/ /

المحاضرة الرابعة عشرة ..

الإثنين 2015/5/4 ..

- البرمجة الديناميكية -

تستخدم لإيجاد الحل الأمثل في المواقف متعددة الخطوات والتي تتضمن مجموعة من القرارات المتتالية.

أمثلة: مسائل توزيع الموارد - مسائل تنظيم الإنتاج والإدارة - مسائل التخزين.

منهج الاستنتاج للبرمجة الديناميكية: " من الخلف إلى الأمام "

المبدأ هو تجزئة المسألة إلى خطوات ترتبط بمعيار معين حسب الموقف موضوع الدراسة وفي كل خطوة نُعرِّف مجموعة من الحالات حيث يتم عن كل حالة مجموعة من القرارات الممكنة.

مقياس الفعالية:

يحدد مقياس الفعالية في صورة تكلفة أو ربح أو زمن أو أي مقياس آخر ويسمى تابع الهدف.

القرار الأمثل:

هو الذي يحقق في كل حالة القيمة المثلى لتابع الهدف في الحالة السابقة.

• أبرز المساهمين في تطوير هذه النظرية العالم "ريتشارد بالمان"

المبدأ الأساسي للبرمجة الديناميكية:

هو أن سياسة مثلى لا على أن تتشكل إلا من سياسات جزئية مثلى حيث أن البرمجة الديناميكية تتميز بما يلي:

/ /

1- تعطي الحل الأمثل المطلق وليس الحل الأمثل النسبي.

2- تخفض الزمن اللازم للحساب من جراء تجزئة المسألة إلى مسائل صغيرة وبعدد أقل من المتغيرات وبذلك ينخفض عدد البدائل في كل خطوة.

3- لا تتطلب أي من الشروط الخطية أو التحدب أو حتى الاستمرارية ومع ذلك فهي محددة ضمن أشكال خاصة لتابع الهدف.

4- إن هذه الطريقة تتضمن عناصر تحليل الحساسية، حيث يبين من خلالها حساسية النتائج من أجل جملة من القيم للمتغيرات الداخلة في المسألة وتمكننا من إيجاد السياسات القريبة للسياسة المثلى.

- مع الإشارة إلى أنها لا تستطيع حل كل أنواع المسائل.

تصنيف مسائل البرمجة الديناميكية:

تصنف مسائل البرمجة الديناميكية إلى ثلاث حالات:

1- مسائل وحيدة البعد وحيدة المؤشر.

2- مسائل متعددة الأبعاد ووحيدة المؤشر
أو مسائل وحيدة البعد متعددة المؤشرات.

3- مسائل متعددة الأبعاد و متعددة المؤشرات.

البعد:

هو المعيار الذي يؤثر في عملية اتخاذ القرار في مرحلة معينة من مراحل الحصول على الحل الأمثل، حيث أنه إذا كان المعيار وحيداً في اتخاذ القرار عندئذٍ تسمى المسألة بمسألة وحيدة البعد وإلا فهي متعددة الأبعاد.

المؤشر:

هو تابع الهدف، وإذا كانت المسألة تبغي أكثر من هدف واحد تسمى مسألة متعددة المؤشرات.

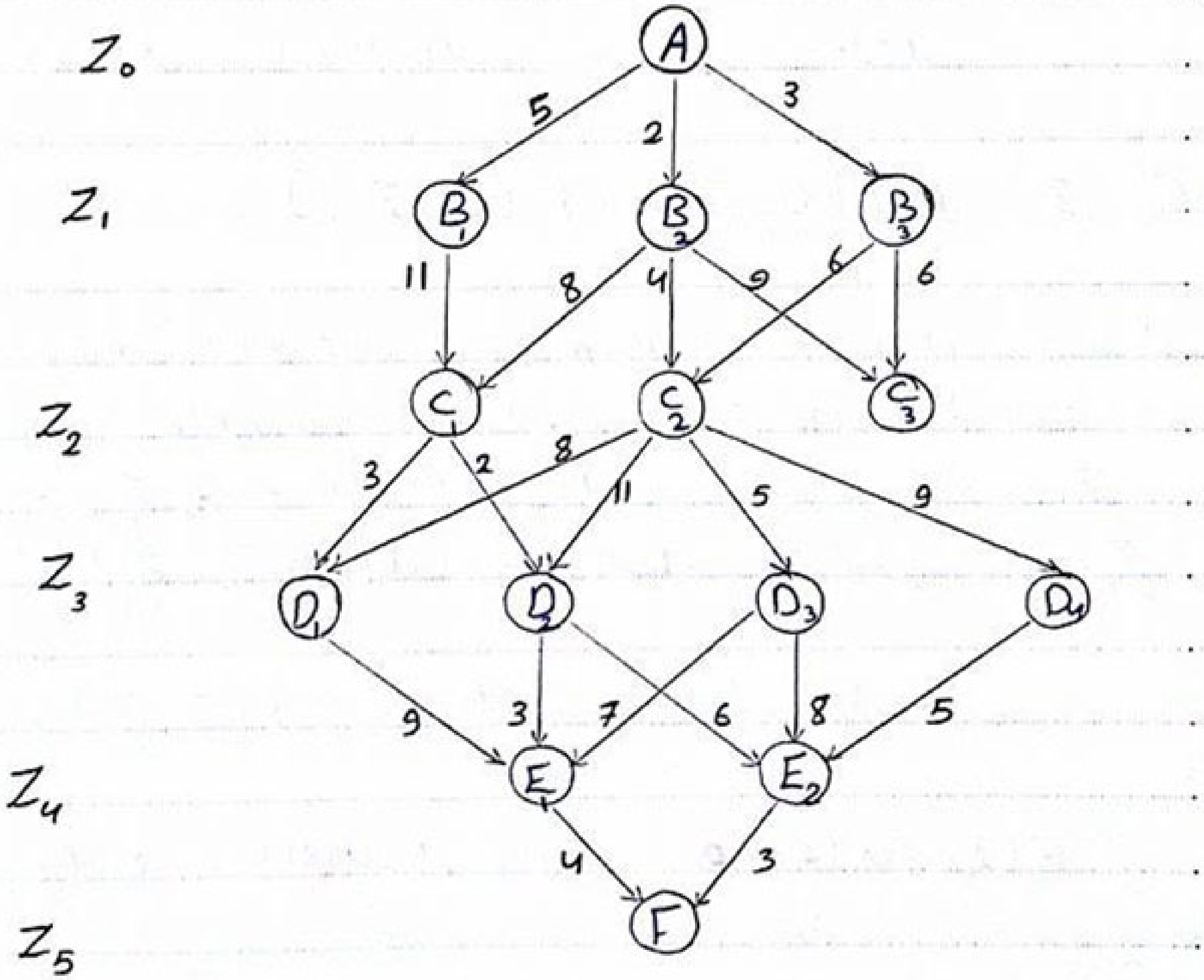
نوضح فكرة البرمجة الديناميكية من خلال المثال التالي:

مسألة:

يطلب إنشاء استراد بين مدينتين A و F حيث يجب عليه أن يمر من المدن B, C, D, E و بالتالي سوف تتشكل من خمسة أقسام.

من أجل كل قسم تمت دراسة وتقييم كلفة مختلف البدائل، وقدم تمثيل هذه البدائل مع تكاليفها على الشكل المرفق.

المطلوب: إيجاد الطريق ذات الكلفة الأقل لإنشاء الاتوستراد.



نرمز بـ Z_i لتابع الحالة حيث $i=1:5$

/ /

الحل :

المرحلة Z_0 موافقة لـ A

المرحلة Z_1 موافقة لـ B_1, B_2, B_3

المرحلة Z_2 موافقة لـ C_1, C_2, C_3

المرحلة Z_3 موافقة لـ D_1, D_2, D_3, D_4

المرحلة Z_4 موافقة لـ E_1, E_2

المرحلة Z_5 موافقة لـ F.

من أجل حساب التكاليف نستخدم العلاقة التالية:

$$G_n(Z_n) = \underset{Z_{n-1}}{opt}[G_{n-1}(Z_{n-1}) + F(Z_n, Z_{n-1})]$$

حيث أنّ التابع opt قد يكون Min أو Max حسب طبيعة المسألة
وفي مسألتنا هذه هو من النوع Min لأننا نريد أقل كلفة.

و $G_n(Z_n)$ هي الكلفة الصغرى للسياسة الجزئية من A حتى Z_n

و $G_n(Z_{n-1})$ هي الكلفة الصغرى للسياسة الجزئية من A حتى Z_{n-1}

و $F(Z_n, Z_{n-1})$ هي كلفة الطريق بين النقطتين المأخوذتين.

ولدينا دوماً الحالة الابتدائية $G_0(Z_0) = G_0(A) = 0$

- لنأخذ الحالة Z_1 عندئذٍ يكون:

$$G_1(Z_1) = \underset{Z_0}{Min}[G_0(Z_0) + F(Z_1, Z_0)]$$

لدينا في المرحلة Z_1 ثلاثة خيارات هي B_1, B_2, B_3 :

$$G_1(B_1) = [G_0(A) + F(B_1, A)]$$
$$= 0 + 5 = 5$$

$$G_1(B_2) = [G_0(A) + F(B_2, A)] = 0 + 2 = 2$$

$$G_1(B_3) = [G_0(A) + F(B_3, A)] = 0 + 3 = 3$$

في هذه المرحلة القيمة 2 هي أصغر القيم وهي الموافقة للطريق AB_2

الحالة Z_2 :

$$G_2(Z_2) = \min_{Z_1} [G_1(Z_1) + F(Z_2, Z_1)]$$

لدينا ثلاثة خيارات هي C_1, C_2, C_3 :

$$G_2(C_1) = \min[G_1(B_1) + F(C_1, B_1),\ G_1(B_2) + F(C_1, B_2),$$
$$G_1(B_3) + F(C_1, B_3)]$$
$$= \min[5+11,\ 2+8,\ 3+\infty] = 10$$

$$G_2(C_2) = \min[G_1(B_1) + F(C_2, B_1),\ G_1(B_2) + F(C_2, B_2),$$
$$G_1(B_3) + F(C_2, B_3)]$$
$$= \min[5+\infty,\ 2+4,\ 3+6] = 6$$

$$G_2(C_3) = \min[G_1(B_1) + F(C_3, B_1),\ G_1(B_2) + F(C_3, B_2),$$
$$G_1(B_3) + F(C_3, B_3)]$$
$$= \min[5+\infty,\ 2+9,\ 3+6] = 9$$

في هذه المرحلة القيمة 6 هي أصغر القيم وهي الموافقة للطريق AB_2C_2

في المرحلة Z_3 لدينا أربعة خيارات هي D_4 ، D_3 ، D_2 ، D_1 :

$$G_3(Z_3) = \min_{Z_2} [G_2(Z_2) + F(Z_3, Z_2)]$$

$$G_3(D_1) = \min [G_2(C_1) + F(D_1, C_1), G_2(C_2) + F(D_1, C_2), G_2(C_3) + F(D_1, C_3)]$$
$$= \min[10+3, 6+8, 9+8] = 13$$

$$G_3(D_2) = \min[G_2(C_1) + F(D_2, C_1), G_2(C_2) + F(D_2, C_2), G_2(C_3) + F(D_2, C_3)]$$
$$= \min[10+2, 6+11, 9+\infty] = 12$$

$$G_3(D_3) = \min[G_2(C_1) + F(D_3, C_1), G_2(C_2) + F(D_3, C_2), G_2(C_3) + F(D_3, C_3)]$$
$$= \min[10+\infty, 6+5, 9+\infty] = 11$$

$$G_3(D_4) = \min[G_2(C_1) + F(D_4, C_1), G_2(C_2) + F(D_4, C_2), G_2(C_3) + F(D_4, C_3)]$$
$$= \min[10+\infty, 6+9, 9+\infty] = 15$$

القيمة الأصغرية في هذه المرحلة هي 11 وهي الموافقة للطريق $A B_2 C_2 D_3$

في المرحلة Z_4 لدينا خياران E_1 ، E_2 :

$$G_4(Z_4) = \min_{Z_3} [G_3(Z_3) + F(Z_4, Z_3)]$$

$$G_4(E_1) = \min[G_3(D_1) + F(E_1, D_1), G_3(D_2) + F(E_1, D_2), G_3(D_3) + F(E_1, D_3), G_3(D_4) + F(E_1, D_4)]$$

$$G_4(E_1) = \min[13+9,\ 12+3,\ 11+7,\ 15+10] = 15$$

$$G_4(E_2) = \min[G_3(D_1)+F(E_2,D_1),\ G_3(D_2)+F(E_2,D_2),$$
$$G_3(D_3)+F(E_2,D_3),\ G_3(D_4)+F(E_2,D_4)]$$
$$= \min[13+\infty,\ 12+6,\ 11+8,\ 15+5] = 18$$

القيمة الأصغرية في هذه المرحلة هي 15 وهي موافقة للطريق $AB_2C_1D_2E_1$.

المرحلة Z_5 لدينا خيار واحد هو F :

$$G_5(Z_5) = \min_{Z_4}[G_4(Z_4) + F(Z_5, Z_4)]$$

$$G_5(F) = \min[G_4(E_1)+F(F,E_1),\ G_4(E_2)+F(F,E_2)]$$

$$= \min[15+4,\ 18+3] = 19$$

ومنه يكون الحل الأمثل الكلي هو الطريق $AB_2C_1D_2E_1F$
ذو الكلفة ١٩.

انتهت المحاضرة..