wt$ $\quad y'' = -Rw^2\sin wt = -w^2 y$

$$F_x = mw^2 x$$
$$F_y = mw^2 y$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{\ }\quad w^2 R\sqrt{x''^2 + y''^2}$$

$$F = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} = mw^2(x\vec{i} + y\vec{j})$$

Subject:

$$\vec{F} = -m w^2 \vec{r}$$

حيث: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

القوة هي جاذبة متناسبة مع بعد النقطة عن المركز.

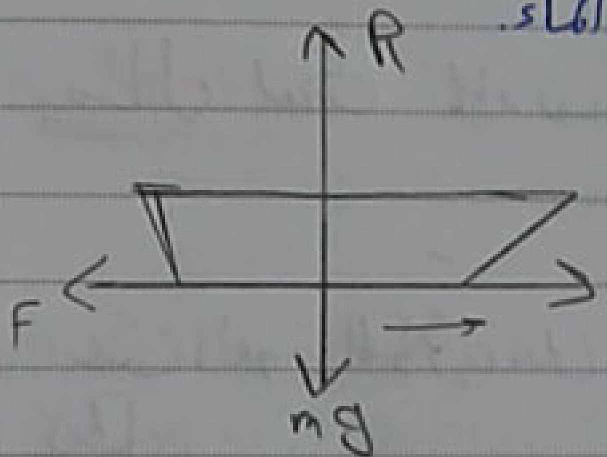
مثال:

يتحرك زورق كتلته m وفق المعادلة:

$$x = v_0 \frac{m}{a}\left(1 - e^{-\frac{a}{m}t}\right)$$

حيث v_0 السرعة الابتدائية، a مقدار ثابت

أوجد المقاومة التي يتلقاها الزورق من الماء.



الحل:

القوة المؤثرة:

mg وزن الزورق

R رد الفعل

F المقاومة

لدينا حسب قانون الحركة الأساسي:

$$m\vec{\Gamma} = \vec{F}$$

بالإسقاط:

$$m x'' = \vec{F}_x$$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$x' = v_0 e^{-\frac{a}{m}t}$$

$$x'' = -v_0 \cdot \frac{a}{m} \cdot e^{-\frac{a}{m}t}$$

وبالتالي يكون

$$F = m x''$$

$$= m.(-v_0) \cdot \frac{a}{m} \cdot e^{-\frac{a}{m}t}$$

$$\boxed{F = -a v_0 e^{-\frac{a}{m}t}}$$

وهذه قوة الاحتكاك (المقاومة)

يواجه إشارة (-) لأنها مقاومة