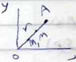
المحاضرة 16 :

مثال: M نقطة مادية تتحرك على المستقيم OA بسرعة u المستقيم OA يدور حول O في المستوي xy بسرعة زاوية مقدارها ω . أوجد سرعة النقطة M بالنسبة للمستوي بدلالة $OM = r$

الحل: لنأخذ في المستوي xy المحورين ox و oy
إن حركة النقطة M على المستقيم OA هي حركة نسبية وسرعتها u على هذا المستقيم هي السرعة النسبية
$V_r = u$

الحركة الدورانية للمستقيم OA هي حركة جرية للنقطة M وسرعة تلك النقطة . من المستقيم OA التي تنطبق على M في لحظة ما تكون عبارة عن السرعة الجرية للنقطة M وبالتالي وضع النقطة M على المستقيم OA يتحدد بالمقدار r



وهذه النقطة M تتحرك على دائرة نصف قطرها r
(كله في الحركة الجرية) ومقدار سرعتها الجرية

$$v_e = \omega . r$$

وهي عامودية على OM (أي عمودية على r أي عامودية على v_r)

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 + 2 v_r . v_e \cos\theta}$$

v_r و v_e متعامدين

$$v_a = \sqrt{u^2 + \omega^2 r^2}$$

مثال: يتم الصعود الشاقولي لطائرة عامودية وفق المعادلة:

$$Z = 0.25t^2$$

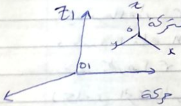
أما معادلة دوران مروحتها فتأخذ الشكل:

$$\varepsilon = 3t^2$$

حيث t تقدر بالثانية و Z بالمتر و ε بالراديان

أوجد السرعة المطلقة والتسارع المطلق لنقطة مادية M من المروحة تبعد بمقدار $R = 0.5m$ عن محور الدوران خلال الخمس ثواني الأولى من الإقلاع.

الحل: لنأخذ جملة إحداثية متحركة مرتبطة مع هيكل الطائرة وجملة إحداثية أخرى مرتبطة مع الأرض فتكون الحركة للنقطة M من حركتها مع المروحة (حركة دائرية) ثم حركتها الشاقولية (حركة مستقيمة)



تعتبر الحركة الدورانية للمروحة حركة نسبية وهذه الحركة تنا هدها ما بالسرعة الطائرة ومرتبط بالجملة الإحداثية المتحركة، أما الصعود الشاقولي للطائرة فيعتبر حركة جرية

من نظرية تركيب السرعة

$$\vec{V_a} = \vec{V_e} + \vec{V_r}$$

بما السرعة الجرية $\vec{V_e}$ للنقطة M تساوي سرعة أي نقطة
من هيكل الطائرة تنطبق في لحظة زمنية معينة على هذه
النقطة وبما أن جميع نقاط الهيكل في حركة الصعود
تكون واحدة وبالتالي فإن الحركة الجرية

$$\boxed{\vec{V_e} = z' = 0.5\underset{\text{نعوض}}{t}}$$

والسرعة النسبية للنقطة M لإيجادها
يلزم تحديد السرعة الزاوية للمروحة (حركة المروحة دائرية)

$$\boxed{\underset{\text{السرعة الزاوية}}{\omega} = \varphi' = 6t}$$

عندئذ: السرعة النسبية V_r بالحركة الدائرية

$$V_r = R \cdot \omega = (0.5)(6t)$$

$$\boxed{V_r = 3t}$$

نعوض بعبارة السرعة

$$V_a = \sqrt{V_e^2 + V_r^2}$$

$$V_a = \sqrt{(0.5t)^2 + (3t)^2}$$ السرعة الجرية والنسبية متعامدتين

$$V_a = \sqrt{9.25}\ t$$

بعد مرور خمس ثواني من الإقلاع

$$V_a = \sqrt{9.25} \cdot 5 = 15.21\ m/s$$

الطلب الآخر: $\vec{\Gamma_a} = \vec{\Gamma_e} + \vec{\Gamma_r} + \vec{\Gamma_c}$

التسارع الجري للنقطة M من المروحة يساوي تسارع
نقطة من هيكل الطائرة تنطبق في لحظة زمنية معينة

عن النقطة M . إن تسارع جميع نقاط الهيكل متساوية
وحسب معادلة الحركة في العمود
يعطى التسارع الجري بالعلاقة التالية

$$\boxed{\Gamma_e = \frac{dV_e}{dt} = 0.5}$$

أما التسارع النسبي للنقطة M فنحدد تسارع
نقطة في الحركة الدائرية

$$\Gamma_r = R\,.\,\varepsilon\,.\,\vec{t} + R\,w^2\,\vec{n}$$

$$\varepsilon = \frac{dw}{dt} = 6$$

$$\Gamma_t = R\,.\,\varepsilon\,.\,\vec{t} = (0.5)(6)\,\vec{t} \Rightarrow \boxed{\Gamma_t = 3\,\vec{t}}$$

$$\Gamma_n = (0.5)(6t)^2\,\vec{n}$$

$$\Gamma_n = 18\,t^2\,\vec{n}$$ (ناظمي)

نعوض كل t بـ 5 ثواني

التسارع المتمم يساوي الصفر (أو معدوم) في هذه الحالة

$$\Gamma_c = 2\,(w \times V_r)$$ (لأن الحركة نسبية دائرية)

لأنه لا يوجد أي دوران الحلقة ~~المعلقة~~ لا تدور
حول محور الحلقة لا علاقة المتحركة مع هيكل الطائرة
بالنسبة للحلقة لا علاقة الثابتة المرتبطة مع [illegible]
وبالتالي فإن تسارع النقطة

$$\vec{\Gamma_a} = \vec{\Gamma_r} + \vec{\Gamma_e}$$

نعوض نحصل

مثال:

$$\vec{F} = m a \vec{T} + m \rho k^2 \vec{N}$$

$$m \frac{dv}{dt} = ma \quad (1$$

$$m \frac{v^2}{\rho} = m\rho k^2 \quad (2$$

نريد أن نوجد معادلات الحركة:

من (1

$$\frac{dv}{dt} = a \Rightarrow v = at + c_1$$

$$t = 0 \;,\; v = 0$$

$$\Rightarrow c_1 = 0$$

$$\boxed{v = at} \;*$$

من (2

$$\frac{v^2}{\rho} = \rho k^2 \Rightarrow v^2 = \rho^2 k^2$$

ρ نصف قطر التقوس

$$v = \pm \rho k \Rightarrow \boxed{v = \rho k} \;**$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad , \quad \rho = \frac{ds}{d\theta}$$

$$\frac{ds}{dt} = k \frac{ds}{d\theta}$$

$$d\theta = k\, dt$$

بالتكامل

وحسب شروط البدء $0 = c_2$

$$\theta = kt$$

لإيجاد المسار (لا t الخط)

$$\frac{v}{\theta} = \frac{at}{k}$$

(نوجدها ويكون المسار حلزونيا)

$$v = \frac{a}{k}\theta$$

حركة لولبية.