الثلاثاء: 2014/5/7

المحاضرة الرابعة (عملي):

- تمارين صفحة 74 -

$\frac{1}{74}$) أوجد حلول المعادلات:

$$84x - 438y = 165$$

الحل:

القاسم المشترك الأعظم لـ 84 , 438

$438 = 84 \times 5 + 18$

$84 = 18 \times 4 + 12$

$18 = 12 \times 1 + 6$

$12 = 6 \times 2 + 0$

$\Rightarrow d = 6$

$(84, 438) = 6$

$\Rightarrow 6 \not| 165$

ومنه نجد أنه لا يوجد حل للمعادلة المعطاة.

ملاحظة:

$$84x + 438(-y) = 165$$

ممكن أن يكون x, y سالب أو موجب $\quad x, y \in \mathbb{Z}$

$\frac{2}{74}$) أوجد الحلول الموجبة للمعادلات:

$$54x + 21y = 906$$

الحل:

نوجد القاسم المشترك الأعظم للعددين 54 , 21

$54 = 21 \times 2 + 12$

$21 = 12 \times 1 + 9$

$12 = 9 \times 1 + 3$

$9 = 3 \times 3 + 0 \Rightarrow d = 3$

$3 \backslash 906$ للمعادلة حل

$3 = 12 - 1 \times 9$

$= 12 - (21 - 12)$

$= -21 + 2 \times 12$

$= -21 + 2 \times (54 - 21 \times 2)$

$3 = -5 \times 21 + 2 \times 54$

نضرب الطرفين بـ 302

$906 = 604 \times 54 - 1510 \times 21$

$\Longrightarrow x_0 = 604 \qquad y_0 = -1510$ الحل الخاص

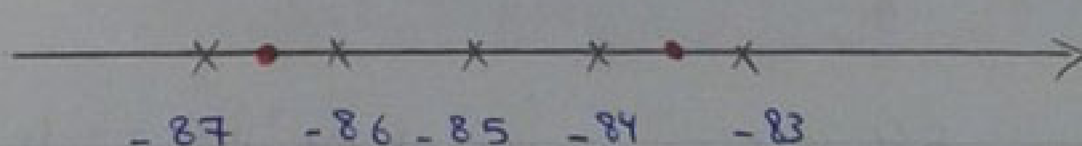
الحل العام :

$x = x_0 + \frac{b}{d} t \quad , \quad y = y_0 - \frac{a}{d} t$

$x = 604 + 7t > 0 \quad ; \quad y = -1510 - 18t > 0$

$t > -\frac{604}{7} = -86.28 \quad ; \quad 18t < -1510$

$t > -86.28 \qquad t < -\frac{1510}{18} = -83.8$



$y = -1510 - 18t \quad , \quad x = 604 + 7t$

$t = -84 \Longrightarrow x = 16 \quad , \quad y = 2$

$t = -85 \Rightarrow x = 9 \quad , \quad y = 20$

$t = -86 \Rightarrow x = 2 \quad , \quad y = 38$

وهي الحلول الموجبة

$30x + 17y = 300$

الحل:

$d = (30,17) = 1 \Rightarrow 1 \mid 300$

حيث:

$30 = 1 \times 17 + 13$

$17 = 1 \times 13 + 4$

$13 = 3 \times 4 + 1$

$4 = 4 \times 1 + 0 \Rightarrow d = 1 \quad ; 1 \mid 300$ للمعادلة حل.

$1 = 13 - 3 \times 4$

$= 13 - 3 \times (17 - 13)$

$= -3 \times 17 + 4 \times 13$

$= -3 \times 17 + 4 \times (30 - 17)$

$= 4 \times 30 - 7 \times (17)$

نضرب الطرفين بـ 300

$300 \times 1 = 300 \times [4 \times 30 - 7 \times 17]$

$300 = 30 \times (1200) + 17 \times (-2100)$

$\Rightarrow x_0 = 1200 \quad , \quad y_0 = -2100$ الحل الخاص

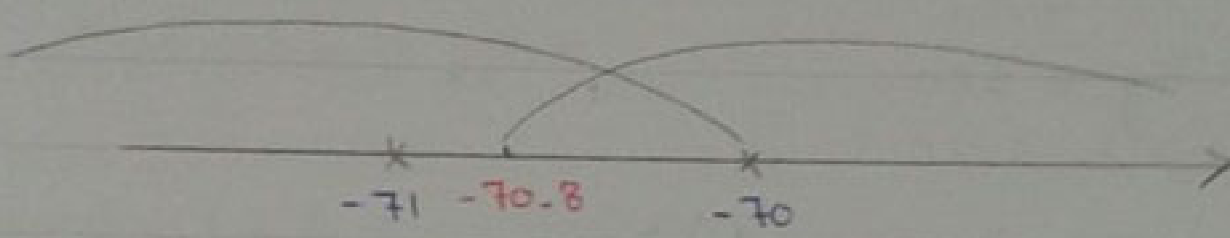
ومنه الحل العام:

$x = x_0 + \frac{b}{d} t \quad , \quad y = y_0 - \frac{a}{d} t$

$$x = 1200 + 17t \geqslant 0 \quad , \quad y = -2100 - 30t \geqslant 0$$

$$17t \geqslant -1200 \quad , \quad -2100 \geqslant 30t$$

$$t \geqslant -70.58 \quad , \quad t \leqslant -70$$



$$t = -70 \Rightarrow \begin{cases} x = 1200 + 17(-70) = 10 \\ y = 0 \end{cases}$$

(4/74) أوجد جميع ثلاثيات فيثاغورث الأولية التي فيها $y = 28$

الحل:

$$x = r^2 - s^2 \quad , \quad y = 2rs \quad , \quad z = r^2 + s^2$$

$$y = 28 = 2rs \Rightarrow 14 = r.s \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} r = 14 \\ s = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (195, 28, 197) \\ \left.\begin{matrix} r = 7 \\ s = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (45, 28, 53) \end{cases}$$

(5/74) أثبت أنه إذا كان (x, y, z) ثلاثي فيثاغورث أولي فإن $12 \mid x.y.z$

الحل:

حسب ثلاثيات فيثاغورث يجب أن نثبت

$$12 \mid 2rs\,(r^2 - s^2)(r^2 + s^2) \qquad ?$$

r, s أحدهما زوجي والآخر فردي

إذا كان $3 \mid y$ و r, s أحدهما فردي والآخر زوجي

فإن $4 \mid 2rs = y$

حسب (6) من خواص القاسم المشترك الأعظم $\Rightarrow 3 \times 4 = 12 \mid y = 2rs$

إذا كان $3 \nmid y$ فإن $3 \mid x$ حسب نتيجة مثال 2 ص 72

فإن $4 \mid y$

$12 \mid x.y \Rightarrow 12 \mid x.y.z$

$\frac{7}{75}$) أوجد دستور التعيين للثلاثيات فيثاغورث الأولية التي تحقق ما يلي: y زوجي و:

a) $z - y = 1$ أو $z - x = 1$

الحل:

$z - x$

إن $r^2 + s^2 - (r^2 - s^2) = 2s^2 \neq 1$

لأن فردي - فردي $\neq 1$ ، r, s أحدهما زوجي والآخر فردي

$$z - y = r^2 + s^2 - 2rs$$
$$= (r - s)^2 = 1$$
$$r - s = 1 \Rightarrow r = s + 1$$

$$x = r^2 - s^2 = (s+1)^2 - s^2 = 2s + 1$$
$$y = 2rs = 2s(s+1)$$
$$z = r^2 + s^2 = (s+1)^2 + s^2 = 2s^2 + 2s + 1$$

(مثلاً) $s = 1 \Rightarrow x = 3,\ y = 4,\ z = 5$

$s = 2 \Rightarrow x = 5,\ y = 12,\ z = 13$

b) $z - y = 2$ أو $z - x = 2$

$z - y = 2$ مرفوض

$$z - x = r^2 + s^2 - (r^2 - s^2) = 2s^2 = 2$$

$\Rightarrow \quad s^2 = 1 \Rightarrow \quad s = 1$

$x = r^2 - 1 \qquad y = 2r \qquad z = r^2 + 1$

(مثلاً) $r = 2 \Rightarrow \quad x = 3 \;, \quad y = 4, \quad z = 5$

$r = 4 \Rightarrow \quad x = 15 \;, \quad y = 8 \;, \quad z = 17$

c) $\quad z - x = p$ حيث p عدد أولي فردي.

$z - x = 2s^2 \neq p$

$\frac{8}{75}$) أوجد ثلاثيات فيثاغورث الأولية في الحالات:

a) $y = 24$, b) $x = 21$, c) $z = 125$, d) $y = 16$

الحل:

c) $\quad z = 125$

$z = 125 = r^2 + s^2 = 10^2 + 5^2$ 10, 5 غير أوليين

$= 11^2 + 2^2 = 121 + 4$ 11, 2 أوليين

$r = 11 \qquad s = 2$

ومنه ثلاثية فيثاغورث

$(117, 44, 125)$

$\frac{3}{74}$) أوجد الحل الكامل للمعادلة: $2x + 12y = 6$

الحل: $(2, 12) = 2 \Leftarrow$ $2 \mid 6$ للمعادلة حل

نقسم الطرفين على 2: $\Leftarrow x + 6y = 3$ بالتجريب: $(x, y) = (3, 0) = (-3, 1)$

انتهت المحاضرة..