(١)

~~حيث $\vec{\Gamma}(O)$ تسارع التعاقب $(\vec{\omega}\wedge\vec{\omega}\wedge\vec{OM})$ + $\vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM}$: $\vec{\Gamma}_0(M)$ تسارع دوراني حول نقطة O~~

١٨/١١/ ٢٠١٥ م١٢٠

أصدائيات قطب في جملة ثابتة أما $\vec{OM}$ ستكون في متحركة

الدراسة التحليلية للحركة :

نختار جملة محاور ثابتة $O_1x_1y_1z_1$ وجملة محاور متماسكة $Oxyz$ بحيث O قطب للحركة.

$$\forall M \in S \ , \ \vec{O_1M} = \vec{O_1O} + \vec{OM}$$

$$= O_1O + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

(x_0 , y_0 , z_0) مقادير متغيرة و $(\vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$ مقادير متغيرة تعطى بدلالة زوايا أولر : ψ ، θ ، φ

أي يوجد ٦ وسطاء مستقلة أي يوجد ٦ معادلات للحركة.

السرعة :

$$\forall M \in S \ , \ \vec{V}(M) = \vec{V}(O) + \vec{\omega}\wedge\vec{OM}$$

على متماسكة

$$\vec{V}(M) = (V_x(O), V_y(O), V_z(O)) + \begin{vmatrix} i & j & k \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

نعوض أصدائيات

O بالنسبة لجملة ثابتة أي $\vec{O_1O} = (x\vec{i}_1 + y\vec{j}_1 + z\vec{k}_1)$

$\vec{V}(O)$ جملة متماسكة

ثم نسقطها على متحركة

$$\Rightarrow \vec{V}(M) = (V_x(O) + qz - yr)\vec{i} + (V_y(O) + rx - pz)\vec{j}$$
$$+ (V_z(O) + py - xq)\vec{k}$$

* إذا كانت O قطب للحركة فإن $V(O) = (0,0,0)$ فيما عدا ذلك نعوض القانون

من جملة ثابتة :

$$\vec{V}(M) = (x_0' , y_0' , z_0') + \begin{vmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \end{vmatrix}$$

$$x_1' = x_0' + q_1(\cancel{z_1} - z_0) - (y_1 - y_0) r_1$$
$$y_1' = y_0' + r_1(\cancel{x_1} - \cancel{x_0}) - (z_1 - z_0) p_1$$
$$z_1' = z_0' + p_1(y_1 - y_0) - (x_1 - x_0) q_1$$

التسارع :

$$\vec{\Gamma}(M) = \vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega}\wedge\vec{V}(M)$$

$\vec{\Gamma}(O) =$
- $(\Gamma_x(O) , \Gamma_y(O) , \Gamma_z(O))$ متماسكة
- $(x_0''(O) , y_0''(O) , z_0''(O))$ ثابتة

$\vec{\varepsilon} =$
- (p', q', r') متماسكة
- (p_1', q_1', r_1') ثابتة

$\vec{\omega} =$
- (p , q , r) متماسكة
- (p_1 , q_1 , r_1) ثابتة

$\vec{OM}$ = متحركة (x, y, z)
ثابتة $(x_1 - x_0, y_1 - y_0, z_1 - z_0)$

$\vec{V}(M)$ = متحركة $(V_x(M), V_y(M), V_z(M))$
ثابتة (x', y', z')

تعين محور الفتل الآني: $\Delta \parallel \vec{\omega}$

$\vec{V}(o') \parallel \vec{\omega}$ ، $\forall\, o' \in \Delta$

$$\vec{V}(o') = \vec{V}(o) + \vec{\omega} \wedge \vec{oM}$$

حيث $o'(x, y, z)$ على متحركة و $o'(x, y, z)$ على ثابتة

$$\Rightarrow \frac{V_x(o) + qz - ry}{p} = \frac{V_y(o) + rx - zp}{q} = \frac{V_z(o) + py - qx}{r}$$

على متحركة

تعطينا معادلتين لمستويين تقاطع المستويين هو مستقيم وهذا المستقيم هو محور فتل الآني، وتدعى تلك معادلات (بمعادلات سطح المتدحرج) هناك ليس معروض كما في حركة سابقة

على ثابتة:

$$\frac{x_0' + q_1(z_1 - z_0) - r_1(y_1 - y_0)}{p_1} = \frac{y_0' + r_1(x_1 - x_0) - p_1(z_1 - z_0)}{q_1}$$

$$= \frac{z_0' + p_1(y_1 - y_0) - q_1(x_1 - x_0)}{r_1}$$

قول المدرس: محور فتل آني في جملة متحركة تعطينا متدحرج أما في ثابتة تعطينا (القاعدة)

وهنا أيضاً ينتج معادلتي مستويين تقاطع هذين المستويين هو مستقيم وهو محور فتل الآني وتدعى تلك معادلات (معادلات سطح قاعدة)

نقطة متحركة

إن $(\vec{\omega}, o' \in \Delta, b)$ عناصر فتل الآني

وحيث $b = \dfrac{\vec{\omega} \cdot \vec{V}(o)}{\omega^2}$

لكون o قطب من $o' \in \Delta$

مسألة: إن $C(1,1,1), B(1,1,0), A(0,0,0)$ ثلاث نقط من جسم صلب في لحظة ما من جملة ثابتة وحركيات سرعات تلك نقط: $\vec{V}_A(2,1,-3)$, $\vec{V}_B(0,3,-1)$ و $\vec{V}_C(-1,2,-1)$ والمطلوب: عين عناصر الحركة اللولبية المماسة في لحظة t لحركة جسم (عناصر الفتل الآني). نختار $A(0,0,0)$ قطب للحركة (لسهولة يمكن اعتبار B أو C)

$$\vec{V}(B) = \vec{V}(A) + \vec{\omega} \wedge \vec{AB}$$

$$(0, 3, -1) = (2, 1, -3) + \begin{vmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

لأن جملة ثابتة

١٣ / /

$0 = 2 - r_1 \Rightarrow r_1 = 2$

$3 = 1 + r_1$

$-1 = -3 + p_1 - q_1 \Rightarrow$

$p_1 - q_1 = 2$

ولدينا أيضاً: $\vec{V}(C) = \vec{V}(A) + \vec{w} \wedge \vec{AC}$

$(-1,2,-1) = (2,1,-3) + \begin{vmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ p_1 & q_1 & 3_1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$-1 = 2 + q_1 - 2 \Rightarrow q_1 = -1$

$2 = 1 + 2 - p_1 \Rightarrow p_1 = 1$

$-1 = -3 + p_1 - q_1$

في جملة ثابتة $\Rightarrow \vec{w}(1,-1,2)$

* يعتبر أول عنصر للحركة.

لتكن $(x_1, y_1, z_1)\ O' \in \Delta$

$\Rightarrow \vec{V}(O') = \vec{V}(A) + \vec{w} \wedge \vec{AO'}$

$= (2,1,-3) + \begin{vmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ 1 & -1 & 2 \\ x_1 - x_A & y_1 - y_A & z_1 - z_A \end{vmatrix}$

$\vec{V}(O') = (2 - z_1 - 2y_1)\vec{i} + (1 + 2x_1 - z_1)\vec{j} + (-3 + y_1 + x_1)\vec{k}_1$

لكن $\vec{w} \parallel \vec{V}(O')$

$\frac{2 - z_1 - 2y_1}{p_1 = 1} = \frac{1 + 2x_1 - z_1}{q_1 = -1} = \frac{-3 + y_1 + x_1}{r_1 = 2}$

① ②

$-2 + z_1 + 2y_1 = 1 + 2x_1 - z_1$

$2x_1 - 2y_1 - 2z_1 + 3 = 0$ ... ①

$2 + 4x_1 - 2z_1 = 3 - y_1 - x_1$

$5x_1 + y_1 - 2z_1 - 1 = 0$ ... ②

معادلتين بـ 3 مجاهيل نختار $x_1 = 0$

~~[illegible]~~ ونطرح معادلتين

$-3y_1 + 4 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{4}{3}$

نعوض في إحدى معادلتين مع $x_1 = 0$ و $y_1 = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow O' = (0, \frac{4}{3}, \frac{1}{6})$

* يعتبر عنصر ثاني للحركة

$b = \frac{\vec{w} \cdot \vec{V}(A)}{w^2} = \frac{(1,-1,2)(2,1,-3)}{6} = \frac{-5}{6}$

الإشارة سالبة.

(-) يعني الحركة عكس الاتجاه

* يعتبر عنصر ثالث للحركة.

المطلب إضافي: هل تنتمي النقطة $D(0,0,1)$ وسرعتها $\vec{V}(D) = (2,1,-3)$ في هذه اللحظة إلى جسم صلب. أما حسب نظرية المسافات أو فوراً من العلاقة:

$\vec{V}(D) \overset{?}{=} \vec{V}(A) + \vec{w} \wedge \vec{AD}$

لدينا $l_1 = (2,1,-3)$

$l_2 = (2,1,-3) + \begin{vmatrix} i_1 & j_1 & k_1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

$l_2 = (2 - i, 1 - i, -3)$

وبالتالي $l_2 \neq l_1$

ومنه D لا تنتمي لجسم صلب