ثانياً: دراسة الحساسية عند تغير أحد الثوابت العددية في الطرف الأيمن للمتراجحات مع ثبات تابع الهدف :

سنقوم بإدراج هذه الدراسة من اجل المثال الذي ورد في المحاضرة السابقة :

حيث :

$$Z = 5x_1 + 9x_2 \longrightarrow Max$$

ضمن الشروط :

$$2x_1 + 6x_2 \leqslant 24000 + \Delta_1 = B_1$$
$$8x_1 + 4x_2 \leqslant 40000$$
$$5x_1 + 6x_2 \leqslant 30000$$
$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

نلاحظ ان حدوث التغير على قيمة الثابت B_1 يجعل المستقيم الاول يتحرك في المستوي Ox_1x_2 فإذا كان التغير بالزيادة فإن المستقيم الاول يتحرك باتجاه الأعلى وموازياً لنفسه

- واذا كان التغير بالنقصان فإن المستقيم يتحرك باتجاه الاسفل وموازياً لنفسه

* في الحالة الاولى اذا كان التغير بالزيادة : فإن منطقة الحلول المقبولة تتحول من OABCD الى المنطقة OABCE

حيث ان نقطة الحل الثاني C تتحرك على الضلع BE حتى تبلغ النقطة E التي احداثياتها $E = (0, 5000)$

عندئذ معادلة المستقيم الناتج عن انسحاب المستقيم الاول بمقدار 1000 والمار من النقطة E وميله يساوي ميل المستقيم الاول (لانه موازٍ له) اي يساوي $-\frac{2}{6}$

تعطى بالشكل :

$$(x_2 - 5000) = -\frac{2}{6}(x_1 - 0)$$
$$x_2 = -\frac{2}{6}x_1 + 5000$$

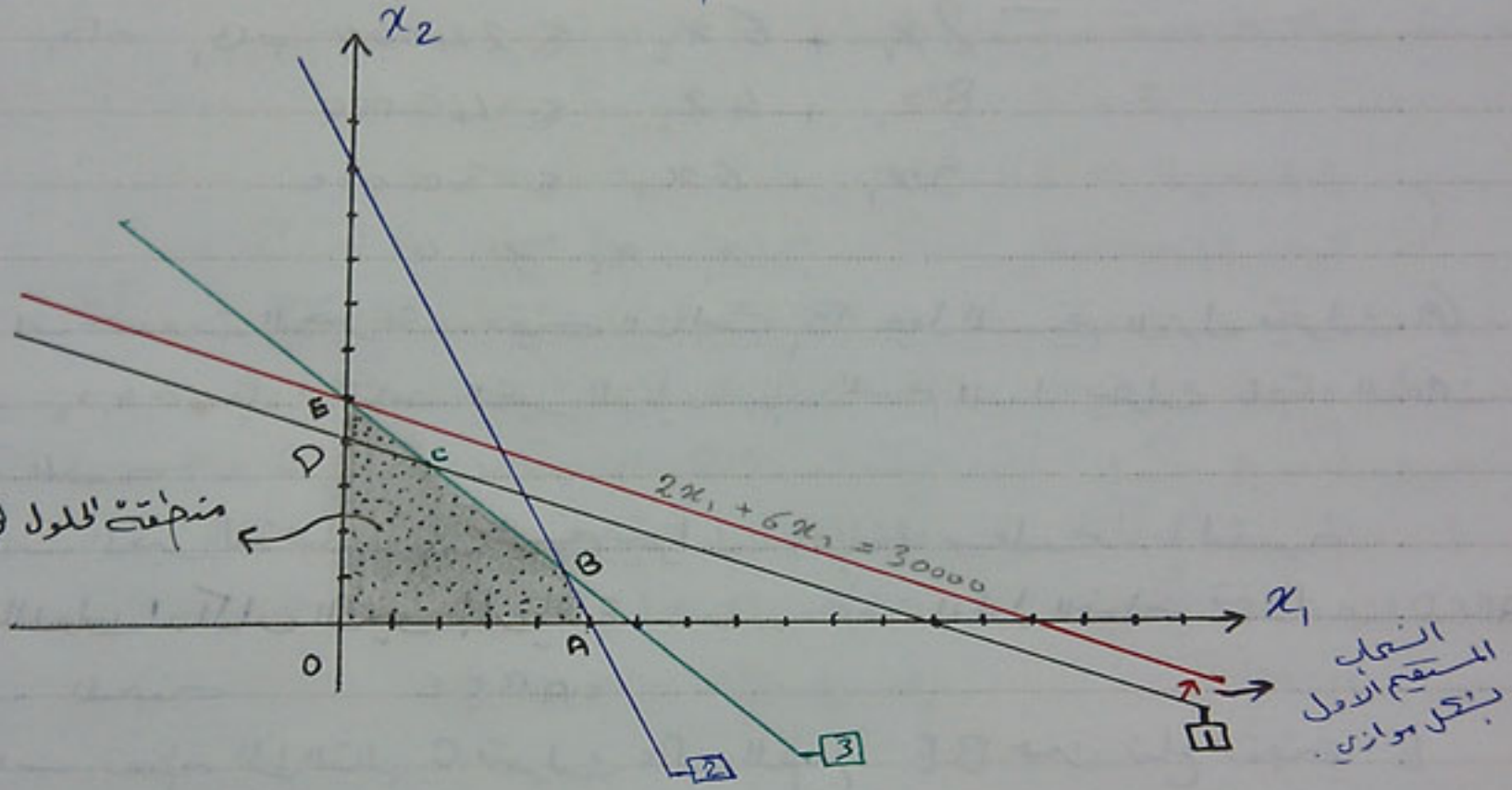
بضرب الطرفين بـ 6 نجد :

$$2x_1 + 6x_2 = \boxed{30000}$$

اي ان قيمة الثابت B_1 قد ازدادت من 24000 الى 30000 وهنا نلاحظ ان المتحولات القاعدية للحل الثاني بقيت نفسها x_1, x_2 ولكن القيم العددية لهذه المتحولات في نقاط الحل الثاني تغيرت ، فنقصت الى ان اصبحت x_1 تبلغ الصفر و x_2 زادت حتى بلغت 5000

ALMADIA.net

وبالتالي فإن حقل الهدف قد زادت عنه بلغت قيمة جديدة
وحدة نقدية ← $Z = 5 \times 0 + 9 \times 5000 = 45000$ (يعبر عن زيادة الربح)
وهنا نلاحظ أن الاستمرار في زيادة قيمة B_1 عن الحد المعين بالمعادلة السابقة
وهو 30000 يجعل المستقيم (1) يأخذ وضع غير مفيد في تحديد وتعريف منطقة
الحلول المقبولة ويبتعد عن حدودها الجديدة حيث يصبح المستقيم الثالث
حاجزاً أو عازل بينه وبين منطقة الحلول .



* **الحالة الثانية إذا كان التغير بالنقصان :** فإن المستقيم الأول يتحرك بشكل موازٍ لنفسه بالاتجاه الأسفل حيث يمر من النقطة B (أحد رؤوس منطقة الحلول) .
حيث إحداثيات النقطة B هي : (4285.71 , 1428.57)
ويمر بالنقطة B' الواقعة على المحور ox_2 التي إحداثياتها B'=(0, 2857.14)
وعندها نجد أن الحل المثالي قد انتقل من النقطة C إلى النقطة B وفيها يأخذ التابع الهدف القيمة :
$$Z = 34285.68$$
عندئذ إن معادلة المستقيم المار من النقطة B والموازي للمستقيم الأول أي له نفس الميل تكون :
$$(x_2 - x_{2B}) = -\frac{2}{6}(x_1 - x_{1B})$$
$$x_2 - 1428.57 = -\frac{2}{6}(x_1 - 4285.71)$$
$$2x_1 + 6x_2 = 17142.82$$

يمكن إيجاد إحداثيات النقطة B' وذلك من معادلة المستقيم المارة عليه .
حيث نعلم أن $x_{1B'} = 0$ فيبقى إيجاد $x_{2B'}$
← B'=(0, 2857.14)

ALMUBIB.net

وبالتالي فإن قيمة B_1 قد نقصت من 24000 الى 17142,82

فإذا تابع الثابت B_1 بالتناقص فإن المستقيم (1) يتحرك موازيا لنفسه وبالتالي يصبح المستقيم الثالث خارج منطقة الحلول المقبولة، مما يؤدي الى تغير المتحولات القاعدية الداخلة في مركبات الحل المثالي.

وعليه فإن B_1 يزداد حتى يصل الى 30000 ويتناقص حتى يصل الى 17142.84 دون أن يؤدي الى تغير المتحولات القاعدية الداخلة في مركبات الحل المثالي.

اذاً:

$$17142.82 \leqslant B_1 \leqslant 30000$$

اي أن:

$$17142.82 \leqslant B_1 = 24000 + \Delta_1 \leqslant 30000$$

$$\Rightarrow \quad -6857.16 \leqslant \Delta_1 \leqslant 6000$$

لدراسة تأثير هذا التغير على المتحولات القاعدية x_1, x_2 وعلى قيمة تابع الهدف Z لذلك نأخذ معادلتي الشرطين الأول والثالث ≪ اذ نقطة الحل المثالي C ناتجة عن تقاطع المستقيم الأول والثالث ≫ فلها حل مشترك:

$$2x_1 + 6x_2 = 24000 + \Delta_1 \quad (1)$$

$$5x_1 + 6x_2 = 30000 \quad (3)$$

بطرح (1) من (3) ثم القسيم على 3:

$$x_1 = 2000 - \frac{\Delta_1}{3} \quad \cdots (*)$$

ثم نعوض x_1 الناتج في (3) أو (1) نجد:

$$x_2 = \frac{20000}{6} + \frac{5}{18}\Delta_1 \quad \cdots (*')$$

بتعويض قيمتي x_1, x_2 في تابع الهدف نجد:

$$Z = 4000 + \frac{5}{6}\Delta_1 \quad \cdots (*'')$$

وهكذا نجد انه اذا تغير الثابت B_1 بمقدار Δ_1 الذي اوجدنا مجال تغيره حيث يحافظ على المتحولات القاعدية للحل المثالي، فإن ذلك ينعكس على قيم الحل المثالي المقابل لتلك المتحولات، وعلى قيمة تابع الهدف.

أجب انك تتبع كما العلاقات (*) و(*') و(*'') التي من خلالها نجد على حل مثالي جديد مباشرة:

مثلاً: اذا كانت $\Delta_1 = 1000$ فإن $B_1 = 25000$ و $x_1 = 1666.67$ و $x_2 = 3611.11$ و $Z = 40833.33$

دراسة التغير بالنسبة للمستقيم الثاني والثالث.

(59)

Finished Lecture....

ALAUIB.net