نمذجة رياضية

المحاضرة الثامنة عشرة

٢٠١٥/٥/٤

نموذج التخزين المتعدد والحجم المحدود :

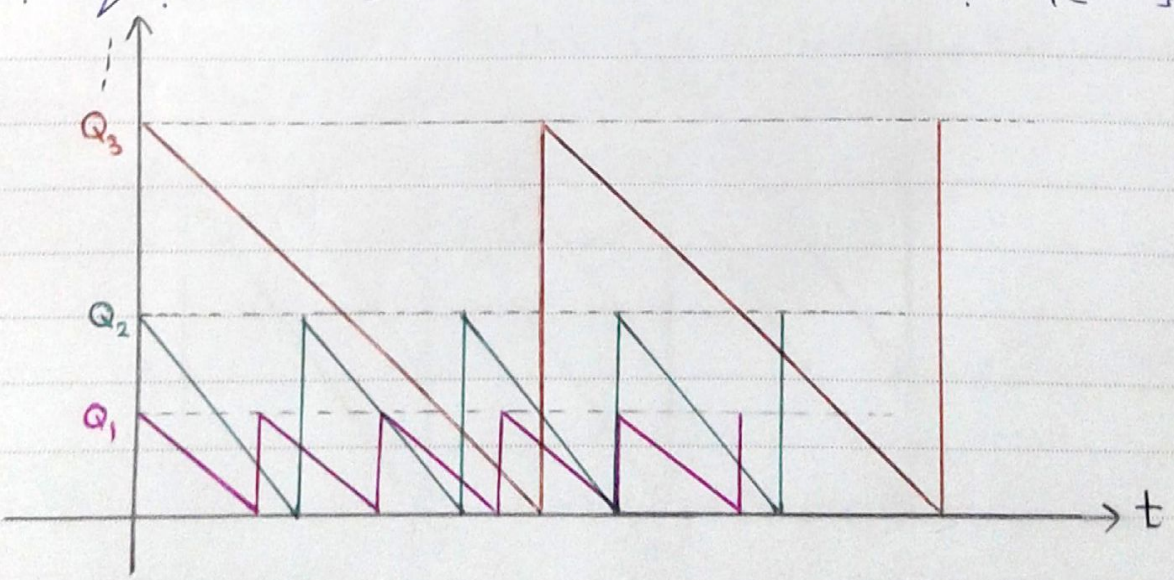
لنفرض أن المستودع يقوم بتخزين وبيع m مادة ، وإن حجم (أو مساحة) المستودع محدود ويساوي B واحدة حجم (مساحة).

وإن كل واحدة من المادة i تشغل مكاناً قدره S_i من حجم المستودع.

ثم نفرض أن النموذج يحقق الفرضيات الآتية :

1) معدل الطلب على المادة i يساوي λ_i في واحدة الزمن.
2) إن الكمية الأولية المتوفرة من المادة i في بداية الزمن تساوي Q_i
3) كلما وصل مستوى التخزين من المادة i إلى الصفر يتم تعويضها بنفس الكمية Q_i
4) إن سعر شراء الواحدة من المادة i يساوي C_i.
5) يوجد تكلفة ثابتة قدرها k_i من أجل إعداد كل طلبية من المادة i.
6) إن تكلفة تخزين المادة i في واحدة الزمن تساوي h_i.

وإنه يتم طلب كل من هذه المواد في أوقات مختلفة ومستقلة عن بعضها البعض.



A L A D I B Notebook

Scanned by CamScanner

Subject:

- إن الحجم المحدود للمستودع يتحكم بكمية المخزون من مختلف المواد ومتى لا يتم تجاوز ذلك الحجم يجب أن تحقق الكميات المطلوبة القيد التالي :

$$Q_1S_1 + Q_2S_2 + \cdots + Q_mS_m \leq B$$

- التكلفة الإجمالية لتخزين المادة i في واحدة الزمن تعطى بالعلاقة :

$$C_i(Q_i) = \frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + c_i\lambda_i + \frac{h_iQ_i}{2} \quad ; \quad i = \overline{1,m}$$

- إن المجموع العام لتكلفة التخزين يعطى بالعلاقة :

$$C(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m) = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + c_i\lambda_i + \frac{h_iQ_i}{2}\right)$$

- إذاً أصبح النموذج الرياضي : أوجد القيمة الصغرى للتابع :

$$L = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + c_i\lambda_i + \frac{h_iQ_i}{2}\right) \longrightarrow Min$$

مع مراعاة القيد :

(*) $$Q_1S_1 + Q_2S_2 + \cdots + Q_mS_m \leq B$$

$$Q_i \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1,m}$$

- إن هذا النموذج لاخطي ، لإيجاد المطلوب نستخدم مضاريب لاغرانج ، حيث يعطى تابع لاغرانج بالعلاقة التالية :

$$L(Q, \mu) = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{k_i\lambda_i}{Q_i} + c_i\lambda_i + \frac{h_iQ_i}{2}\right) - \mu\left[Q_1S_1 + Q_2S_2 + \cdots + Q_mS_m - B\right]$$

لإيجاد النهاية الصغرى المشروطة بالقيد (*) نحسب المشتقات الجزئية بالنسبة لكل من Q_i ، μ ونضعها مساوية للصفر فنحصل على المعادلات الآتية :

Scanned by CamScanner

Subject: /   /

$$\frac{\partial L(Q_i,\mu)}{\partial Q_i} = \frac{-\lambda_i k_i}{Q_i^2} + \frac{h_i}{2} + \mu S_i = 0 \quad ; \quad i=\overline{1,m}$$

$$\frac{\partial L(Q_i,\mu)}{\partial \mu} = -(S_1Q_1 + S_2Q_2 + \dots + S_mQ_m - B) = 0$$

بحل الـ m معادلة الأولى نحصل على:

$$Q_i = \sqrt{\frac{2\lambda_i k_i}{h_i + 2\mu S_i}} \quad ; \quad i=\overline{1,m}$$

ويصبح القيد على الشكل التالي:

$$S_1Q_1 + S_2Q_2 + \dots + S_mQ_m = B \quad \star\star$$

وذلك من المعادلة الأخيرة.

إن الحل الذي حصلنا عليه يجب أن يحقق القيد $\star\star$.

لمعالجة هذا الموضوع نعوض القيم Q_i بمايساويها فنجد:

$$S_1\sqrt{\frac{2\lambda_1 k_1}{h_1+2\mu S_1}} + S_2\sqrt{\frac{2\lambda_2 k_2}{h_2+2\mu S_2}} + \dots + S_m\sqrt{\frac{2\lambda_m k_m}{h_m+2\mu S_m}} = B$$

نلاحظ أن الطرف الأيسر تصغر قيمته كلما كبرت μ

أي أنه بشكل تجريبي لو وجدنا قيمة موجبة لـ μ وهي μ^*، وذلك

بزيادة قيمة μ تدريجياً حتى تحقق المعادلة $\star\star$

وبذلك نجد أن الحجم الأمثل Q_i^* هو:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda_i k_i}{h_i + 2\mu^* S_i}} \quad ; \quad i=\overline{1,m}$$

نهاية المحاضرة الثامنة عشرة

Scanned by CamScanner