الحركة اللولبية لجسم صلب

تعريف الحركة اللولبية: هي حركة جسم صلب ينسحب فيه مستقيم $(x'x)$ محدد على حامله وبحيث ترسم كل نقطة منه لولباً دائرياً حيث تبقى خطا اللولب كلها متساوية أثناء الحركة مبدأياً لدينا وسيطين للحركة، زاوية دوران θ والانسحاب S ولكن نعلم أن اللولب الدائري يتميز خاصة أن النقاط تنسحب بمقدار يتناسب مع زاوية دوران أي $S = b\theta$ إذاً أصبح لدينا وسيط واحد للحركة و بالتالي عدد درجات حرية جسم تساوي الواحد وبالتالي يوجد معادلة واحدة للحركة. تدعى b بالخطوة المختزلة للولب، إذا دار الجسم دورة كاملة فإن الانسحاب يصبح بالشكل $S = B = 2\pi b$ وتسمى B خطوة اللولب.

نلاحظ أن مسارات النقط هي لوالب دائرية متساوية الخطى تختلف في نصف قطر الأسطوانة المرسوم عليها.

تعيين موضع الجسم الصلب بالحركة اللولبية:

$$\forall M \in S, \quad \overrightarrow{oM} = \overrightarrow{o_1o} + \overrightarrow{oM}$$
$$= S\vec{k} + \overrightarrow{oM}$$
$$= b\theta\vec{k} + \overrightarrow{oM}$$

تعيين سرعة النقطة M وتسارع النقطة M: سرعة النقطة M هي عبارة عن مجموع سرعتين (سرعة سقوط نقطة M) السرعة الأولى سقوط M على مستوي و السرعة الثانية سقوط نقطة M على β_1 محور دوران.

$$\vec{v}(M) = \vec{v}(m_1) + \vec{v}(m_2)$$

سرعة سقوط M على محور دوران

سرعة سقوط M على المستوي

ALADDIN.net
Scanned by CamScanner

$$\vec{v}(m_1) = \dot{s}\vec{k} = b\theta'\vec{k}$$

$$\vec{v}(m_2) = \vec{\omega} \wedge \vec{o_1 m_2}$$
$$= \vec{\omega} \wedge (\vec{o_1 M} + \vec{M m_2})$$
$$= \vec{\omega} \wedge \vec{o_1 M} + \vec{\omega} \wedge \vec{M m_2}$$
$$= \vec{\omega} \wedge \vec{o_1 M} + 0 \quad \text{(متوازيان)}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(M) = b\theta'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge \vec{o_1 M}$$

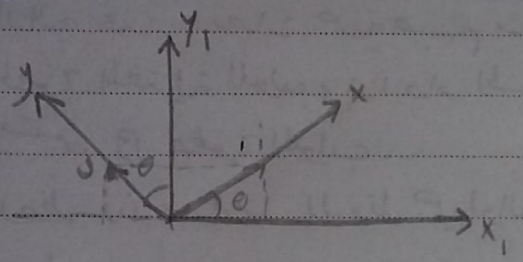
حقل تسارع:

$$\forall M \in S, \quad \vec{\Gamma}(M) = b\theta''\vec{k} + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{o_1 M} - \omega^2 \vec{m_1 M}$$

تسارع الناظمي — تسارع محمي — تسارع انسحابي

الدراسة التحليلية:

لنأخذ جملة المحاور الثابتة $o_1 x_1 y_1 z_1$ وجملة محاور متعامدة مع الجسم $oxyz$ بحيث يكون o منطبق على o_1 و oz منطبق على $o_1 z_1$ (محور الدوران) و oz منطبق على محور دوران



θ زاوية بين x_1 و محور ox

$$\vec{o_1 M} = b\theta\vec{k} + \vec{oM}$$
$$= b\theta\vec{k} + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$
$$= x\vec{i} + y\vec{j} + (b\theta + z)\vec{k}$$

ولكن:

$$\vec{i} = \cos\theta\,\vec{i_1} + \sin\theta\,\vec{j_1}$$
$$\vec{j} = -\sin\theta\,\vec{i_1} + \cos\theta\,\vec{j_1}$$
$$\vec{k} = \vec{k_1}$$

ومنه مركبات النقطة M في الجملة الثابتة:

$$x_1 = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y_1 = x\sin\theta + y\cos\theta$$
$$z_1 = z + b\theta$$

لدراسة حركية لسرعة وتسارع أماشق x_1 و y_1 و z_1 بعد تعويض $\theta = \theta(t)$ أو فقط الأنشطة

حادي

دراسة حركية لسرعة: $\vec{v}(M) = (x_1', y_1', z_1')$ في جملة ثابتة وبعد تعويض $\theta = \theta(t)$

لتسارع: $\vec{\Gamma}(M) = (x_1'', y_1'', z_1'')$

أو باستخدام القوانين:

$$\vec{v}(M) = b\theta'\vec{k} + \vec{\omega} \wedge \vec{oM} \quad \text{في جملة متعامدة}$$

$$b\theta'\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

ALADDIN.net
Scanned by CamScanner

أعداد : ريم الرصيي

$$\Rightarrow \vec{V}(M) = -y\omega\vec{i} + x\omega\vec{j} + b\theta'\vec{k}$$

$$\vec{\Gamma}(M) = b\theta''\vec{k} + \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$$

$$= b\theta''\vec{k} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ -y\omega & x\omega & b\theta' \end{vmatrix}$$

$$\vec{\Gamma}(M) = (-\varepsilon y - x\omega^2)\vec{i} + (\varepsilon x - \omega^2 y)\vec{j} + b\theta''\vec{k}$$

السرعة والتسارع في الحملة التابعة :

$$\vec{V}(M) = -y_1\omega\vec{i}_1 + x_1\omega\vec{j}_1 + b\theta'\vec{k}_1$$

$$\vec{\Gamma}(M) = (-\varepsilon y_1 - x_1\omega^2)\vec{i}_1 + (\varepsilon x_1 - \omega^2 y_1)\vec{j}_1 + b\theta''\vec{k}_1$$

حيث x_1 و y_1 و z_1 هي مركبات النقطة M في الحملة التابعة.

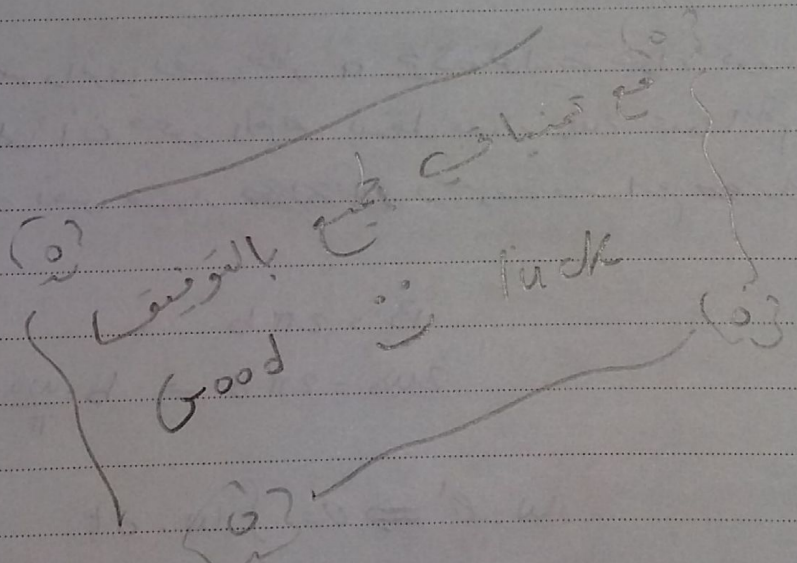
حركة اللولبية المنتظمة : نسمي الحركة بالحركة اللولبية المنتظمة إذا كان شعاع محور دوران ثابت. التسارع الانسحابي وتسارع محاسي معدوم يبقى فقط لدينا تسارع ناظمي $\vec{w}_{m,M}$.

الحركة اللولبية المماسة : تكون حركة الجسم الصلب مماسة لحركة لولبية في لحظة معينة إذا استطعنا كتابة شعاع سرعة النقطة M من الجسم في تلك اللحظة بالشكل :

$\vec{V}(M) = b\vec{\omega} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$ حيث O نقطة ما من محور دوران والذي هو حامل $\vec{\omega}$ في تلك اللحظة.

محور دوران

وظيفة : اسطوانة دائرية تتحرك حركة لولبية محورها ينطبق على محور الاسطوانة، عين سرعة وتسارع نقطة من سطح الاسطوانة بفرض الخطوة المختزلة هي $b = 2$ ومعادلة حركتها $\theta = 2t^2$.



Scanned by CamScanner