الحركة و توازن المجموعات المادية

* مفردات الدرس: الفصل الأول: الحركة البسيطة لجسم صلب.
,, الثاني: ,, الانسحابية ,, ,,
,, الثالث: ,, الدورانية حول محور ثابت.
,, الرابع: ,, اللولبية لجسم صلب.
,, الخامس: ,, الدورانية حول نقطة ثابتة.
,, السادس: ,, العامة لجسم صلب.
,, السابع: ,, المستوية.
,, الثامن: ,, المحصلة لنقطة مادية.
,, التاسع: ,, ,, لجسم صلب.

* في دراستنا لحركة أي جسم فإننا نهتم بـ: 1. معادلة الحركة.
2. درجة حرية جسم الذي يؤدي إلى معرفة عدد معادلات الحركة
3. السرعة والتسارع.
4. محاور المنحنى أو دوران أن وجدت.

الفصل الأول: الحركات البسيطة لجسم صلب

المجموعة المادية المتماسكة (الجسم الصلب): هي عبارة عن مجموعة النقاط المادية والتي تحافظ على الأبعاد المتبادلة فيما بينها مع تغير في الزمن.

درجة حرية النقطة المادية: هي عدد الوسطاء المستقلة التي تحدد موضع نقطة بشكل وحيد وكافي.

مثال: النقطة في الفراغ تكون لها 3 وسطاء مستقلة تحدد موضعها فدرجة حريتها 3.
,, ,, المستوي ,, ,, 2 من ,, ,, ,, ,, ,, 2.
,, ,, المستقيم ,, ,, وسيط مستقل يحدد ,, ,, ,, 1.

ملحوظة: عدد معادلات الحركة = عدد درجات الحرية.

درجة حرية الجسم الصلب: هي عدد الوسطاء المستقلة التي تحدد موضع جسم صلب.

نرمز لجسم الصلب بالرمز S.

* تعيين موضع جسم صلب: لتعيين موضع جسم صلب يجب تعيين موضع كل نقطة من نقاطه و لكن إذا كان الجسم يتألف من عدد غير منتهي من نقاط فإنه يستحيل علينا أن نعين موضع كل نقطة منه لذلك نلجأ إلى تعريف الرياضي لجسم صلب، فمثلاً لتعيين موضع نقطة $M(x,y,z) \in S$ نحتاج إلى ثلاث معادلات إذاً يجب معرفة موضع ثلاث نقط من الجسم الصلب غير واقعة على استقامة واحدة و لتكن هي: M_1, M_2, M_3 عندئذ:

$$|\overrightarrow{MM_1}| = \sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(z_1-z)^2} = l_1$$
$$|\overrightarrow{MM_2}| = \sqrt{(x_2-x)^2+(y_2-y)^2+(z_2-z)^2} = l_2$$

أعداد: ريم الرحبي

$$|\overrightarrow{MM_3}| = \sqrt{(x_3-x)^2+(y_3-y)^2+(z_3-z)^2} = l_3$$

بتربيع طرفين نتخلص من الجذور ينتج لدينا ثلاث معادلات بثلاث مجاهيل x, y, z باحل ننتج موضع نقطة (M)

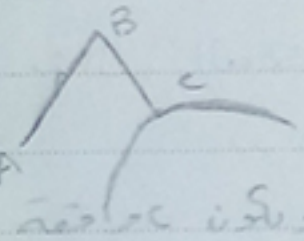
* تعيين درجة حرية الجسم الصلب طليق في الفراغ: لكي يتحدد الجسم الصلب يلزمنا 3 نقاط ولتكن M_1, M_2, M_3 لكل منها 3 وسطاء غير مستقلة لدينا في الفراغ أي $M_1(x_1, y_1, z_1)$ و $M_2(x_2, y_2, z_2)$ و $M_3(x_3, y_3, z_3)$ وبالتالي فعدد وسطاء غير مستقلة 9 لكن هذه الوسطاء مرتبطة بـ 3 علاقات وهي $(\overrightarrow{M_1M_3}, \overrightarrow{M_1M_2}, \overrightarrow{M_2M_3})$ علاقات البعد أي $|\overrightarrow{M_1M_2}| = c_1$ و $|\overrightarrow{M_1M_3}| = c_2$ و $|\overrightarrow{M_2M_3}| = c_3$

إذا يكون عدد وسطاء المستقلة هو: $9 - 3 = 6$ فالجسم صلب طليق في الفراغ له 6 درجات حرية.

* إن عدد درجات حرية جسم صلب ثبتت فيه نقطة واحدة يساوي 3 درجات حرية لأن: نعلم أن لتعيين جسم صلب يلزمنا معرفة 3 نقاط منه لكن وجدت نقطة مثبتة بقي لدينا معرفة نقطتين منه ولتكن M_2, M_3 فلدينا عندئذ 6 وسطاء غير مستقلة لأن $M_2(x_2, y_2, z_2)$ و $M_3(x_3, y_3, z_3)$ مرتبطة بـ 3 علاقات وبالتالي يكون عدد وسطاء المستقلة هو: $6 - 3 = 3$.

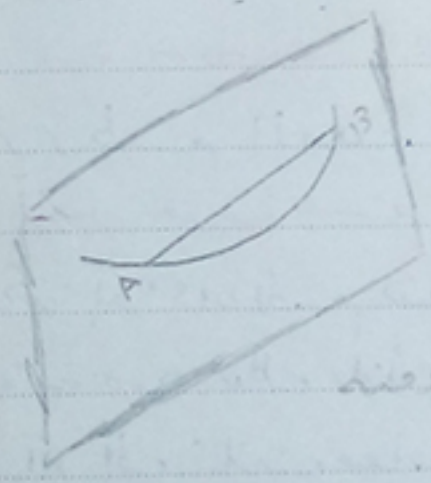
* إن عدد درجات حرية جسم صلب ثبتت فيه نقطتين يساوي 1 لأن: نعلم أن لتعيين جسم صلب يلزم معرفة 3 نقاط منه ولكن وجدت نقطتين مثبتتين بقي لدينا معرفة نقطة منه ولتكن M_3 فلدينا عندئذ 3 وسطاء غير مستقلة لأن $M_3(x_3, y_3, z_3)$ ومرتبطة بعلاقتين $\overrightarrow{M_1M_3}, \overrightarrow{M_2M_3}$ وبالتالي يكون عدد وسطاء هو $3 - 2 = 1$.

مثال: نفرض لدينا قضيب متصلين وأحدهما واقع على منحني عين درجة حريته.



أي النقطة A تحد بثلاث وسطاء غير مستقلة وكذلك النقطة C وبالتالي عدد وسطاء غير مستقلة 6 ترتبط بالعلاقات $AB = c_1$ و $BC = c_2$ و $AC = c_3$ وتكون C واقعة على منحني وانني بيننا من تقاطع سطحين فإن نقطة C تحقق علاقتين وبالتالي عدد وسطاء مستقلة هي $5 - 4 = 3$ وهي درجة حرية جسم

مثال: نفرض لدينا قضيب يستند على سطح منحني في مستوي كم درجة حريته.

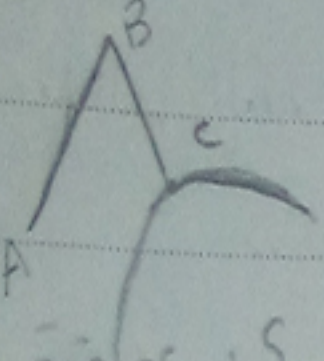


لما لو كنا في الفراغ فإن A تحدد بـ 3 وسطاء غير مستقلة وكذلك نقطة B أصبح عدد وسطاء غير مستقلة 6 مرتبطة بـ 5 علاقات وهي $AB = c_1$ ونقطة A تنتمي للجزء الناتج عن تقاطع سطحين بما أن A تحقق علاقتين وأيضاً نقطة B كذلك وبالتالي يكون درجة الحرية لجسم هي $6 - 5 = 1$.

* إن عدد درجات حرية جسم صلب ثبتت فيه نقطتين يساوي 1 لأن: نعلم أن لتعيين

صلب يلزم معرفة 3 نقاط فيه ولكن وجدت نقطتين مثبتتين بقي لدينا معرفة نقطة فيه ولتكن M_3 فلدينا عندئذ 3 وسطاء غير مستقلة لأن $M_3(x_3, y_3, z_3)$ ومرتبطة بعلاقتين $\overrightarrow{M_1M_3}, \overrightarrow{M_2M_3}$

وبالتالي يكون عدد وسطاء هو $3 - 2 = 1$.



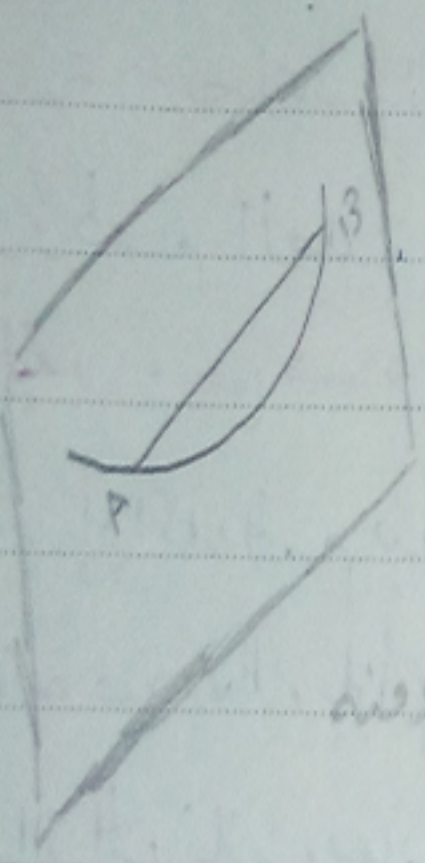
مثال: يفرض لدينا قضيبين متصلين وأحدهما واقع على منحنى عين درجة حريته.

إن النقطة A تحدد بثلاثة وسطاء غير مستقلة وكذلك أيضاً كل من B و C وبالتالي

عدد وسطاء غير مستقلة 9 ترتبط بأربع علاقات وهي $\overrightarrow{AB} = c_1$ و $\overrightarrow{BC} = c_2$ ويكون C واقعة

على منحنى والمنحنى ينشأ من تقاطع سطحين فإن نقطة C تحقق علاقتين وبالتالي عدد وسطاء

مستقلة هي $9 - 4 = 5$ وهي درجة حرية جسم.



مثال: يفرض لدينا قضيب يستند على سطح منحني في مستوي كم درجة حريته.

إن نقطة A الواقعة في مستوي تتحدد بوسيطين غير مستقلين وكذلك نقطة B

إذاً لدينا 4 وسطاء غير مستقلة مرتبطة بـ 3 علاقات وهي $\overrightarrow{AB} = c$ و A

تنتمي لمنحنى واقع في مستوي تحقق معادلته و B كذلك تنتمي A وعليه

عدد وسطاء مستقلة هو $4 - 3 = 1$ وهي درجة حرية جسم.

بينما لو كنا في الفراغ فإن A تتحدد بوسطاء غير مستقلة وكذلك نقطة B أصبح عدد وسطاء غير مستقلة 6

مرتبطة بـ 5 علاقات وهي $\overrightarrow{AB} = c$ ونقطة A تنتمي للمنحنى ناتج عن تقاطع سطحين إذاً A تحقق

علاقتين وأيضاً نقطة B كذلك وبالتالي تكون درجة الحرية لجسم هي $6 - 5 = 1$.