الأسعار العادلة للموارد في البرنامج بالنسبة للشركة
هو المقدار المقابل لـ x_i في سطر دالة الهدف .
* السعر العادل لـ م^2 من الخشب هو 25 ألف. س.
السعر العادل لساعة العمل هي 5 ألف ل. س
(يعني الموظف يقنع بالساعة 5 ألف ل. س)

هل العرض التالي مربح أم لا؟
شراء م^2 من الخشب بـ 30 ألف ل. س
تكلفة ساعة العمل 6 ألف. ل. س.
* شراء م^2 من الخشب بـ 30 ألف ل. س (مربح) لأن 30 أصغر من السعر العادل.
* تكلفة ساعة العمل 6 ألف. ل. س (غير مربح) لأن 6 أكبر من السعر العادل

كيف يتغير الحل إذا أضفنا d_1 من المورد الأول.
الطرف الثاني + طرف المتحول × المتحول

$x_1 = 3/2 + 3/4\ d_1 \geq 0$

* $x_2 = 3 - 1/2\ d_1 \geq 0 \Rightarrow d_1 \leq 6$

$S_1 = 0 \geq 0$

$S_2 = 0 \geq 0$

إذا أضفنا أقل أو يساوي 6 فالحل من الشرط *
إذا كانت $6 < d_1$ نحتاج إلى حل المسألة الجديدة من جديد

* إذا اشترت الشركة 8 م² من الخشب عوضاً عن 6 م².
كيف يتغير الحل؟

$d_1 = 8-6 = 2 < 6$

$x_1 = 3/2 + 3/4 d_1 = 3/2 + 3/2 = 6/2 = 3 \geq 0$

$x_2 = 3 - 1/2 d_1 = 3 - 1 = 2 \geq 0$

$S_1 = S_2 = 0.$

* إذا اشترت الشركة 8 م² من الخشب عوضاً عن 18 م²
كيف يتغير الحل؟

$d_1 = 18 - 8 = 12 > 6$

يجب إعادة حل المسألة بطريقة السيمبلكس من جديد

كيف يتغير الحل إذا أضفنا d_2 من الموارد الثانية

$x_1 = 3/2 - 1/12 d_2 \geq 0$

$x_2 = 3 + 1/6 d_2 \geq 0$

$S_1 = 0$

$S_2 = 0$

ويبقى الحل مقبول طالما الشرط التالي محقق

$\frac{3}{2} - \frac{1}{12} d_2 \geq 0 \Rightarrow \frac{3}{2} \geq \frac{1}{12} d_2$

$\boxed{18 \geq d_2}$ أي

الأمثال موجبة

Max + + طريقة المتقطعة حالة خاصة عندما

كيف يتغير الحل إذا أضفنا d_1 م ^{2} من الـ ١ ب d_2 ساعة عمل وما هي الشروط الواجب تحقيقها ليبقى الحل المعطى صحيح

$$* \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} + 3/4\, d_1 - 1/12\, d_2 \geq 0 \\ x_2 = 3 - 1/2\, d_1 + 1/6\, d_2 \geq 0 \\ S_1 = S_2 = 0 \end{cases}$$

والشرط أن يبقى الحل السابق * مقبول

$$3/2 + 3/4\, d_1 - 1/12\, d_2 \geq 0$$
$$3 - 1/2\, d_1 + 1/6\, d_2 \geq 0$$

إيجاد الحلول الصحيحة باستخدام طريقة السيمبلكس:

1) نوجد الحل الأمثل الحقيقي للمسألة.

2) إذا كانت المتحولات في الحل السابق غير صحيحة نضيف شرط عومي للمسألة.

ليكن H مصفوفة الأمثال في الجدول النهائي للسيمبلكس

ليكن B متجهة الطرف الثاني في الجدول النهائي للسيمبلكس

نختار أكبر عدد صحيح (غير) في متجهة الطرف الثاني B وليكن b_j

نوجد $H'_{ji} = h_{ji} - [h_{ji}]$ $\forall i = 1, \dots, n$

نوجد عدد المتحولات

$$b'_j = b_j - [b_i]$$

SABBAGH STATIONERY

شرط غومري $\qquad \sum_{i=1}^{\text{عدد المتحولات}} b'_{ji}\, x_i \geq b'_j$

نضيف الشرط إلى الجدول النهائي للسيمبلكس بعد تحويل إلى مساواة وإضافة متحول اصطناعي وتغير دالة الهدف كما هو معروف

لكن $[x]$ هو أكبر عدد صحيح أصغر أو يساوي x

مثال:

ليكن لدينا البرنامج الخطي:

$$
\begin{aligned}
\text{Min} \quad & x_1 - x_2 - 3x_3 \\
\text{s.t} \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\
& -4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2 \\
& 3x_1 + x_3 \leq 5 \\
Z \ni \quad & x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

نرده إلى الشكل القياسي:

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & -x_1 + x_2 + 3x_3 \\
\text{s.t} \quad & 2x_1 - x_2 + x_3 + S_1 = 1 \\
& -4x_1 + 2x_2 - x_3 + S_2 = 2 \\
& 3x_1 + x_3 + S_3 = 5 \\
& x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

الحل الأمثل الحقيقي:

متغيرات	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	صح
x_3	0	0	1	2	1	0	4
x_2	0	1	0	$-1/3$	$1/3$	$2/3$	أكبر $11/3$
x_1	1	0	0	$-2/3$	$-1/3$	$1/3$	$1/3$
طرف الهدف	0	0	0	$-10/3$	$-11/3$	$-1/3$	$-46/3$

الحل الأمثل:

$$x_1 = 1/3 \quad , x_2 = 11/3 \, , \quad x_3 = 4$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0$$

قيمة دالة الهدف $-46/3$ سؤال

الحل الأمثل الصحيح:

* شرط غومري:

$\boxed{j=2}$

لأن أكبر عدد غير صحيح هو ثاني عدد.

$$h'_{ji} = h_{ji} - [h_{ji}]$$

$$b'_j = b_j - [b_j] \qquad j=2$$

$$i = 1, \ldots, 6$$

$[h_{21}] = 0$ $\qquad$ $[h_{24}] = [-\frac{1}{3}] = -1$

$[h_{22}] = 1$ $\qquad$ محصورة بين $0, -1$

$[h_{23}] = 0$ $\qquad$ نختار الأصغر

SABBAGH STATIONERY

$$\left[h_{25}\right] = \left[\tfrac{1}{3}\right] = 0$$

محصورة بين 0,1 الأصغر هو

$$\left[h_{26}\right] = \left[\frac{2}{3}\right] = 0$$

محصور بين 0,1

$$\left[b_2\right] = 3$$

محصورة بين 3 $\frac{11}{3}$

3,4 نختار الأصغر

$$h'_{21} = 0 - 0 = 0 = h'_{22} = h'_{23} \quad \text{ومنه}$$

$$h'_{24} = -1/3 - (-1) = 2/3$$

$$h'_{25} = \frac{1}{3} - 0 = 1/3$$

$$h'_{26} = \frac{2}{3} - 0 = 2/3$$

$$b'_2 = \frac{11}{3} - 3 = 2/3$$

ومنه شرط غوميري

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + \frac{2}{3}S_1 + \frac{1}{3}S_2 + \frac{2}{3}S_3 \geq \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}S_1 + \frac{1}{3}S_2 + \frac{2}{3}S_3 - S_4 + a_4 = \frac{2}{3}$$

دالة الهدف للجدول النهائي لطريقة السيمبلكس

$$Max: -\frac{10}{3}S_1 - \frac{11}{3}S_2 - \frac{1}{3}S_3 - \frac{46}{3} - Ma_4$$

نضرب الشرط (*) بـ M ونجمعه لدالة الهدف

$$Max: -\frac{10}{3}S_1 - \frac{11}{3}S_2 - \frac{1}{3}S_3 - \frac{46}{3} - Ma_4$$
$$+M\left(\frac{2}{3}S_1 + \frac{1}{3}S_2 + \frac{2}{3}S_3 - S_4 + a_4 - \frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow Max: \left(-\frac{10}{3} + \frac{2M}{3}\right)S_1 + \left(\frac{1}{3}M - \frac{11}{3}\right)S_2 + \left(\frac{2}{3}M - \frac{1}{3}\right)S_3$$
$$- MS_4 - \frac{46}{3} - \frac{2}{3}M$$

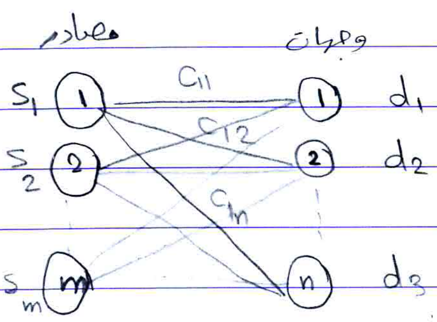
	x_3	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	a_4	الطرف الثاني
x_3	1	0	0	2	1	0	0	0	4
x_2	0	0	1	$-1/3$	$1/3$	$2/3$	0	0	$11/3$
x_1	0	1	0	$-2/3$	$-1/3$	$1/3$	0	0	$1/3$
a_4	0	0	0	$2/3$	$1/3$	$2/3$	-1	1	$2/3$
دالة الهدف	0	0	0	$2/3M - 10/3$	$M/3 - 11/3$	$2/3M - 1/3$	M	0	$-\frac{46}{3} - \frac{2}{3}M$

- مسألة الشحن والنقل والإسناد:
- مسألة النقل تهدف إلى اختيار الحل الذي يعطي أقل كلفة ممكنة وذلك لنقل البضائع من m مصدر

(نفرض s_i الكمية المتوفرة في المصدر i) إلى n وجهة

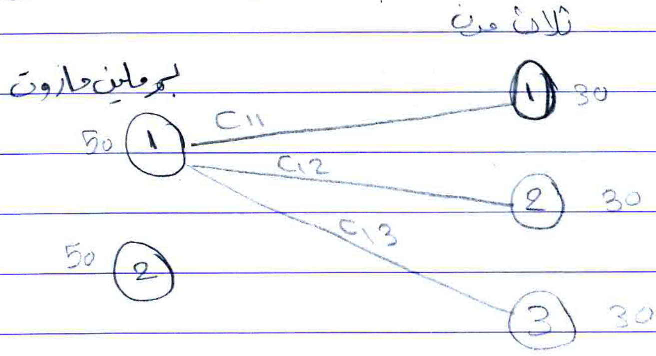
(نفرض طلبية الوجهة j هي d_j) حيث كلفة شحن الوحدة الواحدة من المصدر i إلى الوجهة j هي c_{ij}

* بالنموذج الشبكي:



* النموذج الرياضي:

مثال:
لنبيع برميل من المازوت نريد أن نوزعه على ثلاث مدن بأقل كلفة نقل ممكنة



دالة الهدف: أقل كلفة ممكنة

ليكن x_{ij}: الكمية المنقولة من المصدر i إلى الوجهة j

* أحل كلمة محتوى رياضياً

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

* شروط المسألة

1) شروط الطلبات: شرط الطلبية 1

$$x_{11} + x_{21} + \cdots x_{m1} = d_1$$

وبالتالي شرط الطلبية i

* $$x_{1i} + x_{2i} + \cdots + x_{mi} = d_i \quad ; i = 1, \ldots, n$$

2) شروط المصادر: شرط المصدر 1

$$x_{j1} + x_{12} + \cdots + x_{1n} \leq S_1$$

التوزيع أقل أو يساوي الموجود

وبالتالي شرط المصدر j

** $$x_{j1} + x_{j2} + \cdots x_{nj} \leq S_j \quad ; j = 1, \ldots, m$$

3) شرط عدم السلبية:

$x_{ij} \geq 0$

$i = 1, \ldots, m$

$j = 1, \ldots, n$

* إذا كان الحل بطريقة السمبلكس لوجدنا أنه لدينا $n+m$ معادلة بعدد i والعداد j وسنحتاج إلى $(\underbrace{m*n}_{\text{متحولات أصلية}} + \underbrace{n+m}_{\text{متحولات اصطناعية}})$ متحول

عند التحويل للشكل القياسي

يمكن أن تضاف الشروط التالية لمسألة النقل:

1) لا يمكن نقل الطلبية إذا كانت تقل عن كمية معينة ولتكن L_{ij}

هنا عليّاً $n*m$ شرط $x_{ij} \geq L_{ij}$

حسب عدد الـ x_{ij}

2) لا يمكن نقل الطلبية إذا كانت أكبر من كمية معينة ولتكن U_{ij}

$$x_{ij} \leq U_{ij}$$

3) لا يمكن نقل المصادر k إلى الوجهة p (لا يوجد طريق بين الوجهتين) حالة هامة جداً

والحل: إما حذف المتحول x_{kp} من كامل النموذج

هذا الحل يجب أن يتم في بداية المسألة

أو $x_{kp} = 0$

هذا الحل إذا اكتشفنا ونحن في منتصف المسألة أن الطريق غير موجود (و هذا يشكل عبء)

4) أن تحقق الطلبيات على الأقل:

ويصبح النموذج على الشكل

$$x_{1i} + x_{2i} + \ldots + x_{mi} \geq d_i \quad ; \quad i = 1, \ldots, m$$

$$x_{j1} + x_{j2} + \ldots + x_{jn} \leq S_j \quad ; \quad j = 1, \ldots, m$$

SABBAGH STATIONERY

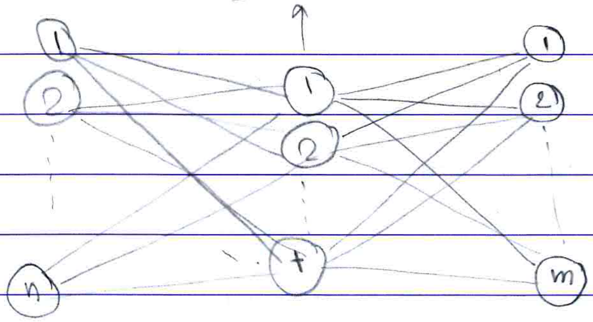
(مجهولة البيان: عقدبينية)

* مسألة الشحن:

هي مسألة النقل مع عقد وسيطة (شروط العقد الوسيطة: هي الكمية الداخلة لها المفترض تساوي الكمية الخارجة منها)

* النموذج الشبكي:

عقد وسيطة

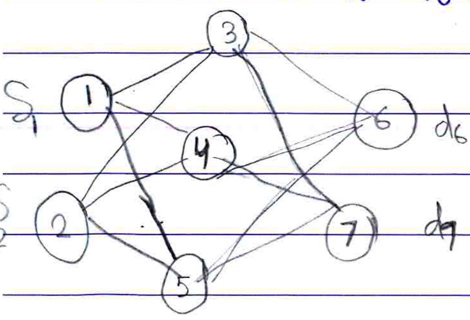


* النموذج الرياضي:

ليكن x_{ij} : الكمية المنقولة من العقدة i إلى العقدة j.

دالة الهدف: النقل بأقل كلفة ممكنة

$$\text{Min}: C_{13}x_{13} + C_{23}x_{23} + C_{14}x_{14} + C_{24}x_{24}$$
$$+ C_{15}x_{15} + C_{25}x_{25} + C_{36}x_{36} + C_{37}x_{37}$$
$$+ C_{46}x_{46} + C_{47}x_{47} + C_{56}x_{56} + C_{57}x_{57}.$$



شروط المسألة:

شروط مصادر:

$$x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq S_1$$
$$x_{23} + x_{24} + x_{25} \leq S_2$$

شروط الوجهات:

$$x_{36} + x_{46} + x_{56} = d_6$$
$$x_{37} + x_{47} + x_{57} = d_7$$

شروط العقد الوسيطة

(العقدة 3) $x_{13} + x_{23} = x_{36} + x_{37}$

$\Rightarrow x_{13} + x_{23} - x_{36} - x_{37} = 0$

(العقدة 4) $x_{14} + x_{24} = x_{46} + x_{47}$

$\Rightarrow x_{14} + x_{24} - x_{46} - x_{47} = 0$

(العقدة 5) $x_{15} + x_{25} = x_{56} + x_{57}$

$\Rightarrow x_{15} + x_{25} - x_{56} - x_{57} = 0$

شرط عدم السلبية

$x_{ij} \geq 0$; $i = 1,2$ $\quad j = 3,\ldots,5$

$i = 3,\ldots,5$ $\quad j = 6,7$

SABBAGH STATIONERY

نموذج:

شركة لإنتاج الحديد الصلب لها مصنعان:

ينتج الأول 50 ton من الحديد وينتج الثاني 50 ton من الحديد

هناك ثلاث طلبات على الشركة أن تلبيها

الطلبية 1) 25 ton

" 2) 45 ton

" 3) 10 ton

في ثلاث مدن مختلفة

تريد الشركة أن تحدد خطة للنقل بأقل كلفة ممكنة بحيث كلفة نقل الطن الواحد من الحديد من المصنع إلى الوجهة معطى بالجدول التالي.

المصانع \ المدن	1	2	3
1	24	30	40
2	30	40	42

مسألة الإسناد:

تهدف هذه المسألة لتحقيق أقل كلفة ممكنة وذلك لإسناد الأعمال.

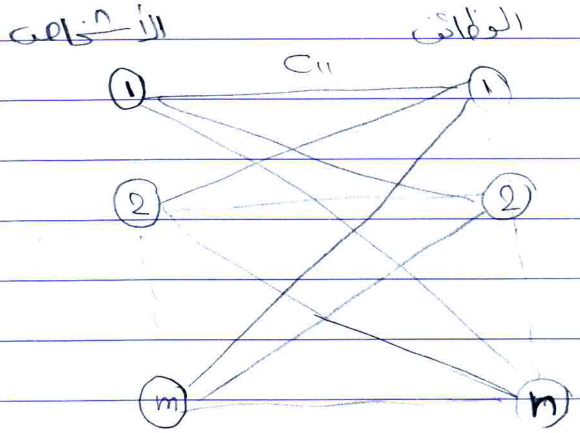
حيث لدينا m شخص و m وظيفة

ولتكن C_{ij} كلفة عمل الشخص i الوظيفة j

نفرض أن كل الأشخاص يجب أن يعملوا وكل الأعمال يجب أن تنجز

(على الشخص أن يقوم بوظيفة واحدة فقط وعلى الوظيفة أن تنجز من قبل شخص واحد)

* التمثيل الشبكي:



* النموذج الرياضي:

المتحول هنا منطقي إما موجود أو غير موجود

$x_{ij} = 1$ (في حال قام الشخص i بالوظيفة j)

$x_{ij} = 0$ (في حال الشخص لم يقوم بالوظيفة j)