حركة نقطة من جسم تدور بحركة دورانية حول محور ثابت (Δ)

في جملة متعامدة: $\overrightarrow{OM} = (x, y, z)$

في جملة ثابتة: $\overrightarrow{OM} = (x_1, y_1, z_1)$ ... ...

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

بإسقاط العلاقة الواصلة على جملة ثابتة:

$$\begin{aligned}\vec{i} &= \cos\theta\,\vec{i}_1 + \sin\theta\,\vec{j}_1\\ \vec{j} &= -\sin\theta\,\vec{i}_1 + \cos\theta\,\vec{j}_1\\ \vec{k} &= \vec{k}_1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x\cos\theta - y\sin\theta \\ y_1 = x\sin\theta + y\sin\theta \\ z_1 = z \end{cases}$$

مركبات $\overrightarrow{OM}$ على جملة ثابتة.

شعاع السرعة في الجملة المتعامدة:

$$\vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega = \theta' \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{V}(M) = -y\theta'\vec{i} + \theta' x\vec{j}$$

شعاع التسارع في الجملة المتعامدة:

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$$

مركبات شعاع تسارع في جملة متعامدة

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon = \theta'' \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega = \theta' \\ -y\theta' & x\theta' & z \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\Gamma}(M) = (-y\theta'' - x\theta'^2)\vec{i} + (\theta'' x - \theta' y)\vec{j}$$

بالحركة الدورانية حول محور ثابت لا يمكن استخدام جملة متعامدة إلا إذا طلبنا أن نمثل في جملة متعامدة.

شعاع السرعة والتسارع في الحركة الثانية:

$$\vec{V}(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \omega = \theta' \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix}$$

$$= -y_1\theta'\vec{i}_1 + x_1\theta'\vec{j}_1$$

$$= -(x\sin\theta + y\cos\theta)\dot{\theta}\vec{i}_1 + (x\cos\theta - y\sin\theta)\dot{\theta}\vec{j}_1$$

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(M)$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \theta'' \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \omega = \theta' \\ -y_1\theta' & +x_1\theta' & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-y_1\theta'' - x_1\theta'^2)\vec{i}_1 + (x_1\theta'' - y_1\theta'^2)\vec{j}_1$$

الحركة المماسة لحركة دورانية: إذا انعدمت سرع جميع نقاط مستقيم متعامد مع الجسم في لحظة واحدة فقط نقول إن حركة هذا الجسم في هذه اللحظة تكون مماسة لحركة دورانية حول محور ثابت و تنعدم سرع وتسارعات نقط الجسم في هذه اللحظة كما رأينا.

مسألة: يتحرك أسطوانة حول محور ثابت معادلة حركتها هي:

ثوابت ω_0, a ، $\varphi = a \cdot \log\left(1 + \frac{\omega_0}{a} t\right)$

المطلوب: 1) تعيين شعاع دوران وشعاع تسارع الزاوي لجسم.

2) " سرعة وتسارع نقطة من الجسم تبعد عن محور الدوران بالمقدار R.

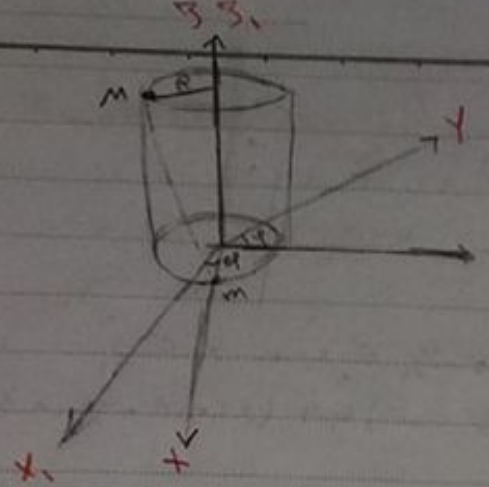
3) تعيين قيمة كل من التسارع المماسي والتسارع الناظمي.

4) " القيمة العددية لسرعة وتسارع عندما $t \to \infty$.

الحل: نختار جملة معالم ثابتة (O, x, y, z) حيث محور Oz ينطبق على محور الأسطوانة و (O', x', y', z') متماسكة مع (O, x, y, z) و O هي تنسب O_1

ALAVIB.net

Scanned by CamScanner



خنار M حيث يكون متحرك داخل على ox

$M(R, 0, h)$

او خنار M حيث تكون واقفة على ox

$M(R, 0, 0)$

* بنوس اختيار ناخو $M(R, 0, h)$

$\vec{\Omega} = \Omega \vec{k} = \Omega' \vec{k}$

$\vec{\Omega} = \alpha \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{2}t} \vec{k}$

$\Rightarrow \vec{\Omega} = \frac{3_0}{1+\frac{3_0}{2}t} \vec{k}$ شعاع مكور دعران

$\vec{\varepsilon} = \vec{\Omega}' \vec{k} = \frac{-\frac{3^2}{2}}{(1+\frac{3}{2}t)^2} \vec{k}$ شعاع تابع راجي

$= \frac{-3_0^2}{2(1+\frac{3_0}{2}t)^2} \vec{k}$ نلاحظ ان حركة متباطئة لكون وجود (-) في شعاع التابع راجي

$\vec{V}(M) = \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}$ في حالة متماسكة.

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \Omega \\ R & 0 & h \end{vmatrix} = R\Omega \vec{j}$$

حيث: $\Omega = \frac{3_0}{1+\frac{3_0}{2}t}$

لحساب تابع في حالة متماسكة (لا يمكن الانتقال شعاع لحظة بل حالة متماسكة نجد القانون)

$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\Omega} \wedge \vec{V}(M)$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ R & 0 & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \Omega \\ 0 & R\Omega & 0 \end{vmatrix}$$

$= -R\Omega^2 \vec{i} + \varepsilon R \vec{j}$

حيث: $\varepsilon = \frac{-\Omega_0^2}{2(1+\frac{3_0}{2}t)^2}$ ، $\Omega = \frac{3_0}{1+\frac{3}{2}t}$

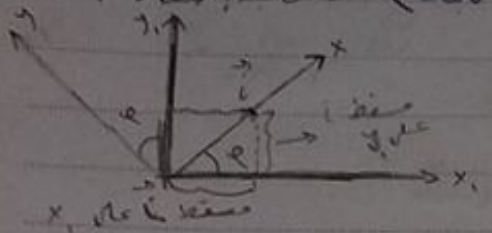
Scanned by CamScanner

بما أصابتيا: النقطة M في حملة ثابتة:

(في حملة متعامدة) $\overrightarrow{oM} = R\vec{i} + h\vec{k}$

(في حملة ثابتة) $\overrightarrow{oM} = R(\cos\varphi \vec{i}_1 + \sin\varphi \vec{j}_1) + h\vec{k}_1$

$\Rightarrow \overrightarrow{oM} = R\cos\varphi \vec{i}_1 + R\sin\varphi \vec{j}_1 + h\vec{k}_1$



وبالتالي شعاع السرعة في الحملة الثابتة:

$$\vec{v}(M) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{oM}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \omega \\ R\cos\varphi & R\sin\varphi & h \end{vmatrix}$$

$$\vec{v}(M) = -\omega R\sin\varphi \vec{i}_1 + \omega R\cos\varphi \vec{j}_1$$

شعاع التسارع في الحملة الثابتة: يمكن اشتقاق $\vec{v}(M)$ في الحملة الثابتة مع الانتباه أن φ متغير بالزمن و ω متغير بالزمن وبالتالي أصبح عندنا مشتق جداء.

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\varepsilon} \wedge \overrightarrow{oM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)$$

ولكن لسهولة وتطبيق القانون

$$\vec{\Gamma}(M) = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ R\cos\varphi & R\sin\varphi & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 0 & 0 & \omega \\ -\omega R\sin\varphi & \omega R\cos\varphi & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\Gamma}(M) = (-\varepsilon R\sin\varphi - \omega^2 R\cos\varphi)\vec{i}_1 + (\varepsilon R\cos\varphi - \omega^2 R\sin\varphi)\vec{j}_1$$

3) تعيين تسارع كل حركة من مناظيه.

$$\vec{\Gamma}(M) = \varepsilon R(\sin\varphi \vec{i}_1 + \cos\varphi \vec{j}_1) - \omega^2 R(\cos\varphi \vec{i}_1 + \sin\varphi \vec{j}_1)$$

$$\vec{\Gamma}_T(M) = \varepsilon R(\sin\varphi \vec{i}_1 + \cos\varphi \vec{j}_1)$$

$$\vec{\Gamma}_N(M) = -\omega^2 R(\cos\varphi \vec{i}_1 + \sin\varphi \vec{j}_1)$$

$$|\vec{\Gamma}_T(M)| = \sqrt{\varepsilon^2 R^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)} = \varepsilon R$$

$$|\vec{\Gamma}_N(M)| = \sqrt{\omega^4 R^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)} = \omega^2 R$$

ALMVID.net
صنع الحضارة
Scanned by CamScanner

$$|\vec{\Gamma}_a(M)| = \sqrt{(\vec{\Gamma}_T^2(M) + \vec{\Gamma}_N^2(M))}$$

$$= \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$\vec{v}(M) = R\omega \vec{j} \quad ; \vec{\omega} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{\omega_0}{\varepsilon} t} \vec{k} \qquad (4$$

$$\Rightarrow |\vec{v}(M)| = R\omega$$

$$\omega \xrightarrow[t\to\infty]{} 0 \Rightarrow |\vec{v}(M)| \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$$

$$\vec{\Gamma}(M) = -R\omega^2 \vec{i} + \varepsilon R \vec{j}$$

$$|\vec{\Gamma}(M)| = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$$

الحركة متباطئة إلى أن تقف بدلالة ε عكس جهة ω

Scanned by CamScanner