/ /

2015/10/21

المحاضرة الرابعة :

③ طريقة فوجل : Voegel Method

مثال :

	B_1	B_2	B_3	B_4	العرض
A_1	— (5)	— (7)	— (3)	100 (2)	100
A_2	50 (1)	75 (4)	— (5)	25 (3)	150
A_3	— (2)	— (6)	25 (4)	25 (5)	50
الطلبية	50	75	25	150	300 \ 300

هذا ما يسمى بالحل الابتدائي نحن نريد الحل الأمثل

Row	Colum
7 - 2 = 5	5 - 1 = 4
5 - 1 = 4	7 - 4 = 3
6 - 2 = 4	5 - 3 = 2
	5 - 2 = 3
5 - 1 = 4	2 - 1 = 1
6 - 2 = 4	6 - 4 = 2
	5 - 4 = 1
	5 - 3 = 2
5 - 3 = 2	6 - 4 = 2
6 - 4 = 2	5 - 4 = 1
	5 - 3 = 2
5 - 3 = 2	5 - 4 = 1
5 - 4 = 1	5 - 3 = 2
5	5 - 4 = 1
5 - 4 = 1	5

نأخذ أعلى قيمة من السطر الأول ونطرح منها أدنى قيمة

نأخذ أعلى قيمة من السطر الثاني ونطرح منه أدنى قيمة

وهكذا وكذلك نكرر نفس العملية على الأعمدة

نكرر العملية مرة ثانية بحذف السطر الأول

نأخذ أعلى قيمة بين هذه القيم فنجد أنه في السطر الأول من الجدول ونبحث عن أدنى قيمة ونضع فيها أعظم كمية (100)

نختار واحدة منهم

/ /

ومنه فإن هناك ثلاث طرق لإيجاد الحل الأمثلي كما وجدنا سابقاً.

وكل طريقة نحسب الكلفة لها.

$$F = 2\times100 + 1\times50 + 4\times75 + 3\times25 + 4\times25 + 5\times25 = 850$$

إن الطرق الثلاثة السابقة أعطتنا حل أبتدائي.

لكي يكون الحل أمثلي يجب أن يحقق الشرطين التاليين:

شرط الخلايا المشغولة: $U_i + V_j = C_{ij}$

شرط الخلايا الفارغة: $U_i + V_j \le C_{ij}$

نبدأ من أول خلية مشغولة

$U_4 + 0 = 2 \Rightarrow \boxed{U_4 = 2}$

هنا لدينا 7 مجاهيل V_1, V_2, V_3, U_1, U_2, U_3, U_4 ولكن لن نستطيع حساب 7 مجاهيل لذلك نضع إحدى هذه المجاهيل اختيارية

		$U_1=0$ B_1	$U_2=3$ B_2	$U_3=1$ B_3	$U_4=2$ B_4	
		$1+U_1=1 \Rightarrow \boxed{U_1=0}$	$1+U_2=4 \Rightarrow \boxed{U_2=3}$	$3+U_3=4 \Rightarrow U_3=1$		
$V_1=0$	A_1	5 —	7 —	3 —	2 100	100
$2+V_2=3 \Rightarrow \boxed{V_2=1}$ $V_2=1$	A_2	1 50	4 75	5 —	3 25	150
$V_3=3$ $V_3+2=5 \Rightarrow V_3=3$	A_3	2 — لا تحقق شرط الخلايا الفارغة	6 —	4 25	5 25	50
		50	75	25	150	

ننتقل إلى شرط الخلايا الفارغة:

$0+0 \le 5$, $0+1 \le 1$, $0+3 \not\le 2$ الشرط غير محقق

والآن لتطوير الحل الابتدائي إلى الحل الأمثل كونه هناك خلية غيرها مشكلة فهو ليس حل أمثل

ننشئ سلسلة مغلقة انطلاقاً من الخلية المخالفة على أن تكون بقية رؤوس السلسلة خلايا مشغولة الانتقال يتم بأسطر وأعمدة فقط

بحيث تكون هذه السلسلة أكبر ما يمكن

A_2	1 50 −	4 75	5 —	3 25 +	150
A_3	2 — +	6 —	4 25	5 25 −	50

الخلية المخالفة إشارتها + وبقية الرؤوس بالتناوب (+) أو (−) .

: نأخذ قيم الرؤوس المعلمة بإشارة (−) ونأخذ أدنى قيمة منهم $Min\{50, 25\} = 25$

لأننا نريد أن نطرح لذلك لا يجب أن يكون هناك قيم سالبة فنأخذ أدنى قيمة .

حيث توجد إشارة (+) نضيف 25 وحيث توجد إشارة (−) نطرح 25

فنحصل على التوزيع الجديد التالي :

	$u_1 = 0$ B_1	$u_2 = 3$ B_2	$u_3 = 2$ B_3	$u_4 = 2$ B_4
$v_1 = 0$ A_1	— [5]	— [7]	— [3]	100 [2]
$v_2 = 1$ A_2	25 [1]	75 [4]	[5]	50 [3]
$v_3 = 2$ A_3	25 [2]	— [6]	25 [4]	لا داعي لوضع الصفر لأن عدد الخانات المشغولة يساوي 6 [illegible] [5]

نحسب من جديد قيم المتغيرات u_i , v_i من خلال شرط الخلايا المشغولة .

ثم نبحث في شرط الخلايا الفارغة فنجد أن هذا الحل هو الحل الأمثل .

وبحساب التكلفة نجد :

$$F = 200 + 325 + 150 + 150 = 825$$

إن الطرق الثلاث السابقة أعطتنا الحل البدائي ثم نطوره بهذه الطريقة فنحصل على الحل الأمثل

وتوجد طريقة باستخدام نظرية البيان لإيجاد الحل الأمثل وهذه الطريقة تسمى ب :

Ford & Fulkerson Algorithm

هذه الخوارزمية تمكن من الحصول على الحل الأمثل لأي مسألة نقل .

فيما يلي نعرف خطوات هذه الخوارزمية .

① نضع التدفق من المركز $b_i \longrightarrow b_j$ (من العقدة b_i إلى العقدة b_j) وفق قيمة التكلفة C_{ij}

بحيث تكون هذه القيمة إما معدومة في حالة عدم وجود قوس أو قيمتها موجبة لا تساوي الصفر

/ /

وفق الجدول التالي :

	b_0 *	b_1	...	b_i $(0,h_i)$	...	b_n
* b_0	C_{00}	C_{01}	...		...	C_{0n}
b_1	C_{10}	C_{11}	...		...	C_{1n}
⋮	⋮	⋮				⋮
$(0,h_i)$ b_i						
⋮	⋮	⋮				⋮
b_n	C_{n0}	C_{n1}	...		...	C_{nn}

« سوف نوضح الخوارزمية على مثال نبدء ذكر جميع خطوات الخوارزمية »

ونقوم الآن بحساب التدفق من $b_0 \longrightarrow b_n$ وفق الخطوات التالية :

1- نؤشر إلى العامود الموافق لـ b_0 و السطر الموافق لـ b_0 بإشاره *

2- نبحث في السطر الموافق لـ b_0 عن قيم التكلفة الموجبة غير المعدومة في جميع الأعمده عدا العامود الأول فنحصل على قيمة نسميها h_i والتي تساوي :

$$h_i = C_{0i} \quad ; \quad i > 0$$

يؤشر للعامود الموافق لهذه القيمة بالثنائية $(0, h_i)$

ونؤشر بنفس الثنائية $(0, h_i)$ للسطر الموافق لـ b_i

3- ندرس بقية الأسطر بالتالي حتى نحصل على جميع الثنائيات المطلوبة حيث نضعها أمام الأسطر والأعمده الموافقة لهذه الثنائية.

بشكل عام عند دراسة الأسطر بالتالي نحصل على قيمة $h_k = \min(h_r, C_{rk})$

4- نكرر الخطوة السابقة حتى نؤشر إلى جميع الأسطر والأعمده في النهاية نكون قد حصلنا على مسار من $b_0 \to b_n$ فنحسب الطاقة التمريرية (التدفق):

$$Q_1 = h_n = \min(h_s, C_{sn})$$

5- نضع إشاره (-) أمام كميات التدفق على المسار من $b_0 \to b_n$ (كميات موجبة)

ونضع إشاره (+) على كميات التدفق المناظرة لها.

/ /

6 - حيث توجد إشارة (-) نطرح Q، وحيث توجد إشارة (+) نضيف الكمية Q

7 - نكرر الخوارزمية بدءاً من الخطوة الأولى (حتى نصل لحالة جدولية يكون فيها جميع قيم العامود الاخير معدومة)

الحصول على النتائج :

التدفق الأعظمي : هو عبارة عن مجموع الكميات $\sum_{i=1}^{n} Q_i$

ملاحظة :

لتحديد مقدار التدفق لكل خلية على كل قوس نقوم بطرح آخر جدول توصلنا إليه من الجدول الابتدائي فنحصل على جدول يتضمن ما يلي :

آ- الكميات الموجبة : هي كمية التدفق إلى هذه العقدة من عقدة التصدير i .

ب- الكميات السالبة : تمثل الكمية المنقولة من المصدر i إلى الهدف j .

ج- الكمية المعدومة : تعني أنه لا يوجد أي كمية يمكن نقلها إلى هذه الخلية .

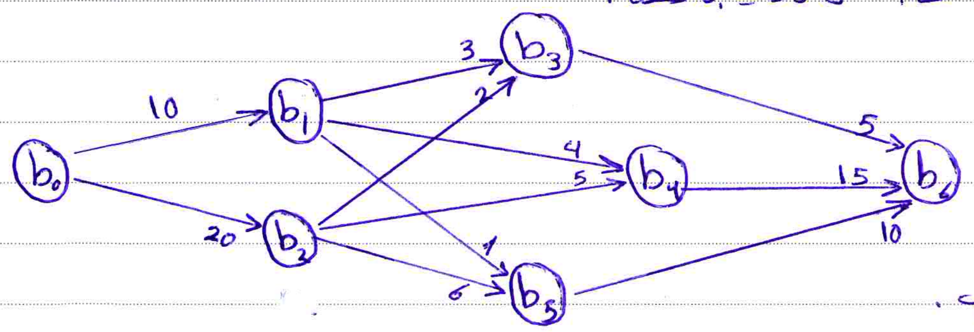
مثال : كيف نحل مسألة النقل إلى بيان . (وظيفة) (الحل في المحاضرة القادمة)

لتكن لدينا مسألة النقل المعطاة بالجدول التالي :

مستهلكين / مصدرين	b_3	b_4	b_5	موجودات
b_1	3	4	1	10
b_2	2	5	6	20
الطلبيات	5	15	10	30 / 30

مسألة مغلقة

نرسم البيان الموافق : كل مركز يقابل عقدة :

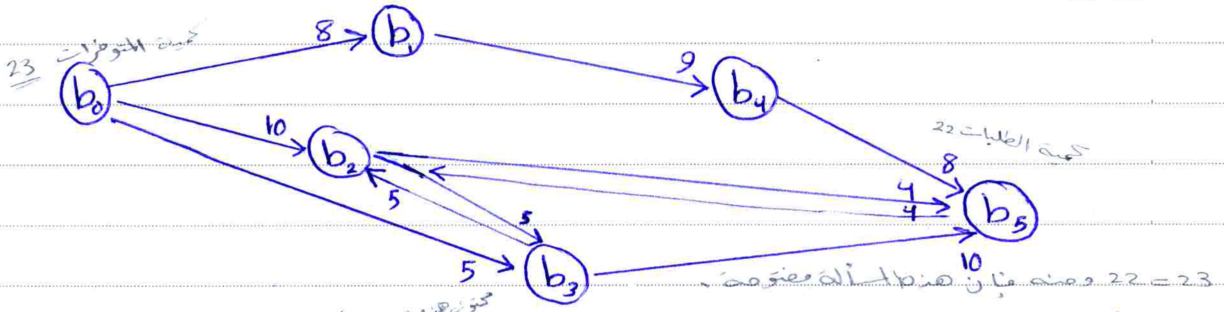


وهو البيان المطلوب .

وهو بيان بسيط مطلوب منه وظيفة.

سنطبق الخوارزمية على مثال أوسع

مثال: ليكن لدينا البيان التالي :



23 = 22 ومنه فإن هذه المسألة مفتوحة.

نشكل الجدول :

محتوى هذه الخانة

المركبة الاولى تدل على قيمة السطر

	b_0 *	b_1 (0,8)	b_2 (0,10)	b_3 (0,5)	b_4 (1,8)	b_5 (2,4)
b_0 *		8	− 10	5		
(0,8) b_1					9	
(0,10) b_2	+			5		− 4
(0,5) b_3			5			10
(1,8) b_4						8
(2,4) b_5			+ 4			

Alamal

/ /

(0,10) (2,4)

$b_0 \rightarrow b_2 \rightarrow b_5$

أنت من السطر ← أنت من السطر الثاني

نحسب الآن المسار : $b_0 \longrightarrow b_5$

ثم نحسب قيمة Q_1 .

$$b_0 \longrightarrow b_2 \longrightarrow b_5$$

$-\ (b_0,b_2) \qquad (b_2,b_5)$

$+\ (b_2,b_0) \qquad (b_5,b_2)$

الآن نحسب المسارات :

$(b_0,b_2) = 10 \quad , \quad (b_2,b_5) = 4$

$Q_1 = 4$

نشكل جدول جديد حيث توجد إشارة (+) نضيف 4 وحيث توجد إشارة (-) نطرح 4 .

	b_0 *	b_1 (0,8)	b_2 (0,6)	b_3 (0,5)	b_4 (1,8)	b_5 (3,5)
* b_0		8	6	− 5		
(0,8) b_1					9	
(0,6) b_2	4			5		0
(0,5) b_3	+		5			− 10
(1,8) b_4						8
(3,5) b_5			8	+		

$$b_0 \xrightarrow{5} b_3 \xrightarrow{10} b_5$$

$-\ (b_0,b_3) \qquad (b_3,b_5)$

$+\ (b_3,b_0) \qquad (b_5,b_3)$

$Q_2 = 5$

فنحصل على جدول جديد حيث توجد إشارة (+) نضيف 5 وحيث توجد إشارة (-) نطرح

انتهت المحاضرة الرابعة

Alamal

2015/10/26

المحاضرة الخامسة:

تتمة المثال السابق:

	b_0 *	b_1 (0,8)	b_2 (0,6)	b_3 (2,5)	b_4 (1,8)	b_5 (3,5)
* b_0		8	− 6	0		
(0,8) b_1					9	
(0,6) b_2	+ 4			− 5		0
(2,5) b_3	5		+ 5			− 5
(1,8) b_4						8
(3,5) b_5				8	+ 5	

$$b_0 \xrightarrow{6} b_2 \xrightarrow{5} b_3 \xrightarrow{5} b_5 \qquad Q_3 = 5$$

$-\ (b_0,b_2)\ ,(b_2,b_3)\ ,(b_3,b_5)$

$+\ (b_2,b_0)\ ,(b_3,b_2)\ ,(b_5,b_3)$

	b_0 *	b_1 (0,8)	b_2 (0,1)	b_3 (5,8)	b_4 (1,8)	b_5 (4,8)
* b_0		− 8	1	0		
(0,8) b_1	+				− 9	
(0,1) b_2	9			0		0
(5,8) b_3	5		10			0
(1,8) b_4		+				− 8
(4,8) b_5			8	10	+	

$$Q_4 = 8$$

$$b_0 \xrightarrow{8} b_1 \xrightarrow{9} b_4 \xrightarrow{8} b_5$$

$-\ (b_0,b_1)\ ,(b_1,b_4)\ ,(b_4,b_5)$

$+\ (b_1,b_0)\ ,(b_4,b_1)\ ,(b_5,b_4)$

/ /

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
b_0		0	1	0		
b_1	8				1	
b_2	9			0		0
b_3	5		10			0
b_4		8				0
b_5			8	10	8	

وهكذا نكون قد وصلنا إلى الحل النهائي:

فيكون التدفق الأعظمي: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

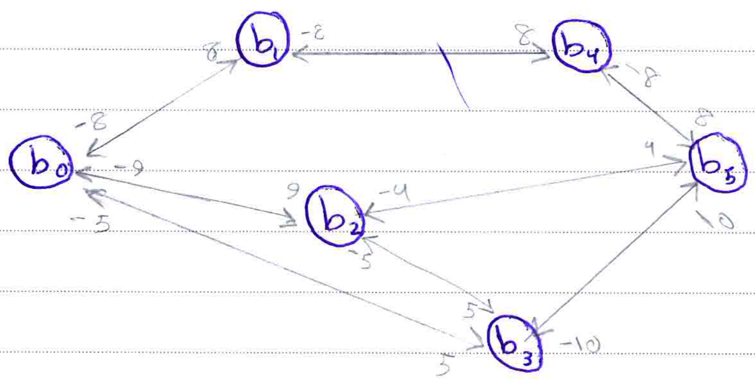
$= 4 + 5 + 5 + 8 = 22$

نطرح الجدول النهائي من الجدول الأساسي فنحصل على الجدول التالي:

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
b_0		8	9	5		
b_1	-8				8	
b_2	-9			5		4
b_3	-5		-5			10
b_4		-8				8
b_5			-4	-10	-8	

وهذا ما نسميه جدول التدفق.

نضع البيان الموافق له:



ملاحظة:

الجدول الأخير يتضمن ما يلي:

1) مجموع عناصر العامود الأخير تمثل التدفق الأعظمي من جميع عقد البيان.

2) الأرقام السالبة في العمود الأول تمثل النقص الحاصل في المصدر (الكمية التي يجب نقلها)

3) يبين حاجة كل عقدة في متن البيان.

4) الارقام الموجبة في العمود الأخير تمثل كمية الهدف

5) بقية العقد البينية يكون فيها الجمع وفق السطر أو وفق العامود يساوي الصفر

تمثل القيم السالبة من بقية الأعمدة تمثل العقد البينية
القيم الموجبة من السطر الأخير تمثل القيم المتوجهة من العقد البينية إلى عقدة الهدف

حل مثال الوظيفة من المحاضرة السابقة:

مستهلكين / مصادر	$v_1=3$ b_3	$v_2=6$ b_4	$v_3=1$ b_5	موجودات
$u_1=0$ b_1	0 − (3)	0 + (4)	10 (1)	10
$u_2=1$ b_2	5 + (2)	−15 (5)	— (6)	20
الطلبيات	5	15	10	30 / 30

Row	Colum
4-1=3	3-2=1
6-2=4	5-4=1
	6-1=5
5-2=3	

$F = 95$

	$v_1=3$ b_3	$v_2=4$ b_4	$v_3=1$ b_5	
$u_1=0$ b_1	(3)	0 (4)	10 (1)	10
$u_2=1$ b_2	5 (2)	15 (5)	− (6)	20
	5	15	10	

طريقة مطولة

طريقة ثانية:

		* b_0	(0,10) b_1	(0,20) b_2	(1,3) b_3	(1,4) b_4	(1,1) b_5	(3,3) b_6
*	b_0		10	20				
(0,10)	b_1				3	4	1	
(0,20)	b_2				2	5	6	
(1,3)	b_3							5
(1,4)	b_4							15
(1,1)	b_5							10
(3,3)	b_6							