/ /

منطق ترجيحي

المحاضرة التاسعة

٢٣/٤/٢٠١٥

مسألة: (إضافي 2013 - 2014)

لتكن لدينا الحقائق التالية:

- كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد.
- كل شخص محظوظ يربح اليانصيب.
- كل شخص محظوظ ينجح في كل المواد.
- رامي (Rami) شخص محظوظ.

المطلوب: استخدم الحل بالنقض لإثبات أن رامي شخص سعيد.
وذلك باستخدام القضايا التالية:

pass(x, y) تعني أن x ينجح في المادة y

Win(x, Lottery) تعني أن x يربح اليانصيب.

Happy(x) تعني أن x شخص سعيد

Lucky(x) تعني أن x شخص محظوظ.

الحل:

* كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد.

$$\forall x \quad (pass(x, Math) \land win(x, Lottery)) \Rightarrow Happy(x)$$

نحولها إلى شكل العطف النظامي:

$$\forall x \quad (\neg pass(x, Math) \lor \neg win(x, Lottery)) \lor Happy(x)$$

نحذف محكم الشمول:

$$\boxed{\neg Pass(x, Math) \lor \neg Win(x, Lottery) \lor Happy(x)}$$

* كل شخص محظوظ يربح اليانصيب.

$\forall x : Lucky(x) \Rightarrow Win(x, Lottery)$

نحولها إلى شكل العطف النظامي:

$\forall x : \neg Lucky(x) \vee Win(x, Lottery)$

نحذف محكم الشمول: $\boxed{\neg Lucky(x) \vee Win(x, Lottery)}$

* كل شخص محظوظ ينجح في كل المواد.

$\forall x \forall y \ (Lucky(x) \Rightarrow pass(x, y))$

نحولها إلى شكل العطف النظامي:

$\forall x \forall y \ (\neg Lucky(x) \vee pass(x, y))$

نحذف محكمات الشمول: $\boxed{\neg Lucky(x) \vee pass(x, y)}$

* رامي شخص محظوظ: $\boxed{Lucky(Rami)}$

* المطلوب: إثبات أن رامي شخص سعيد. $Happy(Rami)$

نفي الطلب فنحصل على: $\boxed{\neg Happy(Rami)}$

قبل تطبيق تقنية الحل نقوم بإعادة تسمية المتحولات بحيث يصبح لكل صيغة متحولاتها الخاصة فيكون لدينا مجموعة الحقائق التالية:

$$\begin{cases} \neg pass(x_1, Math) \vee \neg win(x_1, Lottery) \vee Happy(x_1) \\ \neg Lucky(x_2) \vee win(x_2, Lottery) \\ \neg Lucky(x_3) \vee pass(x_3, y) \\ Lucky(Rami) \\ \neg Happy(Rami) \end{cases}$$

الآن نطبق تقنية الحل.

$\neg Happy(Rami)$ $\quad$ $\neg pass(x_1, Math) \vee \neg win(x_1, Lottery) \vee Happy(x_1)$

$x_1 / Rami$

$\neg Lucky(x_2) \vee win(x_2, Lottery)$

$\neg pass(Rami, Math) \vee \neg win(Rami, Lottery)$

$x_2 / Rami$

$\neg Lucky(x_3) \vee pass(x_3, y)$

$\neg pass(Rami, Math) \vee \neg Lucky(Rami)$

$x_3 / Rami$

$y / Math$

$Lucky(Rami)$

$\neg Lucky(Rami)$

null $\quad$ أي وصلنا إلى تناقض

ومنه رامي شخص سعيد.

تمرين: حول الصيغة التالية إلى صيغة العطف النظامي:

$$\forall x \left[\neg g(x) \Rightarrow \left[\neg w(x) \wedge \neg \exists y \left[f(x,y) \wedge h(y) \right] \right] \right]$$

الحل: حذف الاقتضاء:

$$\forall x \left[g(x) \vee \left[\neg w(x) \wedge \neg \exists y \left[f(x,y) \wedge h(y) \right] \right] \right]$$

إدخال النفي:

$$\forall x \left[g(x) \vee \left[\neg w(x) \wedge \forall y \left[\neg f(x,y) \vee \neg h(y) \right] \right] \right]$$

/ /

نضع محكمات الشمول في المقدمة:

$$\forall x\ \forall y\ [g(x) \vee [\neg w(x) \wedge (\neg f(x,y) \vee \neg h(y))]]$$

نوزع $\vee$ على $\wedge$:

$$\forall x\ \forall y\ [g(x) \vee \neg w(x)] \wedge [g(x) \vee \neg f(x,y) \vee \neg h(y)]$$

نحذف محكمات الشمول:

$$[g(x) \vee \neg w(x)] \wedge [g(x) \vee \neg f(x,y) \vee \neg h(y)]$$

مسألة: (دورة امتحانية)

لتكن لدينا الحقائق التالية:

١- بعض الطلاب يكرهون كل الأساتذة.

٢- لا يوجد طلاب يكرهون الممثلين.

المطلوب: استخدم طريقة الحل بالنقض لإثبات أنه لا يوجد أستاذ ممثل.

مستخدماً الفرضيات التالية:

$S(x)$ تعني أن x طالب

$P(x)$ تعني أن x أستاذ

$A(x)$ تعني أن x ممثل

$H(x,y)$ تعني أن x يكره y.

الحل: * بعض الطلاب يكرهون كل الأساتذة:

$$\exists x\quad S(x) \wedge [\forall y : P(y) \Longrightarrow H(x,y)]$$

نحولها إلى شكل العطف النظامي:

$$\exists x\quad S(x) \wedge [\forall y : \neg P(y) \vee H(x,y)]$$

نحذف المكمم الوجودي ونستبدل متحوله بثابت:

$$S(T) \wedge [\forall y : \neg P(y) \vee H(T,y)]$$

نضع مكمم الشمول في المقدمة:

$$\forall y\ [S(T) \wedge (\neg P(y) \vee H(T,y))]$$

/ /

حذف محكم الشمول : $S(T) \wedge (\neg P(y) \vee H(T,y))$

حذف العطف فيصبح لدينا صيغتين :

$\boxed{S(T)}$

$\boxed{\neg P(y) \vee H(T,y)}$

* لا يوجد طلاب يكرهون الممثلين :

$\neg [\exists x \ \ \forall y : S(x) \wedge A(y) \wedge H(x,y)]$

نحولها إلى شكل العطف النظامي :

$\forall x \ \ \exists y \ [\neg S(x) \vee \neg A(y) \vee \neg H(x,y)]$

نحذف محكم الوجود ونستبدل متحوله y بتابع لمتحول محكم الشمول x (لأنه داخل عبارة محكم الشمول)

$\forall x \ (\neg S(x) \vee \neg A(f(x)) \vee \neg H(x, f(x)))$

حذف محكم الشمول : $\boxed{\neg S(x) \vee \neg A(f(x)) \vee \neg H(x, f(x))}$

* المطلوب إثبات أنه لا يوجد أستاذ ممثل :

$\neg [\exists x : P(x) \wedge A(x)]$

ننفي الطلب :

$\neg\neg [\exists x : P(x) \wedge A(x)] \equiv \exists x : P(x) \wedge A(x)$

نحذف محكم الوجود ونستبدل متحوله x بثابت :

$P(B) \wedge A(B)$

نحذف العطف فنحصل على الصيغتين :

$\boxed{P(B)}$

$\boxed{A(B)}$

نطبق تقنية الحل:

$P(B)$ $\qquad$ $\neg P(y) \vee H(T,y)$

y/B

$H(T,B)$ $\qquad$ $\neg S(x) \vee \neg A(f(x)) \vee \neg H(x, f(x))$

x/T

$f(x)/B$

$\neg S(T) \vee \neg A(B)$ $\qquad$ $A(B)$

$\neg S(T)$ $\qquad$ $S(T)$

null

أي أنه لا يوجد أستاذ ممثل

سؤال الدورة: (2013 - 2012)

لتكن لدينا الحقائق التالية:

- كل طالب هو إنسان.

برهن بطريقة الحل بالنقض أن عقل الطالب هو عقل إنسان.

الحل: يتم حل هذه المسألة تماماً كما تم حل المسألة الثانية في المحاضرة السادسة.

تمرين: لتكن لدينا الفرضيات التالية:

A

B

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

$B \wedge L \Rightarrow M$

$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

المطلوب إثبات P بطريقة الحل بالنقض.

الحل: نحول الفرضيات المعطاة إلى شكل العطف النظامي:

A

B

$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

$L \wedge M \Rightarrow P \equiv \neg(L \wedge M) \vee P \equiv \neg L \vee \neg M \vee P$

$B \wedge L \Rightarrow M \equiv \neg(B \wedge L) \vee M \equiv \neg B \vee \neg L \vee M$

$A \wedge P \Rightarrow L \equiv \neg(A \wedge P) \vee L \equiv \neg A \vee \neg P \vee L$

$A \wedge B \Rightarrow L \equiv \neg(A \wedge B) \vee L \equiv \neg A \vee \neg B \vee L$

ننفي المطلوب فنحصل على الفرضية $\neg P$ ونطبق تقنية الحل:

$\neg P \qquad \neg L \vee \neg M \vee P \qquad \neg B \vee \neg L \vee M \qquad \neg A \vee \neg B \vee L$

$\neg L \vee \neg M$

$\neg B \vee \neg L$

$\neg A \vee \neg B \qquad A \qquad B$

$\neg B$

null

نهاية المحاضرة التاسعة