

ملاحظة: ليس كل ما ينشأ في  $\mathbb{R}$  ينشأ في  $\mathbb{C}$  ... لكن  $\mathbb{C}$  انشأ ضالحيه  
 القواسم الضمنية أي أن  $B_1 = 0$  or  $B_2 = 0$   $\Leftrightarrow B_1 = 0$  or  $B_2 = 0$  if  
**ملاحظة:** القواسم الضمنية تم التعرف على ما بين الكثرة (1) وهي متساويان إذا كان هناك  
 صاها يساوي الصفر ذلك الضار من الأضار بالصفر أي  $a, b \neq 0 : a, b = 0$   
 هنا تقول  $a, b$  انضواس ضمنية.

أثبتت أن الكتل  $\neq$  لا يمكن أن يكون عقلاً مرتباً كلياً  
 أولاً نزيد. أثبتت أنه في الكتل المرتب كلياً وليكن  $F$  أن مربع كل عدد أكبر أو يساوي  
 الصفر:

$$\forall a \in F : a^2 = a \cdot a \geq 0$$

$$\forall a \in F : 0 \leq a \vee a \leq 0$$

$$\text{if } 0 \leq a : 0 = 0 \cdot a \leq a \cdot a = a^2$$

وهنا نجد  $0 = a^2$   $\Rightarrow$   $a = 0$  لأن هناك علاقة ترتيب وانسحاب مع الصفر

$$\text{or else } : a \leq 0 : a + (-a) \leq 0 + (-a) \Rightarrow 0 \leq -a$$

وهذا يكون  $-a \in F$  و  $F$  عقل وهناك انسحاب مع الجميع

$$\Rightarrow 0 = 0 \cdot (-a) \leq (-a) \cdot (-a) = a^2$$

وهذا يثبت أن مربع كل عدد في الكتل المرتب كلياً أكبر أو يساوي الصفر.

بيان  $F$  عقل بيان  $0_F \neq 1_F$  ولدينا أيضاً  $1 = 1' = 1 \geq 0$

$$\Rightarrow 0 < 1 \Rightarrow -1 < 0$$

لنقرض جدلاً أن  $\neq$  عقل مرتب كلياً وعلاقة ترتيب كلي (ك) عندئذ

$$(0, 0) \leq (1, 0) \Rightarrow (1, 0) = -(-1, 0) = (-1, 0) = (0, 1) = (0, 1) \leq (0, 0)$$

لكن نحن وجدنا أن  $(0, 0) > (1, 0)$  وهذا التناقض بيان

$$\text{وهذا تناقض } 0 = 1 \Rightarrow (1, 0) = (0, 0)$$

وهذه الفرضية الجذرية خاطئة. يتم الاستدلال

**تنبيه** لا يمكننا مقارنة الزداد العقدي بأقل  $\phi$  بمقارنة الترتيب (ك) لأن  $\phi$  ليس عقل ترتيب كلياً بالأساس وليس مثل  $\mathbb{R}$  أي ليس هناك علاقة امتداد بين الزداد العقدي ... لكن يمكننا ترتيب  $\phi$  كجموعة ترتيبياً كلياً وليس كعقل متلاً:

**المفرد**

$$(\alpha_1, \beta_1) \leq (\alpha_2, \beta_2) \iff \alpha_1 < \alpha_2 \vee (\alpha_1 = \alpha_2 \wedge (\beta_1 \leq \beta_2))$$

Example:  $(1, 3) < (2, -5)$  ,  $(-1, 2) \leq (-1, 3)$

**ملاحظة** مثل الزداد العقدي بالمستوي ... فالعدد الذي اقرب للبار هو الأكبر أما في حال تساوي «أكسائ العددين» فالعدد الذي هو الأكبر...

$\phi$  الشكل الجبري للعدد العقدي  $a = (\alpha, \beta) = \alpha + i\beta$

يعني  $\alpha$  بالقسم الحقيقي لـ  $a$  ويرمز له بـ  $Re a$

يعني  $\beta$  بالقسم التخيلي لـ  $a$  ويرمز له بـ  $Im a$

Example:  $Re(2 + \frac{1}{2}i) = 2$  ,  $Im(2 - 3i) = -3$

**ملاحظة:** إشارة الناقص يترجمت مع  $i$  بل مع العدد

تعمل مع العمليات الجبرية للعدد العقدي بالشكل الديكارتي (الكبري):

$a_1 = a_2 \iff Re a_1 = Re a_2 \wedge Im a_1 = Im a_2$  : التساوي

$a_1 + a_2 = (Re a_1 + Re a_2, i(Im a_1 + Im a_2))$  : الجمع

الضرب: لا بد حاصل ضرب عددين عقديين من الزداد وليس كما في  $\mathbb{R}$  ثم نستبدل

كل  $i^2$  بـ  $(-1)$  ثم يجمع الزداد العيز وضروبة  $i$  وتكون القسم الحقيقي والجمع الزداد

الوضروبة  $i$  وتكون الجزر التخيلي

$$(2, -3i)(-5, +6i) = 8 - 10 + 12i + 15i - 18i^2 = 18 - 10 + 27i = 8 + 27i$$

مرافق عدد عقدي للمعد  $\bar{a} = \alpha - i\beta$  و  $a = \alpha + i\beta$

أمثلة:  $\overline{(-1 + 2i)} = -1 - 2i$ ,  $\overline{(1 - 2i)} = 1 + 2i$

**علامة:** إذا كان الجزء الحقيقي للمعد لعقدي  $(\alpha)$  معدوم سبي المعدر العنصر بعد تخيلتي كت  
 وإذا كان الجزء التخيلي  $(\beta)$  معدوم سبي المعدر العنصر بعد عقيدتي كت  
 كذلك نسر  $i$  بالواحدة المقابلة ...

⊕ خواص المرافق ...

⊗ مرافق المرافق هو المعدر العنصر نفسه :  $\overline{\bar{a}} = a$

⊕ جمع المرافقات هو مرافق الجمع :  $\overline{a_1 \pm a_2} = \overline{a_1} \pm \overline{a_2}$

⊕ جمع المعدر الكمرافق هو ضعفي القسم الحقيقي :  $a + \bar{a} = 2\text{Re} a$

$a = \alpha + i\beta$ ,  $\bar{a} = \alpha - i\beta \Rightarrow a + \bar{a} = \alpha + i\beta + \alpha - i\beta = 2\alpha$

⊕ طرح المعدر لعنصر الكمرافق هو ضعفي القسم التخيلي :  $a - \bar{a} = 2i\text{Im} a$

$a = \alpha + i\beta$ ,  $\bar{a} = \alpha - i\beta$ ;  $a - \bar{a} = \alpha + i\beta - \alpha + i\beta = 2i\beta$

⊕ ضرب المرافقات هو مرافق الجدار :  $\overline{a_1 a_2} = \bar{a}_1 \bar{a}_2$

⊕ قسمة المرافقات هي مرافق القسمة :  $\frac{\overline{a_1}}{\overline{a_2}} = \overline{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)}$

مع ملاحظة أن عملية قسمة الأعداد العقدية هي ضرب البسط بمقلوب المقام

$\frac{a_1}{a_2} = a_1 \cdot a_2^{-1}$   
 مقلوب المقام

**ملاحظة:**  
 لإيجاد المقلوب  

$$a^{-1} = \frac{\text{Re} a - i \text{Im} a}{(\text{Re} a)^2 + (\text{Im} a)^2} = \frac{\bar{a}}{(\text{Re} a)^2 + (\text{Im} a)^2}$$

أنت ذلك ... ومثبتة في المقام  
 $a \cdot a^{-1} = 1 + 0i = 1$

$$\frac{a_1}{a_2} = a_1 \cdot a_2^{-1} = a_1 \left[ \frac{\operatorname{Re} a_2 - i \operatorname{Im} a_2}{(\operatorname{Re} a_2)^2 + (\operatorname{Im} a_2)^2} \right]$$

$$= a_1 \left[ \frac{\bar{a}_2}{(\operatorname{Re} a_2)^2 + (\operatorname{Im} a_2)^2} \right]$$

$$= a_1 \cdot \frac{\bar{a}_2}{a_2 \cdot \bar{a}_2}$$

$$= \frac{a_1 \cdot \bar{a}_2}{a_2 \bar{a}_2}$$

المقام هنا العدد الحقيقي

$$a_1 \cdot \bar{a}_2$$

$$= (\alpha + i\beta)(\alpha - i\beta)$$

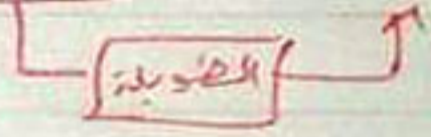
$$= \alpha^2 - \alpha i \beta + \alpha i \beta + i^2 \beta^2$$

$$= \alpha^2 + \beta^2$$

وهذا يتحقق الطريقة المباشرة بحساب قسمة عددين عقديين

وهي الفرق ~~المعروف~~ بواقف المقام ---

Example:  $\frac{1+i}{2+3i} = \frac{(1+i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{5-i}{4+9} = \frac{5}{13} - \frac{i}{13}$



طولية عدد عقدي هو العدد الحقيقي الجبرسي

$$|a| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{(\operatorname{Re} a)^2 + (\operatorname{Im} a)^2}$$

لانها حقيقية

صواب

•  $|a| \geq 0$

•  $|a| = 0 \iff a = 0$

•  $a \cdot \bar{a} = |a|^2$

•  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

•  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

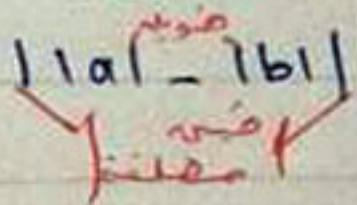
•  $|a+b| \leq |a| + |b|$

صواب

•  $|a-b| \leq |a| + |b|$

صواب

•  $|a-b| \geq ||a| - |b||$



•  $|a| = |-a| = |\bar{a}|$

•  $|a|^2 \neq a^2$

لانها  $\notin \mathbb{R}$