/ /

نمذجة رياضية

المحاضرة الخامسة عشرة

٢٠١٥/٤/٢٧

إدارة المخزون

مقدمة:

- تعتبر إدارة المخزون من أهم وظائف الإدارة، وهي تلعب دوراً كبيراً في عمليات الإنتاج والتسويق، وخاصة في المنشآت الإنتاجية والمؤسسات التجارية لأن هذه المنشآت والمؤسسات لابد لها من أن يكون لديها مستودعات تحتفظ فيها بأدواتها ومعداتها وبضائعها المصنعة وشبه المصنعة والمواد الخام لتشغيلها ولصيانة آلاتها أو لتأمين مخزون يغطي حاجات السوق من المواد الغذائية أو السكنية أو ....

- للتخزين أنواع وأهداف نذكر منها:

1) تخزين قطع الغيار لضمان استمرارية الإنتاج.
2) تخزين المواد لغرض الحماية من زيادة الأسعار.
3) تخزين المواد للمضاربة في السوق.
4) تخزين الأدوية لتأمين حاجات السوق وخاصة في حالة الكوارث.
5) تخزين الأغذية لتأمين حاجة السكان.
6) تخزين الدم لتأمينه في حالات الطوارئ والضرورة.

مع الإشارة إلى أننا سنقتصر على معالجة كيفية تحديد حجم المخزون وحساب تكاليفه لأن أساليب ونظم التخزين خارجة عن موضوع دراستنا.

والسبب في الاهتمام بحجم المخزون وتكاليفه لأن ذلك يؤثر على كفاءة وربحية المنشأة الإنتاجية أو المؤسسة التجارية.

/ /

- فالمخزون يعتبر أصلاً من أصول المنشأة، ويمكنه أن يغير من الوضع المالي للمنشأة ويحقق لها أرباحاً كبيرة أو يوقعها بخسائر فادحة.
- حيث أنه في العصر الحالي تتطلب إدارة المخزون أن يكون لديها نظام معلوماتي متطور يتجاوب بسرعة في تلبية الطلبات ويحدد أوتوماتيكياً الكميات المتبقية في المستودع في أية لحظة زمنية، ويقدم إنذاراً أو إبلاغاً عن المواد التي أصبحت كمياتها أقل من الحد الأدنى، ويطلب فوراً تأمين تزويد المستودع بالكميات المناسبة لكل من هذه المواد.

- بناءً عليه: السؤال المهم الذي يطرحه مدير المستودعات:
ماهو الحجم المثالي الذي يجب تخزينه؟

- للإجابة على هذا السؤال نلاحظ أنه إذا كان حجم المخزون كبيراً جداً فإن ذلك يضمن توفر المادة المخزنة بشكل جيد، ولكنه يوقع المنشأة أو المؤسسة بخسائر كبيرة أهمها:

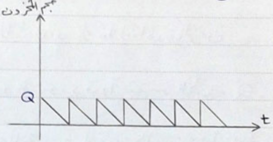
1) إن قيمة المخزون هي رأسمال مجمّد ولا يُستفاد منه خلال فترة التخزين إلا إذا ارتفعت الأسعار، وبذلك تخسر المؤسسة الفائدة المستحقة عليه.

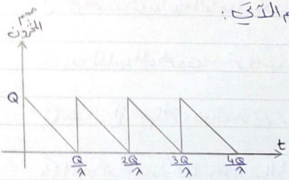
2) إذا كانت كمية المخزون كبيرة فإن فترة تسويقها تكون كبيرة أيضاً، وهذا يعرضها للتلف أو العطب أو لانخفاض الأسعار، وبذلك تكبد المؤسسة خسائر فادحة من جراء ذلك.

3) أما إذا كانت كمية المخزون صغيرة جداً فإن ذلك قد يؤدي إلى اختناق في تأمين المواد الأولية اللازمة للإنتاج وبالتالي إلى توقف الإنتاج، أو يؤدي إلى قصور في تأمين حاجات السوق من المواد الغذائية، وبالتالي إلى ارتفاع الأسعار أو إلى اضطراب في الحياة الاجتماعية.

- بصورة عامة يتأثر حجم المخزون بحجم الطلب عليه (Q)، وبتكرار الطلب في وحدة الزمن (λ) إذا افترضنا أن هذين العاملين ثابتان لمادة ما، فإننا سنجد أن المخزون المتبقي في المستودع سيتناقص مع الزمن إلى أن يبلغ مستوى معيناً (صفر مثلاً) ثم تتم إعادة التخزين من جديد، ويعود العمل إلى ما كان عليه.

ولتوضيح حركة المخزون مع الزمن نقدم الرسم الآتي:





- إن معالجة وتحليل مواضيع إدارة المخزون أفرزت عدة نماذج هي:

1) النماذج الساكنة للمخزون: أ- النموذج الساكن دون قبول عجز في المخزون.
ب- النموذج الساكن مع قبول عجز في المخزون.
جـ- النموذج الساكن مع احتياطي الأمان.
د- نموذج الأسعار المتغيرة.
هـ- النموذج الساكن لعدة مواد دون عجز.

2) النماذج الديناميكية للمخزون: أ- نموذج التكاليف الخطية.
ب- نموذج التكاليف المنحنية.

3) النماذج العشوائية للمخزون: أ- نموذج المدة الواحدة بمخزون ابتدائي.
ب- نموذج المدة الواحدة بمخزون ابتدائي وتكلفة ثابتة للطلبية.
جـ- نموذج المدتين.

/ /

الفرضيات الأساسية :

إن الفرضيات الأساسية لبناء هذه النماذج تتلخص بمايلي :

1) حجم المخزون في بداية الزمن يساوي مقداراً Q وهو ما سنبحث عن تحديده وحسابه .

2) إن الطلب على المخزون مستمر وبمعدل ثابت قدره λ خلال واحدة الزمن .

3) عندما يبلغ حجم المخزون الصفر يتم تزويد المستودع فوراً بنفس الكمية Q .

4) إن تكلفة إعداد الطلبية وإرسالها إلى المورّد تساوي في كل مرة مقداراً ثابتاً K

5) إن تكلفة شراء وإيصال واستلام وترتيب الطلبية Q يساوي C لكل واحدة منها ويبلغ إجمالي هذه التكلفة عند هذه الطلبية QC تسمى التكلفة المتغيرة للطلبية .

6) إن تكلفة التخزين تساوي مقداراً ثابتاً h عن كل واحدة موجودة في المستودع خلال واحدة الزمن ، وتشمل تكلفة السيولة المجمدة ، وتكلفة المساحة المشغولة ، وتكلفة الحماية والأمن والتأمين والضرائب والرسوم المختلفة .

7) إن تكلفة العجز الناتج عن نقص المخزون تساوي مقداراً ثابتاً عن كل واحدة غير موجودة في المستودع خلال واحدة الزمن ، مثل غرامات التأخير ، أو فائدة المبلغ المدفوع ، أو خسارة الزبون كفرصة ضائعة ، أو فقدان الثقة بالمستودع . . . .

* سنحاول في المحاضرات القادمة دراسة النماذج السكونية حيث سنقوم بتحديد الكمية Q وحسابها ، وهي الكمية التي يجب طلبها ووضعها في المستودع عند بداية كل فترة بحيث تكون التكلفة الإجمالية للتخزين في واحدة الزمن أصغر ما يمكن .

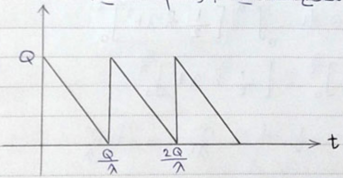
النموذج السكوني بدون عجز ولمادة واحدة:

الفرضيات الأساسية لهذا النموذج:

1) حجم الطلبية الثابت Q
2) حجم الطلب على المخزون في واحدة الزمن λ
3) الكلفة الثابتة لإعداد الطلبية $C_1 = K$
4) تكلفة الشراء والتوصيل والاستلام: $C_2 = CQ$
5) تكلفة التخزين خلال واحدة الزمن للكمية المتبقية في المستودع C_3 (مجهولة)
6) مدة نفاذ الكمية المخزنة $\frac{Q}{\lambda}$ وهي نفسها مدة الدورة التخزينية.

توضيح: إذا كان لدينا في المستودع على سبيل المثال $Q = 40$ كغ من مادة ما في بداية الزمن، وكان حجم الطلب على المخزون هو $\lambda = 4$ كغ في اليوم فإن مدة نفاذ المستودع هي $\frac{Q}{\lambda} = \frac{40}{4} = 10$ أيام.

نمثل حركة المخزون في النماذج السكونية بالرسم السكوني:



إذا رمزنا للكمية المتبقية في المستودع في اللحظة t وخلال الفترة الزمنية الأولى $[0, \frac{Q}{\lambda}]$ بالرمز q_t فإن q_t تعطى بدلالة الزمن بواسطة المستقيم:

$$q_t = Q - \lambda t$$

/ /

- حتى نستطيع حساب تكلفة التخزين على المجال $[0, \frac{Q}{\lambda}]$ نجزئ هنا المجال إلى n مجالاً جزئياً طول كل منها هو Δt ، بحيث نستطيع إيجاد التكلفة في أية لحظة i ، وذلك من خلال حساب الكمية المتبقية من المخزون المقابلة للمجال الجزئي i : $q_i = Q - \lambda t_i$

فتكون تكلفة التخزين على مجال جزئي i :

$$C_i = h q_i \Delta t = h(Q - \lambda t_i)\Delta t$$

ومنه تكون تكلفة التخزين على المجال $[0, \frac{Q}{\lambda}]$ هي :

$$C_3 \simeq \sum_{i=1}^{n} h(Q - \lambda t_i)\Delta t$$

عندما $n \to \infty$ فإن $\Delta t \to 0$ ويصبح :

$$C_3 = \int_0^{\frac{Q}{\lambda}} h(Q - \lambda t)\,dt$$

$$C_3 = \int_0^{\frac{Q}{\lambda}} hQ\,dt - \int_0^{\frac{Q}{\lambda}} h\lambda t\,dt$$

$$C_3 = \left[hQt\right]_0^{\frac{Q}{\lambda}} - \left[\frac{1}{2} h\lambda t^2\right]_0^{\frac{Q}{\lambda}}$$

$$C_3 = \frac{hQ^2}{\lambda} - \frac{1}{2} h\lambda \frac{Q^2}{\lambda^2} = \frac{hQ^2}{2\lambda}$$

وعليه فإن التكاليف الإجمالية :

$$TC(Q) = C_1 + C_2 + C_3$$

$$TC(Q) = k + CQ + \frac{hQ^2}{2\lambda}$$

Total Cost

/ /

ومتى نحصل على تكلفة التخزين في واحدة الزمن نقسم على المدة التخزينية:

$$\frac{TC(Q)}{\frac{Q}{\lambda}} = \frac{k\lambda}{Q} + C\lambda + \frac{hQ}{2}$$

ومنه ينتج لدينا التابع:

$$\boxed{C(Q) = \frac{k\lambda}{Q} + C\lambda + \frac{hQ}{2}}$$

الآن مهمتنا هي إيجاد قيمة Q (حيث $Q > 0$) التي تجعل التابع $C(Q)$ أصغر ما يمكن

أي: $C(Q) \longrightarrow \text{Min}$

وهذا هو النموذج الرياضي.

- لإيجاد الحل نوجد قيمة Q التي تعدم المشتقة الأولى لِ $C(Q)$:

$$\frac{dC(Q)}{dQ} = \frac{-k\lambda}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

$$\Longrightarrow \frac{k\lambda}{Q^2} = \frac{h}{2} \Longrightarrow Q^2 = \frac{2k\lambda}{h} \Longrightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2k\lambda}{h}}$$

وهي القيمة التي تجعل التكلفة الإجمالية للتخزين في واحدة الزمن $C(Q)$ أصغر ما يمكن

وللتأكيد على أن هذه النقطة تقابل قيمة صغرى للتابع $C(Q)$ نأخذ المشتقة الثانية فنجد:

$$\frac{d^2C(Q)}{dQ^2} = \frac{k\lambda}{Q^3} > 0$$

بما أن المشتق الثاني موجب فإن النقطة Q^* تقابل نهاية صغرى للتابع $C(Q)$ وهي نقطة وحيدة لأن $Q > 0$.

/ /

مسألة: (لم تحلها الدكتورة)

لنفرض أن تاجراً يقوم بتخزين وبيع بيض الدجاج، وأن معدل الطلب على ذلك البيض في مستودعه يساوي 2000 صندوق في الأسبوع.

وإن تكلفة إعداد الطلبية الواحدة المؤلفة من Q صندوقاً تساوي 20 ل.س

وإن تكاليف تخزين الصندوق الواحد لمدة أسبوع = 8 ل.س

المطلوب:

1) حساب الحجم المثالي للطلبية Q^* الذي يجعل تكاليف التخزين أصغر ما يمكن

2) حساب مدة الدورة التخزينية بالساعات إذا علمت أن عدد أيام عمل الأسبوع هو 6 أيام، وأن عدد ساعات العمل في كل يوم هو 10 ساعات فقط.

الحل: لدينا : $h = 8$, $C_1 = K = 20$, $\lambda = 2000$

1) الحجم المثالي للطلبية:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 2000}{8}} = \sqrt{\frac{80000}{8}}$$

$$Q^* = \sqrt{10000} = 100$$

2) مدة الدورة التخزينية هي $\frac{Q^*}{\lambda} = \frac{100}{2000} = \frac{1}{20}$ أسبوعاً.

ولكن لدينا عدد ساعات العمل في الأسبوع هو: $6 \times 10 = 60$ ساعة.

وبالتالي فإن مدة الدورة التخزينية مقدرة بالساعات هي: $\frac{60}{20} = 3$ ساعات

نهاية المحاضرة الخامسة عشرة