الحركة النسبية لنقطة مادية:

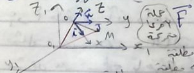
مقدمة: أن الحركة النسبية لنقطة مادية شديدة الارتباط بالمفاهيم الاساسية في الميكانيك. لقد كانت دراستنا في الفصول السابقة منسوبة لجملة احداثية اعتبرناها جملة ثابتة حيث كانت من أجلها النتائج والعلاقات والقوانين التي حصلنا عليها صحيحة. إن صحة النتائج والقوانين المذكورة ترتبط بشكل مباشر بتلك الجمل الاحداثية التي تحقق قوانين التحريك الاساسية وتدعى هذه الجمل بالجمل العطالية.

تتحرك في الجمل الاحداثية العطالية. النقطة المادية بحركة مستقيمة منتظمة. إذا لم تأثر عليها قوى خارجية وبالتالي فإن النقطة المادية تتحرك بتسارع معلوم في الجمل العطالية إذا لم تؤثر عليها قوى خارجية

إن مفهوم الحركة النسبية ينفي ذلك أي إذا لم تأثر على النقطة المادية قوى خارجية فهي تتحرك بتسارع غير معلوم بشكل عام، في هذه الحالة تدعى الجمل اللاعطالية وهي تلك الجمل التي تقول لنا كيف يمكن للنقطة المادية أن تتحرك بتسارع على الرغم من عدم وجود قوى خارجية المؤثرة عليها

- لتكن M نقطة مادية كتلتها m تؤثر عليها قوى خارجية $\vec{F}$

(1)



حركة M بالنسبة للجملة الثابتة
حركة مطلقة 1

سرعة مطلقة V_a

وتسارعها تسارع مطلق Γ_a

وحركة M بالنسبة الجملة المتحركة تسمى الحركة النسبية

V_r سرعة نسبية

Γ_r تسارع نسبي

لتكن $oxyz$ الجملة الاصلية المتحركة أي تستطيع
هذه الجملة أن تتحرك بشكل اختياري بالنسبة
الجملة الثابتة $o_1x_1y_1z_1$ التي سوف ندعوها بالجملة
الاصلية الاساسية ~~(المطلقة)~~ تسمى حركة m
بالنسبة الجملة الاساسية (الحركة المطلقة)
وسرعتها بالسرعة المطلقة (V_a) وتسارعها
هو التسارع المطلق (Γ_a)
وكذلك حركة النقطة m بالنسبة الجملة
المتحركة $oxyz$ تدعى بالحركة النسبية
وسرعتها بالسرعة النسبية V_r وتسارعها
بالتسارع النسبي Γ_r
وأخيراً الحركة التي تكون في النقطة m فيما لو
ارتبطت بالجملة المتحركة بالنسبة للجملة
الاساسية تدعى بالحركة الجرية
وسرعتها السرعة الجرية V_e وتسارعها بالتسارع
الجري Γ_e

تركيب الحركات:
النسبية والجرية والمطلقة:

تعريف: تركيب حركتين هو تركيب حركة نقطة
مادية يعني أن هذه النقطة تقوم بحركتين
أو أكثر في آن واحد
مثال على هذه الحالة: يمكن إعطاء حركة
شخص على سطح باخرة تبحر في البحر في هذا
المثال نرى أن حركة الشخص

عبارة عن تركيب حركتين: الأولى حركة الماء لسطح البحر والثانية: حركة السفينة بالنسبة لسطح الماء الشاطئ

مشتقات أشعة الوحدة: لتكن $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

أشعة الواحدة على المحاور $oxyz$

هذه الأشعة ثابتة الطول ومتغيرة في الاتجاه

نأخذ

$$r_A = \vec{OA} = \vec{i}$$

وبالتالي

$$\frac{d\vec{OA}}{dt} = \frac{d r_A}{dt} = \vec{V_A}$$

وحسب السرعة في الحركة الدائرية

حسب العلاقة $V = w \times r$

يكون لدينا

$$\boxed{\frac{d\vec{i}}{dt} = \underbrace{w \times \vec{i}}_{\text{خارجيا}}}$$

وبشكل مشابه

$$\boxed{\frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{w} \times \vec{j}}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{k}}{dt} = w \times \vec{k}}$$

هذه الصيغ التي حصلنا عليها تسمى صيغ بواسون تلزمنا في حساب تركيب السرعة.

تركيب السرعة: حسب الشكل (1)

$$\vec{O_1M} = \vec{O_1O} + \vec{OM}$$

أ) $\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{O_1O} + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

نشتق هذه العلاقة بالنسبة للزمن:

ب) $$\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{O_1O}}{dt} + \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$+ x\frac{d\vec{i}}{dt} + y\frac{d\vec{j}}{dt} + z\frac{d\vec{k}}{dt}$$

$$\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt} = \vec{V_a}$$

$$\frac{dO_1O}{dt} = \vec{V_o}$$

$$x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k} = \vec{V_r}$$

$$x\frac{di}{dt} = x[\vec{w} \times \vec{i}]$$

$$x\frac{di}{dt} = w \times x\vec{i}$$

$$y\frac{dj}{dt} = w \times y\vec{j}$$

$$z\frac{dk}{dt} = w \times z\vec{k}$$

$$x\frac{di}{dt} + y\frac{dj}{dt} + z\frac{dk}{dt} = w \times r$$

$$\boxed{\vec{V_e} = \vec{V_o} + \vec{w} \times \vec{r}}$$

ومنه $\boxed{\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}}$

وبالتالي نظرية تركيب السرعة:

السرعة المطلقة = إلى المجموع الهندسة السرعة النسبية والسرعة الجرية

إذا كان لدي زاوية بين النسبية والجرية α

فالقيمة السرعة المطلقة

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2 V_r V_e \cos\alpha}$$

تركيب التسارعات:

لإيجاد التسارع نشتق العلاقة (ب)

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{dV_0}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{J} + \frac{d^2z}{dt^2}k$$

$$+ \frac{dx}{dt}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{dy}{dt}\cdot\frac{dJ}{dt} + \frac{dz}{dt}\cdot\frac{dk}{dt} +$$

$$+ \frac{dx}{dt}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{dy}{dt}\,\frac{dJ}{dt} + \frac{dz}{dt}\cdot\frac{dk}{dt} +$$

$$+ x\frac{d^2i}{dt^2} + y\frac{d^2J}{dt^2} + z\frac{d^2k}{dt^2}$$

$$\frac{dV_a}{dt} = \frac{dV_0}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{J} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$+ 2\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{dy}{dt}\cdot\frac{dJ}{dt} + \frac{dz}{dt}\cdot\frac{dk}{dt}\right)$$

$$+ x\frac{d^2i}{dt^2} + y\frac{d^2J}{dt^2} + z\frac{d^2k}{dt^2}$$

لدينا :

$$\frac{dV_a}{dt} = \vec{\Gamma_a} \quad , \quad \frac{dV_o}{dt} = \vec{\Gamma_o}$$

الحد الثاني $\quad x' \frac{di}{dt} + y' \frac{dJ}{dt} + z' \frac{dk}{dt}$

$$x' \frac{di}{dt} = x' (w \times \vec{i}) = \vec{w} \times x' \vec{i}$$

$$y' \frac{dJ}{dt} = y' (w \times J) = \vec{w} \times y' \vec{J}$$

$$z' \frac{dk}{dt} = z' (w \times k) = \vec{w} \times z' \vec{k}$$

إذاً

$$x' \frac{di}{dt} + y' \frac{dJ}{dt} + z' \frac{dk}{dt} = \vec{w} \times \vec{V_r}$$

وكذلك :

$$x'' \vec{i} + y'' \vec{J} + z'' \vec{k} = \vec{\Gamma_r}$$

التسارع النسبي

الحد الثالث $\quad 2 (\vec{w} \times V_r) = \vec{\Gamma_c}$

التسارع المتمم

الحد الأخير

$$x \frac{d^2 i}{dt^2} = x \frac{d}{dt} \left(\frac{di}{dt} \right)$$

$$= x \frac{d}{dt} (w \times i)$$

$$= x \left[\frac{dw}{dt} \times i + w \times \frac{di}{dt} \right]$$

تمع $(i \times w \times i)$ $\varepsilon r \times i + w r (w \times x i)$

التسارع المركزي ε

$$= x\,[\,\vec{\varepsilon} \times \vec{i} + w \times (w \times i)\,]$$

حيث

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\partial w}{\partial t}$$

بشكل مشابه:

$$x \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + y\frac{\partial^2 J}{\partial t^2} + z\frac{\partial^2 k}{\partial t^2}$$

$$= \varepsilon \times r + w \times (w \times r)$$

$$= \varepsilon \times r - w^2 r$$

وبالتالي حسب علاقة حيث

$$a \times (b \times c) = b(a \cdot c) - c(a \cdot b)$$

ومنه

$$\boxed{\vec{\Gamma_e} = \vec{\Gamma_o} + \varepsilon \times r - w^2 r}$$

التسارع الجري

إذاً التسارع المطلق

يمكن ان يأتي برهنه امتحان

$$\boxed{\vec{\Gamma_a} = \vec{\Gamma_r} + \vec{\Gamma_c} + \vec{\Gamma_e}}$$

حسب قانون الحركة لنيوتن:

$$m\vec{\Gamma_a} = \vec{F}$$

$$m\Gamma_r + m\Gamma_c + m\Gamma_e = F$$

$$m\Gamma_r = F + (-m\,\Gamma_e) + (-m\,\Gamma_c)$$

نرمز ب:

قوة العطالة الجرية $J_e = -m\Gamma_e$, $J_c = -m\Gamma_c$ قوة العطالة المتممة

وبالتالي

$$\boxed{m \Gamma_r = F + J_e + J_c}$$

بإسقاط على المحاور المتحركة

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x + J_{ex} + J_{cx}$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y + J_{ey} + J_{cy}$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z + J_{ez} + J_{cz}$$

معادلات تفاضلية للنقطة

m بالنسبة للجملة المتحركة