جـامعـة دمشـق | مقـرر تطبيقات نظرية الفئات | المدة: ساعتان
كـليـة العـلـوم | السنـة الـرابعـة رياضيـات تطبيقية ومعلوماتية
قسـم الرياضيـات | الفصل الثـاني 2010 – 2011 | الدرجة: 100

السؤال الأول. أجب على أربعاً من الأسئلة الخمسة التالية:

1 – عرف الفئة، ثم أثبت أنه إذا كانت $\Re$ فئة وكان $u,v \in Mor(\Re)$ بحيث $v.u$ إيبومورفيزم فإن المورفيزم v يكون إيبومورفيزماً.

2 – لتكن $\Re$ فئة و $Set's$ فئة المجموعات. أثبت أنه أياً كان $X \in Ob(\Re)$ فإنه يوجد دالي مباشر $h_X : \Re \to Set's$.

3 – لتكن $\Re_1, \Re_2, \Re_3$ ثلاثة فئات. وليكن $F, G : \Re_1 \to \Re_2$ و $H : \Re_2 \to \Re_3$ دوالاً مباشرة. والمطلوب:

a. أثبت أن $H \circ F$ هو دالي مباشر.

b. إذا كان $\varphi : F \to G$ مورفيزم دالي أثبت أنه يوجد مورفيزم دالي $H\varphi : H \circ F \to H \circ G$ معرف بالشكل: أياً كان $A \in Ob(\Re_1)$ فإن $(H\varphi)(A) = H(\varphi(A))$.

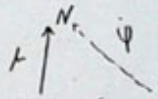
4 – لتكن $(R,+,\cdot)$ و $(S,+,\cdot)$ حلقات واحدية و $\varphi : R \to S$ تشاكل حلقي. ولتكن $(M,+)$ و $(N,+)$ زمراً تبديلية. والمطلوب:

a. أثبت أنه إذا كان ${}_SM$ مودولاً فإن ${}_RM$ يكون مودولاً أيضاً.

b. إذا كان $f : {}_SM \to {}_SN$ تشاكل مودولات فإنه يوجد تشاكل مودولات $\mu : {}_RM \to {}_RN$.

5 – عرف المودول الإسقاطي ثم أثبت أن كل مودول حر هو مودول إسقاطي.

السؤال الثاني.



لتكن $(R,+,\cdot)$ حلقة واحدية. ولتكن $O \to {}_RM_1 \xrightarrow{f} {}_RM \xrightarrow{g} {}_RM_2 \to O$ متتالية تامة من المودولات فوق الحلقة R. أثبت أنه إذا كانت $Ker\, g$ حداً مباشراً في المودول ${}_RM$ فإنه لأجل أي مودول ${}_RN$ ولأجل أي تشاكل مودولات $\mu : {}_RM_1 \to {}_RN$ يوجد تشاكل مودولات $\psi : {}_RM \to {}_RN$ يحقق $\psi \circ f = \mu$.

انتهت الأسئلة

2011 / 6 / 16 — مدرس المقرر: د. حمزة حاكمي

جـامعـة دمشـق	مقـرر تطبيقـات نظريـة الفئـات	المـدة: سـاعتـان
كـليـة العلـوم	السنـة الرابعـة رياضيات (تطبيقيـة)	الـدرجـة: ١٠٠
قسـم الرياضيـات	الفصـل الأول ٢٠١٣ - ٢٠١٤	

السؤال الأول:

لتكن $\Im$ فئة. والمطلوب:

١ - عرف الإيبومورفيزم في الفئة $\Im$.

٢ - أثبت أنه إذا كان $u,v\in Mor(\Im)$ وكان كل من u و v إيبومورفيزم فإن $v\cdot u$ هو إيبومورفيزم.

٣ - إذا كانت $\Im$ هي فئة المودولات اليسارية فوق الحلقة الواحدية R. أثبت أنه إذا كان المورفيزم $u\in Mor(\Im)$ غامراً فإن المورفيزم u يكون إيبومورفيزم.

السؤال الثاني:

لتكن $\Im$ فئة و $Set's$ هي فئة المجموعات. والمطلوب:

١ - عرف الدالي غير المباشر.

٢ - أثبت أنه لأجل كل $X\in ob(\Im)$ يوجد دالي غير مباشر من الفئة $\Im$ إلى فئة المجموعات $Set's$.

السؤال الثالث:

لتكن $\Im_1,\Im_2$ فئتين و $F,G:\Im_1\to\Im_2$ دوال مباشرة. وليكن $f:F\to G$ مورفيزم دالي. أثبت أنه إذا كان المورفيزم الدالي $f:F\to G$ ايزومورفيزم عندئذ يوجد مورفيزم دالي وحيد $g:G\to F$ يحقق $g\cdot f=I_F,\quad f\cdot g=I_G$.

السؤال الرابع:

لتكن $\Im_1,\Im_2$ فئتين و $F:\Im_1\to\Im_2$ تكافؤ فئات. أياً كان $A,B\in ob(\Im_1)$ أثبت أن التطبيق

$$F(A,B):\Im_1(A,B)\to\Im_2(F(A),F(B))$$

متباين وغامر.

السؤال الخامس:

لتكن $\Im_1,\Im_2,\Im_3$ ثلاث فئات، و $F:\Im_1\to\Im_2$ ، $K:\Im_2\to\Im_3$ دوال مباشرة. والمطلوب:

١ - أثبت أن $K\cdot F:\Im_1\to\Im_3$ هو دالي مباشر.

٢ - بفرض أن $\Im=\Im_1^{\circ}\times\Im_3$ حيث أن $\Im_1^{\circ}$ هي الفئة الثنوية للفئة $\Im_1$ وأن $Set's$ هي فئة المجموعات، فإنه يوجد دالي مباشر

$$\mathrm{Hom}_{\Im_2}(F):\Im=\Im_1^{\circ}\times\Im_2\to Set`s.$$

انتهت الأسئلة

دمشق في ٥ / ٢ / ٢٠١٤

د. حمزة حاكمي

جامعة دمشق	مقرر تطبيقات نظرية الفئات	المدة: ساعتان
كلية العلوم	السنة الرابعة رياضيات تطبيقية	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الثاني ٢٠١٣ – ٢٠١٤	اسم الطالب:

السؤال الأول:

لتكن $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2$ فئتين و $F, G : \mathfrak{I}_1 \to \mathfrak{I}_2$ دوال مباشرة. وليكن $f : F \to G$ مورفيزم دالي. أثبت أنه إذا كان المورفيزم $f : F \to G$ ايزومورفيزم عندئذ يوجد مورفيزم دالي وحيد $g : G \to F$ يحقق $g \cdot f = I_F, \quad f \cdot g = I_G$.

السؤال الثاني:

لتكن $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2$ فئتين وليكن $F : \mathfrak{I}_1 \to \mathfrak{I}_2$ دالياً مباشراً. إذا كان الدالي F تكافؤاً بين الفئتين $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2$ أثبت أنه أياً كان $A, B \in ob(\mathfrak{I}_1)$ فإن التطبيق

$$F(A,B) : \mathfrak{I}_1(A,B) \to \mathfrak{I}_2(F(A), F(B))$$

متباين وغامر.

السؤال الثالث:

لتكن $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2$ فئتين ولتكن $F : \mathfrak{I}_1 \to \mathfrak{I}_2$ ، $G : \mathfrak{I}_2 \to \mathfrak{I}_1$ دوالاً مباشرة. أثبت أنه لأجل كل مورفيزم دالي

$$\varphi : \mathrm{Hom}_{\mathfrak{I}_2}(F) \to \mathrm{Hom}_{\mathfrak{I}_1}(G)$$

يوجد مورفيزم دالي $\varepsilon_\varphi : I_{\mathfrak{I}_1} \to GF$.

السؤال الرابع:

لتكن $\mathfrak{I}$ فئة و $u, v \in Mor(\mathfrak{I})$. والمطلوب:

١ – أثبت أنه إذا كان كل من u, v هو إيبومورفيزم فإن المورفيزم $v \cdot u$ هو إيبومورفيزم.

٢ – أثبت أنه إذا كان المورفيزم $v \cdot u$ إيبومورفيزم فإن المورفيزم v إيبومورفيزم.

السؤال الخامس:

عرف كلاً مما يلي:

الفئة الجزئية – الفئة الثنوية – المورفيزم الدالي – تكافؤ الفئات – نواة مورفيزمين.

انتهت الأسئلة

دمشق في ٢ / ٦ / ٢٠١٤ د. حمزة حاكمي

جامعة دمشق | مقرر تطبيقات نظرية الفئات | المدة: ساعتان

كلية العلوم | السنة الرابعة رياضيات تطبيقية | الدرجة: ١٠٠

قسم الرياضيات | الفصل الثالث ٢٠١٣ – ٢٠١٤ | اسم الطالب:

السؤال الأول:

لتكن $\Im$ فئة و وأن $Set's$ هي فئة المجموعات. والمطلوب:

١ – أثبت أنه أياً كان $X \in ob(\Im)$ فإنه يوجد دالي مباشر $h_X : \Im \to Set's$.

٢ – ليكن $w : X \to X' \in Mor(\Im)$ حيث $X, X' \in ob(\Im)$. أثبت أنه يوجد مورفيزم دالي

$$f : h_{X'} \to h_X$$

السؤال الثاني:

لتكن $\Im_1, \Im_2$ فئتين وليكن $F : \Im_1 \to \Im_2$ دالياً مباشراً. إذا كان الدالي F تكافؤاً بين الفئتين $\Im_1, \Im_2$ أثبت أنه أياً كان $A, B \in ob(\Im_1)$ فإن التطبيق

$$F(A,B) : \Im_1(A,B) \to \Im_2(F(A), F(B))$$

متباين وغامر.

السؤال الثالث:

لتكن $\Im_1, \Im_2$ فئتين ولتكن $F : \Im_1 \to \Im_2$ ، $G : \Im_2 \to \Im_1$ دوالاً مباشرة. أثبت أنه لأجل كل مورفيزم دالي $\varphi : I_{\Im_1} \to GF$ يوجد مورفيزم دالي

$$\delta_\varphi : Hom_{\Im_2}(F) \to Hom_{\Im_1}(G).$$

السؤال الرابع:

لتكن $\Im$ فئة و $u, v \in Mor(\Im)$. والمطلوب:

١ – أثبت أنه إذا كان كل من v, u مونومورفيزم فإن المورفيزم $v \cdot u$ هو مونومورفيزم.

٢ – أثبت أنه إذا كان المورفيزم $v \cdot u$ مونومورفيزم فإن المورفيزم u مونومورفيزم.

السؤال الخامس:

عرف كلاً مما يلي:

الفئة الجزئية – الدالي المباشر – الإيزومورفيزم الدالي – تكافؤ الفئات – نواة مورفيزمين.

انتهت الأسئلة

دمشق في ٢١/ ٨ / ٢٠١٤

د. حمزة حاكمي