منطق ترجيحي

المحاضرة الحادية عشرة

٣٠/٤/٢٠١٥

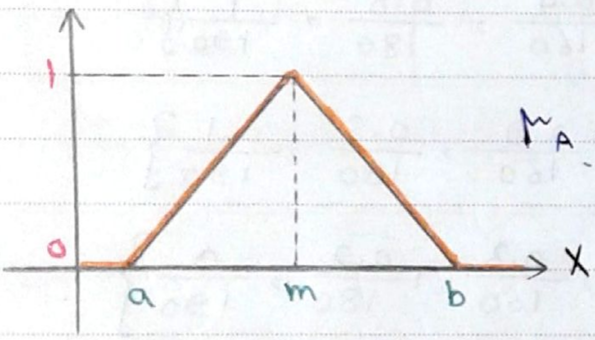
تابع (دالة) العضوية μ_A :

هو تابع من الشكل : $\mu_A : X \longrightarrow [0,1]$

ويعين من خلاله درجة انتماء أي عنصر $x \in X$ للمجموعة الترجيحية A .

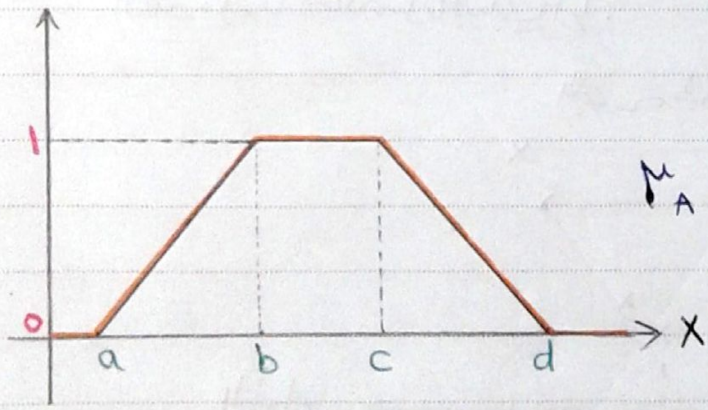
وتأخذ توابع العضوية عدة أشكال :

① الدالة المثلثية : triangular



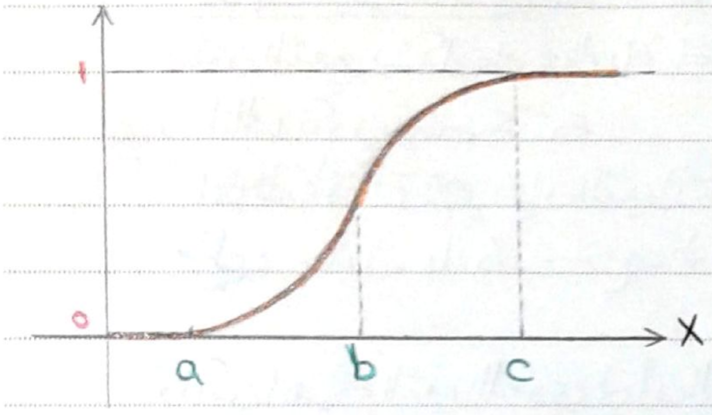
$$\mu_A = \begin{cases} 0 & ; \ x \leq a \\ \dfrac{x-a}{m-a} & ; \ a < x \leq m \\ \dfrac{b-x}{b-m} & ; \ m < x \leq b \\ 0 & ; \ x > b \end{cases}$$

② دالة شبه المنحرف : trapezoidal



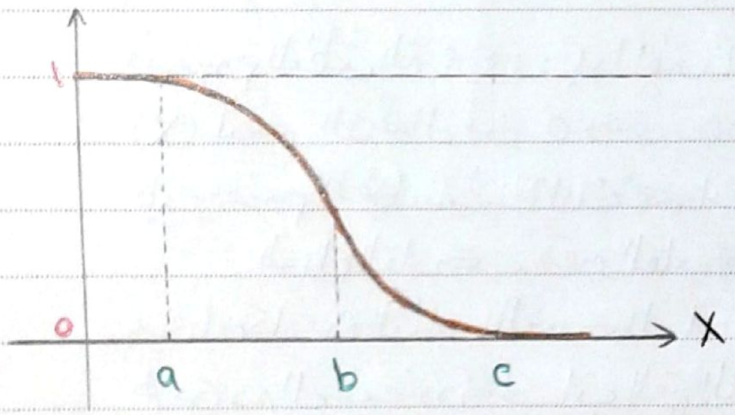
$$\mu_A = \begin{cases} 0 & ; \ x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ; \ a < x \leq b \\ 1 & ; \ b < x \leq c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & ; \ c < x < d \\ 0 & ; \ x \geq d \end{cases}$$

3) دالة الاشكل S :



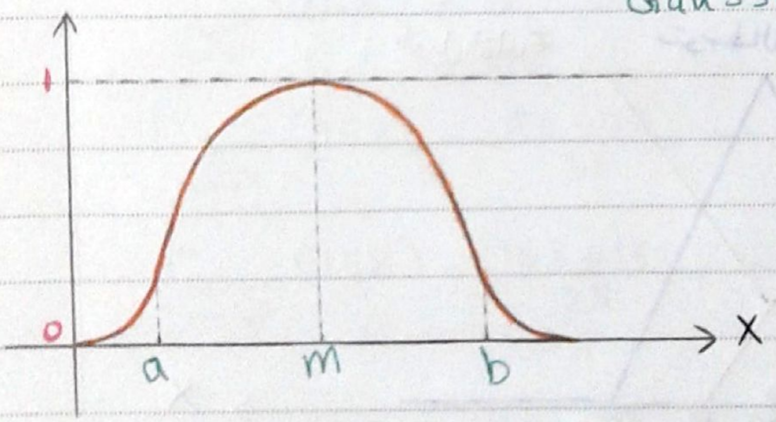
$$\mu_A = \begin{cases} 0 & ; x \le a \\ 2\left[\dfrac{x-a}{c-a}\right]^2 & ; a < x \le b \\ 1 - 2\left[\dfrac{x-c}{c-a}\right]^2 & ; b < x \le c \\ 1 & ; x > c \end{cases}$$

4) دالة الاشكل Z :



$$\mu_A = \begin{cases} 1 & ; x \le a \\ 1 - 2\left[\dfrac{x-a}{c-a}\right]^2 & ; a < x \le b \\ 2\left[\dfrac{x-c}{c-a}\right]^2 & ; b < x \le c \\ 0 & ; x > c \end{cases}$$

5) دالة الاشكل الجرس : Gaussian



$$G(x) = e^{\frac{-(x-b)^2}{2a^2}}$$

مفهوم المتغير اللغوي: Linguistic Variable

يكون المتغير بشكل عام في الرياضيات، أو حتى في المنطق الكلاسيكي متغيراً عددياً، وبالتالي تكون قيمه كمية.

أما في المنطق الترجيحي فإن المتغيرات تحمل قيماً على شكل كلمات أو جمل من اللغة

مثل: حار - بارد - سريع - طويل - ...

وتكمن أهمية المتغير اللغوي في أن الإنسان نجح في تلخيص المعلومات الكثيرة، وتحليل الأنظمة المعقدة وإصدار القرارات الصعبة عن طريق استعمال اللغة، وليس باللجوء إلى المتغيرات الكمية أو العددية.

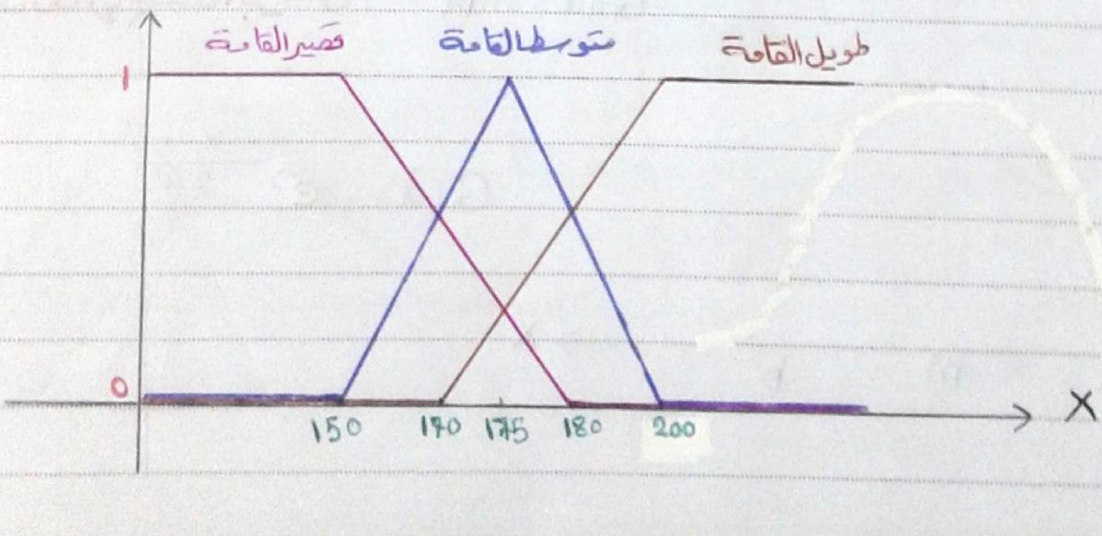
في مفهوم المنطق الترجيحي: إذا اعتبرنا على سبيل المثال المجموعة الشاملة للقيم المحتملة (X) لتضم الأطوال من 0 وحتى 200.

فإن مفهوم الطول هو متغير لغوي يأخذ إحدى القيم اللغوية الآتية:

الطول = {متوسط القامة، قصير القامة، طويل القامة}

حيث أن كل من القيم اللغوية السابقة هو مجموعة ترجيحية، يمكن تمثيلها عن طريق دوال العضوية لحساب القيم الترجيحية لهذه القيم اللغوية.

فإذا فرضنا أنه حسب دراسة ما كانت لدينا التمثيلات البيانية التالية:



/ /

فتصبح دوال العضوية للمجموعات الرجبية السابقة كالتالي:

$$\mu_{\text{قصير القامة}}(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 150 \\ \frac{180-x}{30} & ; 150 < x \leq 180 \\ 0 & ; x \geqslant 180 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{متوسط القامة}}(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 150 \\ \frac{x-150}{25} & ; 150 < x \leq 175 \\ \frac{200-x}{25} & ; 175 < x < 200 \\ 0 & ; x \geqslant 200 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{طويل القامة}}(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 170 \\ \frac{x-170}{30} & ; 170 < x < 200 \\ 1 & ; x \geqslant 200 \end{cases}$$

* لنقم بإدخال قيمة محددة 158 مثلاً ولنقم بترجيحها:

$$\mu_{\text{طويل القامة}}(158) = 0$$

$$\mu_{\text{قصير القامة}}(158) = \frac{180-158}{30} = 0.73$$

$$\mu_{\text{متوسط القامة}}(158) = \frac{158-150}{25} = 0.32$$

العمليات على المجموعات الترجيحية:

*** احتواء مجموعتين ترجيحيتين:**

لتكن A , B مجموعتين ترجيحيتين مرتبتين من المجموعة الشاملة نسبياً X
عندئذٍ نقول عن A إنها محتواة في B ونكتب $A \subseteq B$ إذا تحقق:

$$\forall x \in X \quad : \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

مثال: لتكن $X = \{1,2,3\}$ هي المجموعة الشاملة نسبياً، ولتكن:

$$A = \left\{ \frac{0.3}{1} , \frac{0.5}{2} , \frac{1}{3} \right\}$$

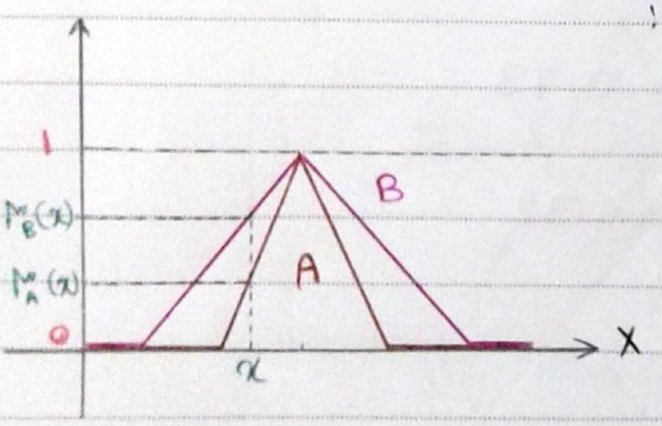
$$B = \left\{ \frac{0.5}{1} , \frac{0.55}{2} , \frac{1}{3} \right\}$$

- إن $B \not\subseteq A$ وذلك لأن: $\mu_B(1) = 0.5 \not\leq \mu_A(1) = 0.3$
- بينما لدينا:

$$\mu_A(1) = 0.3 \leq 0.5 = \mu_B(1)$$
$$\mu_A(2) = 0.5 \leq 0.55 = \mu_B(2)$$
$$\mu_A(3) = 1 \leq 1 = \mu_B(3)$$

وبالتالي $A \subseteq B$.

مثال: إذا كانت A , B مجموعتين ترجيحيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X
حيث شكلها البياني على الشكل التالي:



بالتالي نجد أن:

$$\forall x \in X \quad : \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

ومنه $A \subseteq B$

/ /

* **تساوي مجموعتين ترجيحيتين:**

نقول عن مجموعتين ترجيحيتين A, B جزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X إنهما متساويتان إذا كان:

$$\forall x \in X \; : \; \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

* **التقاطع الترجيحي:**

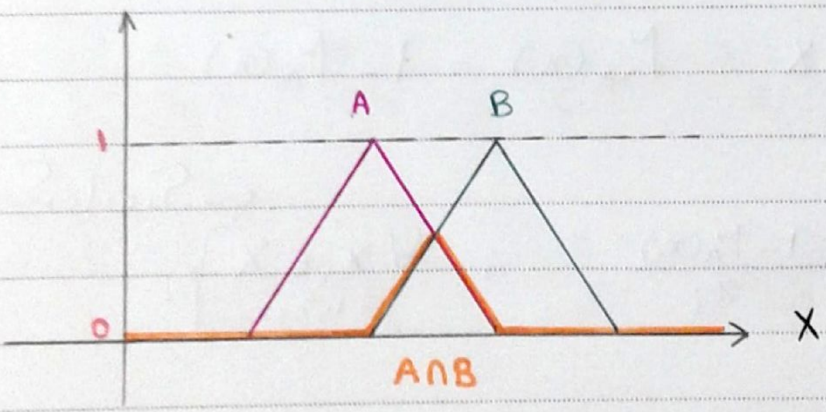
يعرف تقاطع مجموعتين ترجيحيتين A, B جزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X بأنه أكبر مجموعة ترجيحية محتواة في كليهما معاً، أي:

$$\forall x \in X \; : \; \mu_{A \cap B}(x) = \text{Min}\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right)$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$A \cap B = \left\{ \frac{\text{Min}\left(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)\right)}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X, \; i = 1, 2, \ldots \right\}$$

مثال:



* **الاجتماع الترجيحي:**

يعرف اجتماع مجموعتين ترجيحيتين A, B جزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X بأنه أصغر مجموعة ترجيحية تحوي كليهما، أي:

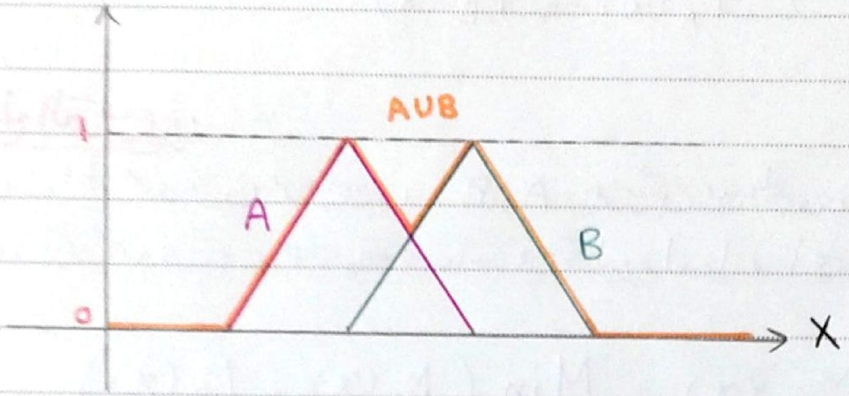
$$\forall x \in X \; : \; \mu_{A \cup B}(x) = \text{Max}\left(\mu_A(x), \mu_B(x)\right)$$

/ /

ومنه يمكن أن نكتب:

$$A \cup B = \left\{ \frac{\operatorname{Max}(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i))}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X, \; i = 1, 2, \ldots \right\}$$

مثال:



* المتمم الترجيحي:

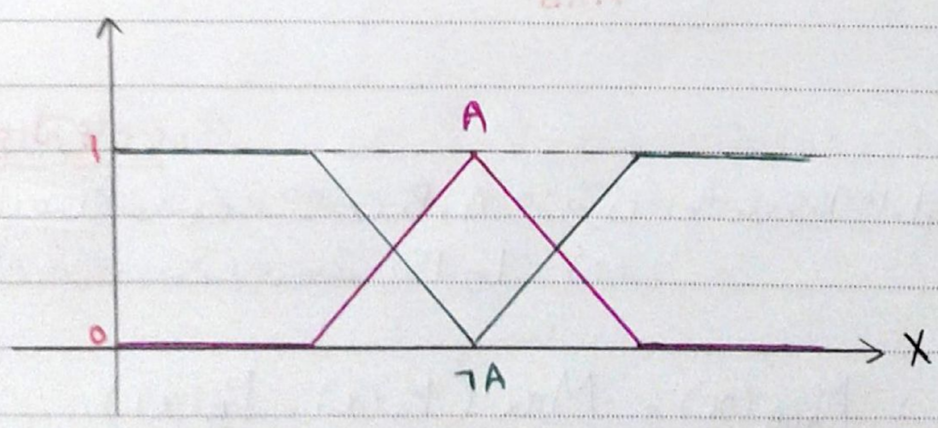
لتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X.
نرمز لمتممة A بالرمز A ¬، بحيث:

$$\forall x \in X \; : \; \mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\neg A = \left\{ \frac{1 - \mu_A(x_i)}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X, \; i = 1, 2, \ldots \right\}$$

مثال:



/ /

تمرين: لتكن لدينا المجموعتان الترميجيتان A, B الجزئيتان من المجموعة الشاملة X نسبياً X
حيث: $X = \{a, b, c, d, e\}$

$$A = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.2}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0}{e} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.6}{a}, \frac{0.9}{b}, \frac{0.1}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0.2}{e} \right\}$$

أوجد: $A \cap B$, $A \cup B$, $\neg A$, $\neg B$

الحل:

$$A \cap B = \left\{ \frac{0.6}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.1}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0}{e} \right\}$$

$$A \cup B = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{0.9}{b}, \frac{0.2}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0.2}{e} \right\}$$

$$\neg A = \left\{ \frac{0}{a}, \frac{0.7}{b}, \frac{0.8}{c}, \frac{0.7}{d}, \frac{1}{e} \right\}$$

$$\neg B = \left\{ \frac{0.4}{a}, \frac{0.1}{b}, \frac{0.9}{c}, \frac{0.7}{d}, \frac{0.8}{e} \right\}$$

نهاية المحاضرة الحادية عشرة

^_^