المحاضرة الثانية :

مثال: لكي يتم انتاج ثلاثة منتجات مختلفة A_1, A_2, A_3 في شركة ما يجب أن تمر عبر ثلاثة اقسام انتاجية فإذا علمت إن زمن انتاج الوحدة الواحدة من المنتجات المختلفة بالساعات في كل من الاقسام الثلاثة وكذلك الوقت الكلي المتاح لكل قسم معين موضح بالجدول التالي :

القسم الانتاجي	الزمن اللازم بالساعات للوحدة الواحدة حسب القسم المنتج			الوقت الكلي
	A_2	A_2	A_1	
القسم الأول	3	1	2	120
القسم الثاني	0	2	1	60
القسم الثالث	1	0	2	40

المطلوب :
ايجاد الخطة الانتاجية المثلى لهذه الشركات حسب الوقت المتاح لكل قسم بحيث يحقق اكبر ربح ممكن علماً بان الربح الصافي من انتاج كل وحدة من A_1, A_2, A_3 هو 10, 20, 12 وحدة نقدية

* نلاحظ ان في هذا المثال ان القيد هو الزمن ، ولكن في المحاضرة السابقة القيد هو الكمية

الربح في هذا المثال يتحقق من خلال ساعات الزمن المعطى واستغلال الزمن

① نموذج الخطة المثالية للقطاع :

لنفرض أن القطاع مؤلف من n مؤسسة تنتج كل منها m نوع من المنتجات . اذا كانت كميات الانتاج محددة حسب الانواع على الشكل التالي : $A_1, A_2, \dots, A_m$

وكانت المعرفة $[t_{ij}] \neq 0$ حيث $i = \overline{1,m}$ و $j = \overline{1,n}$ وهي معلومة

المعاملات الفنية لتفكك العمل .

اذا فرضنا ان x_{ij} هو مقدار ما يجب انتاجه من النوع i في المؤسسة j المطلوب : وضع نموذج رياضي بحيث تكون تكلفة الانتاج الاجمالي هي الاقل تكلفة واحدة المنتجات من النوع i في المؤسسة j هو c_{ij} عندئذ شروط كميات الانتاج : هي،

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = A_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = A_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = A_m \end{cases}$$

حيث x_{12} كمية المنتج الأول في المؤسسة الثانية .

حامة المؤسسات من القوى العاملة هي عبارة عن $T_1, T_2, \dots, T_n$ ..

اذا كانت الوحدة الواحدة من المنتج اي المؤسسة ن تحتاج t_{ij} معنى ذلك ان الكمية المنتجة x_{ij} تحتاج الى t_{ij} حسابيا :

$$\star\star \begin{cases} t_{11}x_{11} + t_{21}x_{21} + \dots + t_{m1}x_{m1} \leqslant T_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{1n}x_{1n} + t_{2n}x_{2n} + \dots + t_{mn}x_{mn} \leqslant T_n \end{cases}$$

⊙ $t_{11}x_{11}$ ساعات العمل اللازمة لانتاج المنتج الاول A_1 في المؤسسة الاولى .. وهكذا

$t_{21}x_{21}$ الزمن اللازم لانتاج المنتج الثاني في المؤسسة الاولى .

⊙ الزمن المتاح للمؤسسة الاولى هو T_1 اي هو مجموع الازمنة اللازمة لانتاج المنتجات .

وهكذا !

لدينا c_{ij} تكلفة الوحدة الواحدة من المنتج i في المؤسسة ن اذا اذا كنا ننتج x_{ij} عندئذ فان التكلفة الاجمالية هي $c_{ij}x_{ij}$ ولكل $i=\overline{1,m}$ و $j=\overline{1,n}$ ن عندئذ يكون التابع على الشكل التالي :

$$L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \longrightarrow \text{Min} \qquad (\star\star)$$

وبالتالي يصبح النموذج الرياضي :

أوجد القيم الحدية للتابع $(\star\star)$ ضمن الشروط :

المجموعة الاولى من الشروط تمثل الانتاج . $\star$

المجموعة الثانية من الشروط للساعات العمل . $\star\star$

المجموعة الثالثة من الشروط هي شروط عدم السلبية اي $x_{ij} \geqslant 0$; $\overline{i=1,m}$; $\overline{j=1,n}$

② نموذج الاستغلال الامثل للأراضي الزراعية :

لنفرض انه لدينا n منطقة زراعية مساحة كل منها تساوي $a_1, a_2, \dots, a_n$ تريد زراعتها بـ m نوع من المحاصيل الزراعية لتأمين متطلبات المجتمع منها حيث يلزمنا من المحصول i المقدار b_i فاذا كان متوسط انتاج واحدة المساحة في الحقل j من المحصول i يساوي a_{ij} طن/ها الهكتار (اي كل هكتار ينتج a_{ij} طن) وكان السعر الحامل من كل واحدة من المحصول i يساوي c_i DC المطلوب :

تحديد مقدار المساحة اللازم زراعتها بكل من المحاصيل وفي جميع المناطق لتحقيق اكبر ربح ممكن لكي تغطي حاجات المجتمع لكل من كل محصول .

⊙ نفرض x_{ij} هي المساحة المزروعة من المحصول i في المنطقة j عندئذ تكون شروط تمثيل الانتاج هي :

$$a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \cdots + a_{1n}x_{1n} \geq b_1$$
$$a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \cdots + a_{2n}x_{2n} \geq b_2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + \cdots + a_{mn}x_{mn} \geq b_m$$

} شروط تمتين الانتاج.

المعامل \ المنطقة	1	2	⋯	n	مقدار الطلب
1	x_{11} a_{11}	x_{12} a_{12}	⋯	x_{1n} a_{1n}	b_1
2	x_{21} a_{21}	x_{22} a_{22}	⋯	x_{2n} a_{2n}	b_2
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮	⋮
m	x_{m1} a_{m1}	x_{m2} a_{m2}	⋯	x_{mn} a_{mn}	b_m
	a_1	a_2		a_n	

الكمية المزروعة من المحصول الاول في المنطقة الاولى

ومنه تكون شروط المساحة المزروعة هي :

مجموع كميات المحاصيل في المنطقة ①

$$x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = a_1$$
$$x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = a_2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = a_n$$

} شروط المساحة المزروعة

المساحة المسموح بزراعتها

كانت الربح الحاصل من المحصول الاول في المنطقة الاولى هو $a_{11}x_{11}$

الربح الحاصل من المحصول الاول في المنطقة الثانية هو $a_{12}x_{12}$ ..... وهكذا

يمكن كتابة الربح الحاصل من المحصول الاول بالشكل :

$$c_1(a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \cdots + a_{1n}x_{1n}) = c_1 \sum_{j=1}^{n} a_{1j}x_{1j}$$

الربح الحاصل من المحصول الثاني

$$c_2(a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \cdots + a_{2n}x_{2n}) = c_2 \sum_{j=1}^{n} a_{2j}x_{2j}$$

من اجل المحصول الثاني

$$\cdots\cdots\cdots$$

الربح الحاصل من المحصول m

$$c_m(a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + \cdots + a_{mn}x_{mn}) = c_m \sum_{j=1}^{n} a_{mj}x_{mj}$$

ومنه يكون الربح العام : يعطى بالعلاقة :

$$c_1 \sum_{j=1}^{n} a_{1j}x_{1j} + c_2 \sum_{j=1}^{n} a_{2j}x_{2j} + \cdots + \sum_{j=1}^{n} a_{mj}x_{mj} \longrightarrow \max$$

ضمن مجموعات الشروط ① شروط كميات الانتاج ② شروط المساحة المزروعة

③ عدم السلبية $x_{ij} \geq 0$

مثال: نريد استغلال اربع مناطق زراعية هي الساحل - الغاب - حلب - حوران
ومساحة كل منها 10 الساحل ، 15 الغاب وحلب 100 وحوران 50
وذلك بزراعتها بالمحاصيل قمح وشعير وقطن وتبغ وشوندر .
لنوضح بالجدول التالي طلب كل مادة و سعر الطن لكل مادة :

المنطقة / المحاصيل	الساحل	الغاب	حلب	حوران	الطلب	سعر الطن
قمح	5	4	6	6	2000	1500
شعير	6	5	4	6	1500	1000
قطن	4	10	8	5	500	5000
تبغ	7	2	0	0	100	4500
شوندر	3	12	10	4	700	500
المساحة	10	15	100	50		

الحلول : صياغة النموذج الرياضي لهذه المسألة بحيث تكون قيمة الانتاج أكبر ما يمكن .

Finished Lecture ....