/ /

① ارسم البيان الموافق لهذه المصفوفة.

② أوجد المسار الأصغري من هذه المصفوفة.

③ طبق خوارزمية السياحة الأصغرية (الشرط Path)

④ طبق خوارزمية كراس لإيجاد دائرة هاملتون الأصغرية.

⑤ طبق خوارزمية السياحة الدائرية من إيجاد دائرة هاملتون الأصغرية.

انتهت المحاضرة التاسعة

2015/11/16.

المحاضرة العاشرة :

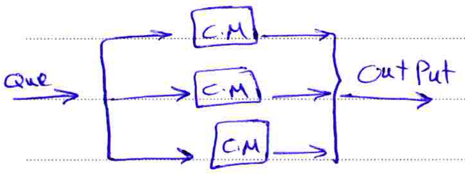
نظرية الأرتال (الطوابير):

الزمن له زمن وبالتالي الانتظار من رتل معين يؤدي إلى تكلفة (خسارة) اقتصادية

الهدف من دراسة نظرية الارتال هو جعل زمن الانتظار أقل ما يمكن.

أنواع الأرتال:

1) رتل وحيد ومركز خدمة واحد ونخرج ثم إلى الخارج

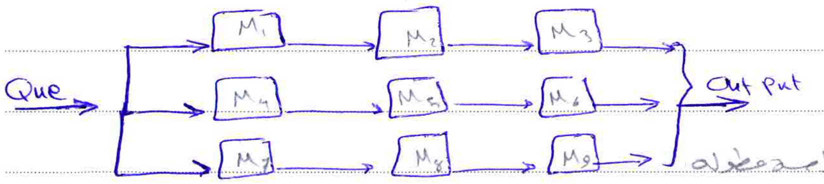


2) رتل وحيد وعدة مراكز خدمة ثم يخرج من مخرج واحد
وهو من أحسن أنواع الأرتال

3) مركز خدمة واحد ورتل واحد ولكن من مركز الخدمة هناك عدة مراكز متتالية ومخرج واحد.

يجب أن تكون المراكز متتالية حتى لا يكون هناك ضياع في الوقت

4) أن يكون هناك رتل واحد وعدة مراكز خدمة وكل مركز خدمة بداخله عدة مراحل ومخرج واحد.



وهو أسوء نوع من أنواع الارتال لأنه يكون هناك احتمال في ضياع الوقت لذلك يجب أن يكون هناك دراسة مطولة لهذه الحالة حتى يتم توفير الوقت والجهد.

يجب أن يتم تنظيم الأرتال بحيث يكون وقت الانتظار أقل ما يمكن وذلك لتوفير الوقت والتكلفة

/ /

كل آلية معينة لها نقطة حرجة في حال وصولها إلى هذه النقطة تنهار لذلك يجب التخلص منها قبل وصولها إلى هذه النقطة.

$P_n(t)$

$\frac{P_n(t+h)-P(t)}{h}$

$$\lim_{h\to 0} \frac{P_n(t+h)-P_n(t)}{h} = \frac{d\,P_n(t)}{dt}$$

33 صفحة

$$P_n(t+h) = \lambda h(1-uh)P_{n-1}(t) + (1-\lambda h)(1-uh)P_n(t) + uh(1-\lambda h)P_{n+1}(t) + H(h)$$

صغيرة جداً h

حيث $H(h) \xrightarrow[h\to 0]{} 0$

نضرب:

$$P_n(t+h) = \lambda h P_{n-1}(t) - \lambda u h^2 P_{n-1}(t) + P_n(t) + \lambda u h^2 P_n(t) - \lambda h P_n(t) - u h P_n(t) + u h P_{n+1}(t) - \lambda u h^2 P_{n+1}(t)$$

لأن h^2 صغيرة جداً

$$\boxed{P_n(t+h) = \lambda h P_{n-1}(t) + P_n(t) - (\lambda h + u h) P_n(t) + u h P_{n+1}(t)}$$

نخرج h عامل مشترك

المعادلة التفاضلية للانتظار بالنسبة للزمن

λ معدل الوصول و u معدل الخروج أي يجب أن يكونا متساويين كي نحصل على أحسن حالة $\boxed{u+\lambda \doteq 0}$ بالقيمة متعاكسين بالإشارة فتصبح المعادلة التفاضلية:

$$P_n(t+h) = \lambda h P_{n-1}(t) + P_n(t) + u h P_{n+1}(t)$$

ننقل إلى الطرف الثاني ونقسم على h

$$\frac{P_n(t+h) - P_n(t)}{h} = \lambda P_{n-1}(t) + u P_{n+1}(t)$$

وبحساب النهاية عندما $h \to 0$ يصبح لدينا هذه النهاية تساوي

$$\frac{d\,P_n(t)}{dt}$$

وبشكل عام:

$$\frac{d P_n(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) - (\lambda + u) P_n(t) + u P_{n+1}(t)$$

هذه المعادلة تصلح لجميع الحالات.

Alamal

/ /

$$P_n'(t) = \frac{dn(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) - (\lambda+u)P_n(t) + uP_{n+1}(t)$$ للحفظ

هذه الحالة تعالج فقط عندما يكون لدينا رتل واحد فقط.

نأخذ هذه المعادلة ونناقشها في كل الحالات كل حالة على حدى كي نعرف أي حالة هي الأفضل

انتهت المحاضرة العاشرة.

المحاضرة 11 : 2015/11/18.

المعادلة التفاضلية التي أوجدناها في المحاضرة السابقة هي:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) - (\lambda+u)P_n(t) + uP_{n+1}(t)$$

وإذا حسبنا نهاية هذا المقدار:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{dn(t)}{dt} = 0$$

فتصبح المعادلة كما يلي:

$$\lambda P_{n-1}(t) - (\lambda+u)P_n(t) + uP_{n+1}(t) = 0$$

حيث: $t \to \infty$;

والآن سنعالج الحالة التالية:

سنعالج فيما يلي حالة صف انتظار واحد ومركز خدمة واحد؛

أولاً نقول أن $\underline{n=0}$ فيكون:

$$\underbrace{\lambda P_{-1}}_{\text{غير موجودة لأنه ليس هناك حالة دالة زمنية سالبة}} - (\lambda+u)P_0 + uP_1 = 0$$

$$\Rightarrow uP_1 = (u+\lambda)P_0 \Rightarrow P_1 = \left(1+\frac{\lambda}{u}\right)P_0$$

$$\underbrace{-uP_0}_{=0} - \lambda P_0 + uP_1 = 0$$

لأن بداية العمل لا يوجد خرج لذلك تكون القيمة تساوي الصفر

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{\lambda}{u} P_0}$$

والآن من أجل $\underline{n=1}$:

$$\lambda P_0 - (u+\lambda)P_1 + uP_2 = 0$$

نبدل P_1 بقيمتها السابقة:

$$\lambda P_0 - (u+\lambda)\frac{\lambda}{u}P_0 + uP_2 = 0$$

$$\Rightarrow uP_2 = \frac{\lambda^2}{u}P_0 \Rightarrow \boxed{P_2 = \frac{\lambda^2}{u^2}P_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_n = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^n P_0}$$

نعلم ما يلي : المجموع على $\sum_{i=0}^{n} P_i = 1$ لأن هذه عبارة عن مجموع قيم احتمالية

$$P_0,\ P_1 = \left(\frac{\lambda}{u}\right)P_0,\ P_2 = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^2 P_0,\ \dots\dots,\ P_n = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^n P_0,\ \dots$$

فيكون :

$$\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^i P_0 = 1 \quad \text{if } n \longrightarrow \infty$$

$$\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^i P_0 = 1$$

متسلسلة هندسية

إذا كان $\frac{\lambda}{u}$ متقاربة إذا كان $\frac{\lambda}{u}$ تكون متباعدة

$$\Rightarrow P_0\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^i = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^i}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^i}$$

$$0 \le \frac{\lambda}{u} = \varphi \le 1$$

معدل الدخول أكبر من معدل الخروج لذا متقاربة

ومن سوف الأحوال يكون معدل الخروج يساوي معدل الخروج وكان من الأفضل أن يكون

معدل الدخول أصغر من معدل الخروج لأن بها أصبحت متقاربة فتكون مجموع/

$$\sum_{i=0}^{\infty}\varphi^i \Rightarrow S = \frac{1}{1-\varphi}$$

$$P_0 = \frac{1}{1/(1-\varphi)} \Rightarrow P = 1-\varphi = 1-\frac{\lambda}{u}$$

حيث :

λ تمثل معدل الدخول

u تمثل معدل الخروج

$\frac{\lambda}{u}$ تسمى عامل المنفعة

/ /

تطبيق: أحد مكاتب الهواتف لديه هاتف خدمة خارجية وصول الزبائن إلى المكتب عشوائياً بمعدل كل ثمان دقائق يصل زبون

الفترة الزمنية المستهلكة لإنجاز مكالمة هاتفية تصل إلى خمس دقائق بمعدل وسطي وفق توزيع احتمالي أسي.

المطلوب:

1. ما احتمال كون الخط مشغول.

2. ماهو متوسط طول صف الانتظار (عدد الأشخاص المستفيدين من هذه الخدمة).

الحل:

بشكل عام لدينا:

1) $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

2) $\varphi = \frac{\lambda}{\mu} \Longrightarrow P_0 = 1 - \varphi$

3) $P_n = (\varphi)^n P_0$

علماً أن المتسلسلة كانت بالشكل:

$$P_0 , \varphi P_0 , \varphi^2 P_0 , \ldots\ldots , \varphi^n P_0 , \ldots\ldots$$

$$\Rightarrow P_n = \varphi^n (1 - \varphi)$$

حساب عدد الزبائن في النظام يساوي عملياً: (وليكن L):

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n$$

ومنه فإن:

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n \varphi^n (1 - \varphi) \quad ; \quad \varphi \leq 1$$

$$L = (1 - \varphi) \sum_{n=0}^{\infty} n \varphi^n \quad ; \quad \varphi \leq 1 \qquad \varphi + 2\varphi^2 + 3\varphi^3 + 4\varphi^4 + \ldots$$

$$L = (1 - \varphi)\varphi \left(\frac{1}{(1 - \varphi)^2}\right) \qquad \varphi(1 + 2\varphi + 3\varphi^2 + \ldots)$$

ومنه فإن عدد الزبائن في النظام عملياً يساوي:

$$\boxed{L = \frac{\varphi}{1 - \varphi}} \Longrightarrow L = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\frac{\mu}{\mu} - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\frac{\mu - \lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

الوقت المستغرق في النظام يساوي عدد الوحدات المتوقعة في النظام مقسومة على معدل الوصول إلى النظام .

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda}{u-\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{u-\lambda}$$

عدد الوحدات المتوقعة في صف الانتظار تساوي :

عامل الكثافة مضروباً بعدد الوحدات المتوقعة في النظام

متوسط طول صف الانتظار

$$L_q = \left(\frac{\lambda}{u}\right)\left(\frac{\lambda}{u-\lambda}\right) = \frac{\lambda^2}{u(u-\lambda)}$$

الوقت المتوقع في صف الانتظار :

هو عملية ضرب عدد الوحدات في النظام بمقلوب معدل الخروج .

هذه القوانين نطبقها في حال صف واحد و مركز خدمة واحد .

لحل المسألة السابقة لدينا :

معدل الوصول هو : $\lambda = \frac{1}{8}$

الوحدة الزمنية المستخدمة هي دقيقة

$$u = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{u} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{8} < 1$$

ρ نسبة الفائدة

1) احسب احتمال أن يكون الخط مشغول : $P = ??$ [illegible]

$$L_q = \frac{\lambda^2}{u(u-\lambda)} = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)} = \frac{25}{24}$$

تقريباً عدد المستفيدين يساوي 1

مسألة : ورشة لإصلاح السيارات (مركز تصليح واحد) معدل وصول السيارات كل ساعة تصل سيارتين وذلك وفق توزيع بواسوني

متوسط الخدمة تقريباً (الإصلاح) كل سيارة تستغرقه 20 دقيقة

علماً أن الخدمة تتم وفق توزيع أسي عشوائياً.

/ /

علماً = أن تكلفة كل سيارة في حال الانتظار هو 200 ليرة سوري .

المطلوب :

1) احسب متوسط عدد السيارات الموجودة في ورشة الإصلاح .

2) احسب متوسط الوقت المستهلك لكل سيارة في النظام

3) احسب متوسط طول صف الانتظار

4) احسب التكلفة الكلية لكل السيارات في الورشة خلال عمل الورشة (8 ساعات) .

الحل :

$$\lambda = 2 \quad , \quad \mu = \frac{60}{20} = 3$$

$$\rho = \frac{2}{3} \leq 1$$

1) عدد السيارات المتوقعة في النظام :

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{2}{3-2} = 2$$

2) الوقت المستغرق في النظام :

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = 1$$

3) متوسط طول صف الانتظار :

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{4}{3(3-2)} = \frac{4}{3}$$

4) التكلفة الكلية خلال 8 ساعات تساوي عدد السيارات الكلية في النظام ضرب كلفة الانتظار لكل سيارة ضرب عدد ساعات العمل ضرب وقت الانتظار لكل سيارة

$$Cost = 2 \times 200 \times 8 \times 1 = 3200$$

انتهت المحاضرة 11

المحاضرة (12): 2015/11/23

single queue

الحالة التي سنناقشها رتل واحد وعدة قنوات خدمة. *1Channels

مع الأخذ بعين الاعتبار أن جميع القنوات لها نفس القدرة على الخدمة **Multipale Channels

لذلك نعتبر هذه الحالة من الحالات المهمة في المجال التطبيقي:

منها (محطة الوقود، سوق مركزي، مكتبة مركزية، ....)

ونصنف الحالة التطبيقية إلى نوعين:

آ). وحدات (زبائن) قادمة من مجتمع غير معروف (غير محدود)

مثال على ذلك: محطة وقود، سوق مركزي

ب) الوحدات قادمة من مجتمع (مصدر) محدد مثال: مكتبة مركزية، مصنع

سنعالج الحالة الأولى: أي وحدات قادمة من مجتمع غير محدود.

علماً أن وصول الوحدات وفق توزيع احصائي بمعدل $\frac{1}{\lambda}$ بين وصول وحدة ووحدة أخرى تليها

الخدمة المقدمة من كل قناة خدمة متطابقة مع الخدمات التي تقدمها القنوات الأخرى من حيث الأداء والكفائة علماً أن كل قناة خدمة تقدم خدمة في فترة زمنية طولها $\frac{1}{\mu}$ وذلك وفق توزيع احصائي موافق للمسألة المعطاة.

ملاحظة:

معدل الوصول (الوحدات إلى النظام) ليس له علاقة بالوحدات الموجودة في النظام.

سنفترض الآن أن قنوات الخدمة سنرمزها بـ $n-1, \ldots\ldots, 1, 0$

عندئذٍ ستكون المعدلات:

$$\lambda_0 = \lambda$$

$$\lambda_1 = \lambda$$

$$\vdots$$

حيث λ هي معدل الوصول

μ هي معدل الخدمة.

بشكل عام يكون لدينا أول وحدة تصل إلى النظام تأخذ مباشرةً الخدمة فتذهب إلى إحدى قنوات الخدمة

Alamal

/ /

وفي حال وصول وحدتين نحصل مباشرةً على خدمة عندئذٍ يكون :

$$u_0 = u$$
$$u_1 = u$$
$$\vdots$$
$$u_{n-1} = u$$

(الطابور)
وبالتالي يبدأ الصف من لحظة إنشغال جميع القنوات وبالتالي يكون لدينا ما يلي :

$$P_1 = \frac{\lambda}{u} P_0$$
$$P_2 = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^2 P_0$$
$$\vdots$$

نعلم سلفاً أن هذه العلاقة محققة من أجل قيم احتمالية
(هذه الحالة صحيحة من أجل رتل واحد وقناة خدمة واحدة)

* عندما يكون لدينا رتل واحد وعدة قنوات خدمة يصبح لدينا ما يلي محقق :

من أجل قناة خدمة واحدة
$$P_n = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^n P_0$$

كان لدينا القانون العام
فيصبح من أجل عدة قنوات خدمة كالتالي :

$$P_n = \frac{\lambda_0}{u_0} \frac{\lambda_1}{u_1} \cdots \frac{\lambda_{n-1}}{u_{n-1}} P_0$$

نفترض أن معدلات الوصول متساوية
لكل قناة من القنوات :

$$\lambda_0 = \lambda_1 = \cdots = \lambda_{n-1} = \lambda$$

فيكون لدينا :

$$u_0 = u$$
$$u_1 = 2u$$
$$u_2 = 3u$$
$$\vdots$$

عندئذٍ يصبح القانون السابق كما يلي :

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{u}\right)\left(\frac{\lambda}{2u}\right)\left(\frac{\lambda}{3u}\right) \cdots \left(\frac{\lambda}{nu}\right) P_0$$

$$\Rightarrow P_n = \frac{\lambda^n}{u(2u)(3u)\cdots(nu)} P_0$$

$$P_n = \frac{1}{1.2.3.\cdots n}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^n P_0 \Rightarrow P_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{u}\right)^n P_0$$

نحن نعلم من قوانين الاحتمالات أن: $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ عندئذٍ إذا أخذناها حسب عدد قنوات الخدمة الموجودة لدينا فيكون:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \Rightarrow P_0 + P_1 + \dots + P_n + \dots = 1$$

هذه المتسلسلة يجب أن تكون متقاربة لأنها إن لم تكن متقاربة لا يوجد حل

$$\Rightarrow P_0 + \varphi P_0 + \dots + \frac{1}{n!}\varphi^n P_0 + \frac{1}{(n+1)!}\varphi^{n+1} P_0 + \dots$$

نستبدل جميع هذه المقامات بـ $n!$ وذلك لأن عدد قنوات الخدمة n هنا.

$$\Rightarrow P_0 + \varphi P_0 + \dots + \frac{1}{n!}\varphi^n P_0 + \underbrace{\qquad\qquad}_{} = 1$$

لدينا: $(n+1)! = (n+1)\, n!$

$(n+2)! = (n+2)(n+1)\, n!$

$$\frac{1}{(n+1)!}\varphi^{n+1} P_0 \cong \frac{1}{(n+1)\, n!}\varphi^{n+1} P_0 \cong \frac{\varphi^{n+1}}{n!}\frac{1}{(n+1)} P_0 \overset{\text{تطبيقيا}}{\cong} \frac{\varphi^{n+1}}{n.n!} P_0$$

$$\frac{1}{(n+2)!}\varphi^{n+2} P_0 \cong \frac{1}{n!}\varphi^{n+2}\frac{1}{\underbrace{(n+1)}_{n}\underbrace{(n+2)}_{n}} P_0 \cong \frac{1}{n^2.n!}\varphi^{n+2} P_0$$

$\vdots$

$$\Rightarrow P_0 + \varphi P_0 + \dots + \frac{1}{n!}\varphi^n P_0 + \frac{1}{n.n!}\varphi^{n+1} P_0 + \frac{\varphi^{n+2}}{n^2.n!} P_0 + \dots = 1$$

$$\Rightarrow P_0 \left[1 + \frac{\varphi}{1!} + \frac{\varphi^2}{2!} + \dots + \frac{\varphi^n}{n!} + \frac{\varphi^{n+1}}{n.n!} + \frac{\varphi^{n+2}}{n^2.n!} + \dots \right] = 1 \qquad (*)$$

نجزئ ما بين قوسين إلى جزئين:

الجزء الأول

$$Part_1 = P_0 \left\{ 1 + \frac{\varphi}{1!} + \frac{\varphi^2}{2!} + \dots + \frac{\varphi^n}{n!} \right\}$$

$$Part_2 = P_0 \left\{ \frac{\varphi^{n+1}}{n.n!} + \dots \right\} = P_0 \left(\frac{\varphi^{n+1}}{n.n!} \right) \left\{ 1 + \frac{\varphi}{n} + \frac{\varphi^2}{n^2} + \dots \right\}$$

هذا الكلام صحيح في حال كانت المتسلسلة متقاربة. أي: بفرض $0 < \varphi = \frac{\lambda}{\mu} \leq 1$

فيكون :

$$Part_2 = P_0 \frac{\varphi^{n+1}}{n\,n!}\left(\frac{1}{1-\frac{\varphi}{n}}\right)$$

نعوض في (*) فيكون ما يلي محقق :

$$P_0\left(\sum_{i=0}^{n}\frac{\varphi^i}{i!}\right) + P_0\left(\frac{\varphi^{n+1}}{n\,n!}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{\varphi}{n}}\right) = 1$$

تساوي (1) وذلك لأنها مجموع متتالية

المجهول هنا هو P_0 فيكون لدينا :

$$1 = P_0\left[\sum_{i=0}^{n}\frac{\varphi^i}{i!} + \frac{\varphi^{n+1}}{n!(n-\varphi)}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n}\frac{\varphi^i}{i!} + \frac{\varphi^{n+1}}{n!(n-\varphi)}}}$$

هام للحفظ

مطلوب استنتاجه

من حساب P_0 نتمكن الآن من حساب بقية المتحولات بنفس طريقة الحساب في حال وجود قناة واحدة عندئذٍ يجب حساب :

عدد الوحدات الموجودة في النظام

عدد الوحدات الموجودة في صف الانتظار .

تمرين :

مكتب خدمة هواتف لديه 6 خطوط هاتف معدل الوصول إلى مكتب الخدمة وفق توزيع بواسون يصل 24 زبون في الساعة زمن المكالمة الهاتفية تختلف من زبون إلى الآخر وهي وفق توزيع أسي بمعدل 10 دقائق للمكالمة .

المطلوب ما يلي :

احسب متوسط عدد الزبائن في النظام

احسب متوسط زمن الانتظار .

احسب احتمال وجود خط جاهز للاستخدام

احسب احتمال وجود خط واحد على الأقل جاهز للاستخدام .

تمرين:

إحدى الشركات المصدرة للنفط تدفع أجور إضافية لناقلات النفط والسائقين في حال الانتظار

طلبت الشركة من المستفيدين بيان النفقات المترتبة على الشركة نتيجة الانتظار

فأتفق المستفيدين على الطلب من الشركة الموزعة للنفط وضع (إنشاء) محطة

ضخ جديدة أو تخفيض أسعار المنتجات النفطية بنسبة توازي النفقات المترتبة

على المستفيدين.

فقامت الشركة الموزعة للنفط بدراسة هذا الاقتراح فتبين لديها ما يلي:

وصول الناقلات إلى المحطة تقريبا يوافق توزيع بواسون وبمعدل ناقلتين في الساعة

علماً أن مدة تعبئة الناقلة الواحدة 20 دقيقة (خلال ساعة يمكن تعبئة 3 ناقلات)

(هذا يوافق توزيع أسي)

وبينت الدراسة أن 50% من الناقلات تصل إلى المحطة عشوائياً:

مدة عمل المحطة 8 ساعات.

المطلوب:

احسب احتمال انتظار الناقلة في المحطة.

احسب الوقت المتوقع لانتظار الناقلة.

احسب وقت الانتظار لكل الناقلات في اليوم الواحد

لدى الشركة تتوفر الإمكانيات التالية:

أ) وضع مضختين صغيرتين

ب) وضع مضخة كبيرة

(وذلك إما استئجاراً أو شراءً) علماً أن إدارة الشركة تفضل الاستئجار

وفق المعطيات التالية:

كل مضخة صغيرة تستطيع تعبئة 3 ناقلات في الساعة وبتكلفة يومية 1500 ل.س

المضخة الكبيرة تعبئ 7 ناقلات في الساعة وبتكلفة 3000 ل.س

Alamal