

منطق ترميزي

المحاضرة التاسعة

٢٠١٥/٤/٢٢

مسألة: (إضافي 2013 - 2014)

لكن لدينا الحقائق التالية:

- كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد
 - كل شخص محظوظ يربح اليانصيب
 - كل شخص محظوظ ينجح في كل المواد
 - رامي (Rami) شخص محظوظ
- المطلوب: استخدم الحجة بالنقض لإثبات أن رامي شخص سعيد وذلك باستخدام القضايا التالية:

تعني أن x ينجح في المادة y	$Pass(x, y)$
تعني أن x يربح اليانصيب	$Win(x, Lottery)$
تعني أن x شخص سعيد	$Happy(x)$
تعني أن x شخص محظوظ	$Lucky(x)$

الحل:

* كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد

$$\forall x \quad (Pass(x, Math) \wedge Win(x, Lottery)) \Rightarrow Happy(x)$$

نحوها إلى شكل اللفظ النظامي:

$$\forall x \quad (\neg Pass(x, Math) \vee \neg Win(x, Lottery)) \vee Happy(x)$$

كذلك يمكن القول:

$$\neg Pass(x, Math) \vee \neg Win(x, Lottery) \vee Happy(x)$$

* كل شخص مخلوط يربح اليانصيب
 $\forall x : \text{Lucky}(x) \Rightarrow \text{Win}(x, \text{Lottery})$

نحوها إلى شكل العطف النطائي :

$\forall x : \neg \text{Lucky}(x) \vee \text{Win}(x, \text{Lottery})$

$\neg \text{Lucky}(x) \vee \text{Win}(x, \text{Lottery})$: نذف مكم الشول :

* كل شخص مخلوط ينج في كل الموار :

$\forall x \forall y (\text{Lucky}(x) \Rightarrow \text{pass}(x, y))$

نحوها إلى شكل العطف النطائي :

$\forall x \forall y (\neg \text{Lucky}(x) \vee \text{pass}(x, y))$

$\neg \text{Lucky}(x) \vee \text{pass}(x, y)$: نذف مكمات الشول :

$\text{Lucky}(\text{Rami})$

* رأي شخص مخلوط :

$\text{Happy}(\text{Rami})$

* المطلوب : إثبات أن رأي شخص سعيد

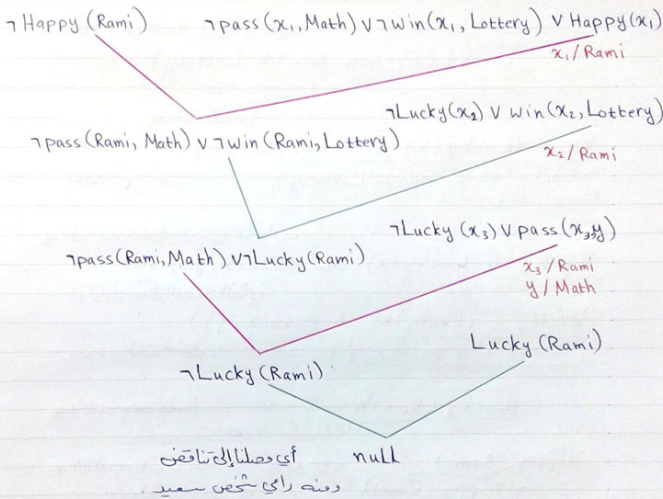
$\neg \text{Happy}(\text{Rami})$

نفي الطلب فتعمل على :

قبل تطبيق تقنية الحد نقوم بإعادة تسمية المتغيرات بحيث يصبح لكل صيغة متحولاً رمزاً الكمية
فيكون لدينا مجموعتان التاليت :

$$\left\{ \begin{array}{l} \neg \text{pass}(x_1, \text{Math}) \vee \neg \text{win}(x_1, \text{Lottery}) \vee \text{Happy}(x_1) \\ \neg \text{Lucky}(x_2) \vee \text{win}(x_2, \text{Lottery}) \\ \neg \text{Lucky}(x_3) \vee \text{pass}(x_3, y) \\ \text{Lucky}(\text{Rami}) \\ \neg \text{Happy}(\text{Rami}) \end{array} \right.$$

الآن نطبق تقنية الحد



تمرين: حول الصيغة التالية إلى صيغة العطف النظامي:

$$\forall x [\neg g(x) \Rightarrow [\neg w(x) \wedge \neg \exists y [f(x, y) \wedge h(y)]]]$$

الحل: حذف الاقتضاء:

$$\forall x [g(x) \vee [\neg w(x) \wedge \neg \exists y [f(x, y) \wedge h(y)]]]$$

إدخال النفي:

$$\forall x [g(x) \vee [\neg w(x) \wedge \forall y [\neg f(x, y) \vee \neg h(y)]]]$$

نضع مكملات الشروط في المقدمة:

$$\forall x \forall y [g(x) \vee [\neg w(x) \wedge (\neg f(x,y) \vee \neg h(y))]]$$

نوزع \forall على \wedge :

$$\forall x \forall y [g(x) \vee \neg w(x)] \wedge [g(x) \vee \neg f(x,y) \vee \neg h(y)]$$

نذف مكملات الشروط:

$$[g(x) \vee \neg w(x)] \wedge [g(x) \vee \neg f(x,y) \vee \neg h(y)]$$

مسألة: (دورة امتحانية)

ليكن لدينا الحقائق التالية:

- a- بعض الطلاب يكرهون كل الأساتذة.
- c- لا يوجد طلاب يكرهون المعلمين.

للاطلب: استخدم طريقة الحد بالنقض لإثبات أنه لا يوجد أستاذ مثل

مستخدماً الفرضيات التالية:

$s(x)$ تعني أن x طالب

$p(x)$ تعني أن x أستاذ

$A(x)$ تعني أن x مثل

$H(x,y)$ تعني أن x يكره y .

الحل: * بعض الطلاب يكرهون كل الأساتذة:

$$\exists x s(x) \wedge [\forall y : p(y) \Rightarrow H(x,y)]$$

نحوها إلى شكل العطف النظامي:

$$\exists x s(x) \wedge [\forall y : \neg p(y) \vee H(x,y)]$$

نذف اللام الموجودة ونستبدل بحمله بقايت:

$$s(T) \wedge [\forall y : \neg p(y) \vee H(T,y)]$$

نضع مكمل الشروط في المقدمة:

$$\forall y [s(T) \wedge (\neg p(y) \vee H(T,y))]$$

حذف حكم الشول : $S(T) \wedge (\neg P(y) \vee H(T, y))$
 حذف العطف فيصعب لدينا صيغتين :

$$S(T)$$

$$\neg P(y) \vee H(T, y)$$

* لا يوجد طلاب يكرهون المثليين :

$$\neg [\exists x \forall y : S(x) \wedge A(y) \wedge H(x, y)]$$

نحوها إلى شكل العطف النظامي :

$$\forall x \exists y [\neg S(x) \vee \neg A(y) \vee \neg H(x, y)]$$

حذف حكم الوجود ونستبدل متعوله y بتابع لتعوله حكم الشول x
 (لأنه داخل عبارة حكم الشول)

$$\forall x (\neg S(x) \vee \neg A(f(x)) \vee \neg H(x, f(x)))$$

حذف حكم الشول : $\neg S(x) \vee \neg A(f(x)) \vee \neg H(x, f(x))$

* المطلوب إثبات أنه لا يوجد أستاذ مثلي :

$$\neg [\exists x : P(x) \wedge A(x)]$$

نتقى الطلب :

$$\neg \neg [\exists x : P(x) \wedge A(x)] \equiv \exists x : P(x) \wedge A(x)$$

حذف حكم الوجود ونستبدل متعوله x بثابتة :

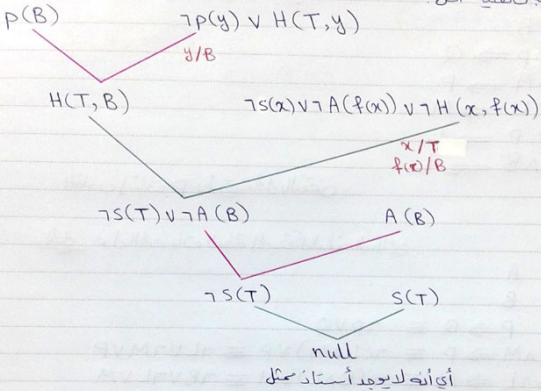
$$P(B) \wedge A(B)$$

حذف العطف فتحصل على الصيغتين :

$$P(B)$$

$$A(B)$$

طريقة تفكير الحل:



سؤال الدورة: (2012 - 2013)

لكن لدينا القائق التالية:

كل طالب هو إنسان

برهن بطريقة الحل بالتفصيل أن عقلة الطالب هو عقلة إنسان.

الحل: يتم حل هذه المسألة تماماً كما تم حل المسألة الثانية في المحاضرة السابقة.

تمرين: لتكن لدينا الفرضيات التالية:

- A
- B
- $P \Rightarrow Q$
- $L \wedge M \Rightarrow P$
- $B \wedge L \Rightarrow M$
- $A \wedge P \Rightarrow L$
- $A \wedge B \Rightarrow L$

المطلوب إثبات P بطريقة الحل بالنقض .

الحل: نحول الفرضيات للمطابقة إلى شكل المعطى النظامي :

- A
- B
- $P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$
- $L \wedge M \Rightarrow P \equiv \neg(L \wedge M) \vee P \equiv \neg L \vee \neg M \vee P$
- $B \wedge L \Rightarrow M \equiv \neg(B \wedge L) \vee M \equiv \neg B \vee \neg L \vee M$
- $A \wedge P \Rightarrow L \equiv \neg(A \wedge P) \vee L \equiv \neg A \vee \neg P \vee L$
- $A \wedge B \Rightarrow L \equiv \neg(A \wedge B) \vee L \equiv \neg A \vee \neg B \vee L$

ننفي المطلوب فنحصل على الفرضية $\neg P$ ونطبق تقنية الحل :

