٩/١٢/٢٠١٥ ‏ ‏ 18٠٠م

5) $\vec{\Gamma}(B) = \vec{\Gamma}(A) + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{AB} - \omega^2 \vec{AB}$

لأن $\vec{\Gamma}(A)$ ثابتة:

$$= \vec{0} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \theta'' \\ 2l & 0 & 0 \end{vmatrix} - \omega^2 (2l, 0, 0)$$

وهي تسارع النقطة B على جملة متماسكة

7) النقطة A هي مركز تسارع للمصمم لأننا A نقطة في جملة متحركة سرعتها ثابتة في جملة ثابتة

6) لأن بعد نقطة ... عن مركز دوران الآني هو أصغر الأبعاد وبالتالي نقطة ... التي هي منتصف القضيب هي ذات البعد الأصغر عن I وبالتالي سرعتها أصغر ما يمكن.

طلب إضافي:

سرعة للنقطة I على القاعدة ما هي؟

لدينا: $X_1(I)$ ، $Y_1(I)$

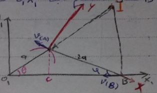
$\Rightarrow \vec{U} = X_1'(I)\,\vec{i}_1 + Y_1'(I)\,\vec{j}_1$

سرعة انتقال I

الحركة هنا حركة دورانية في مستوي أي تشكل دائرة.

مسألة الثانية: ذراع O_1A طولة a يدور في مستوي ثابت بسرعة زاوية ω_1 حول نقطة ثابتة O_1. AB ذراع طوله $2a$ مرتبطة مفصلياً في النقطة A حيث تنزلق النهاية B على مستقيم ثابت O_1X_1 والمطلوب، عين مركز الآني للدوران ومعادلات حركة الـ AB قضيب

- عينا قاعدة ومتدحرج.
- " سرعة وتسارع B
- " لنقطة M من ذراع AB التي تكون سرعتها أصغرية



الحل: لدينا حركة A دائرية فسرعتها تكون محمولة على مماس الدائرة وبالتالي العامود على سرعة A هو امتداد لنصف القطر $(O_1A = a)$ نقيم عامود على سرعة B المحمولة على محمول O_1X_1 نلاحظ أن $v(A)$ لا تتوازي $v(B)$ فنقطة تلاقي عامودين هي مركز آني لدوران

$$X_{1A} = a\cos\theta$$
$$y_{1A} = a\sin\theta$$

لدينا A قطب للحركة

باختيار الجملة المتحركة AXY مع القضيب AB ومنه معادلات الحركة هي

$$\varphi(AB,\hat{\ }O_1X_1)\ ,\quad X_1(A),\ Y_1(A)$$

$$AC = a\sin\theta$$
$$AC = 2a\sin\varphi$$
$$\Rightarrow 2a\sin\varphi = a\sin\theta$$
$$\sin\varphi = \frac{\sin\theta}{2}$$
$$\Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{\sin\theta}{2}\right)$$

ليكن $\theta' = \omega_1$

$$\Rightarrow \theta = \omega_1 t + \theta_0$$

بفرض $t=0\ ,\ \theta_0 = 0 \Leftarrow \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \theta = \omega_1 t$$

$$\Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{\sin\omega_1 t}{2}\right) \quad \text{—— ①}$$
$$X_1(A) = a\cos\omega_1 t \quad \text{—— ②}$$
$$Y_1(A) = a\sin\omega_1 t \quad \text{—— ③}$$

معادلات حركة

$$\vec{O_1I} = X_1(I)\vec{i_1} + Y_1(I)\vec{j_1}$$

نعلم أن $X_1(I)\vec{i_1} = \vec{O_1B} = \vec{O_1C} + \vec{CB} = (a\cos\theta + 2a\cos\varphi)\vec{i}$

هنا يجب توحيد الوسطاء θ و φ.

$\cos^2\theta = 1-\sin^2\theta$

وحسب علاقة بين θ و φ

$\Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi}$

$= \sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{4}}$

$= \sqrt{1-\frac{\sin^2\omega_1 t}{4}}$

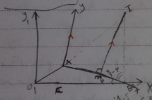
$$X_1(I) = a\sqrt{1-\sin^2\omega_1 t} + 2a\sqrt{1-\frac{\sin^2\omega_1 t}{4}} \quad *$$

ولدينا: $Y_1(I)\vec{j_1} = \vec{BI}\cdot\vec{j_1} = \vec{aB}\cdot tg\theta\cdot\vec{j_1} = X_1(I)\cdot tg\omega_1 t\,\vec{j_1}$

$$\Rightarrow Y_1(I) = X_1(I)\cdot tg\,\omega_1 t \quad **$$

إذا * و ** هي معادلات وسيطية للقاعدة.

تعيين معادلات وسيطية للمتدحرج.



$X(I) = \vec{Am} = \vec{AB} - \vec{mB}$

$= 2a - mB$

$= 2a - IB\cos(\frac{\pi}{2}-\varphi)$

$= 2a - IB\sin\varphi$

هي نفس الـ (IB) حساب الآتي وجدناه كورة في أعلى

$\frac{\sin\theta}{2}$

$$= 2a - (IB)\cdot\frac{\sin\omega_1 t}{2} \quad ***$$

$Y(I) = Im = IB\sin(\frac{\pi}{2}-\varphi)$

$= IB\cos\varphi$

$= IB\sqrt{1-\sin^2\varphi}$

$= IB\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{4}}$

$$Y(I) = IB\sqrt{1-\frac{\sin^2\omega_1 t}{24}} \quad ****$$

ومنه *** و **** هي معادلات وسيطية للمتدحرج.

إيجاد سرعة و تسارع نقطة B: في جملة ثابتة نشتق $X_1(I)$ مرة هي السرعة

و مرتين تكون تسارع أو بتطبيق قانون $v(B) = \vec{v}(A) + \vec{\omega}\wedge\vec{AB}$

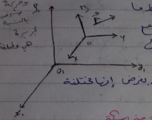
طلب آخر: النقطة m هي التي تملك أصغر سرعة لأنها أقل بعد عن I

حركة الكمين في سفينة ... نسبية

وحركة سفينة بالنسبة لجزيرة حركة ...

تركيب الحركات

تعيين موضع ومشتق متجه ما: نعين موضع ومشتق متجه ما بالنسبة لجملتين ثابتة $0_1x_1y_1z_1$ ومتحركة (متماسكة) $0xyz$. لنفرض أن جملة $0xyz$ متحركة بالنسبة لجملة $0_1x_1y_1z_1$ ولنفرض لدينا المتجه $\vec{A}$ متغير في الفراغ بالنسبة لوسيط ما وليكن t فعندما يتغير هذا المتجه فإن أي راصد متماسك مع الجملة المتحركة سيلاحظ تغيراته التي تتحدد بالمشتق وكذلك الأمر بالنسبة لراصد متماسك مع الجملة الثابتة ولنعين العلاقة التي تربط المتغيرات في جملة الثابتة والجملة المتحركة بفرض أنهما تختلفان عن بعضهما بحركة. أي شعاع يكتب بالشكل في جملتين:



$$\vec{A}\Big|_M = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k} \quad \text{في جملة متماسكة} \quad ①$$

$$\vec{A}\Big|_F = A_{x_1}\vec{i_1} + A_{y_1}\vec{j_1} + A_{z_1}\vec{k_1} \quad \text{في جملة ثابتة} \quad ②$$

بشكل عام $A_x \neq A_{x_1}$ ، $A_y \neq A_{y_1}$ و $A_z \neq A_{z_1}$

نميز حالات: ١) إذا الحركة للجملة المتماسكة حركة انسحابية بالنسبة لجملة الثابتة عندها الأشعة تبقى مسايرة لنفسها أثناء الحركة أي $\vec{i}\parallel\vec{i_1}$ ، $\vec{j}\parallel\vec{j_1}$ ، $\vec{k}\parallel\vec{k_1}$ و $A_x = A_{x_1}$ ، $A_y = A_{y_1}$ ، $A_z = A_{z_1}$

عندئذ لا تختلف تغيرات شعاع $\vec{A}$ بالنسبة لجملة M متحركة ولا لجملة الثابتة أي:

$$\vec{A}\Big|_M = \vec{A}\Big|_F$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_M = \frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_F$$

إذاً الحركة الانسحابية لا تؤثر على دراسة متغيرات متجه $\vec{A}$ ونسمي الجملتين الثابتة والمتحركة بالجمل العطالية.

٢) إذا تحركت جملة M حركة دورانية بالنسبة لجملة F ثابتة: إن مشتق شعاع $\vec{A}$ بالنسبة لراصد متماسك مع M يعطى بالعلاقة: $\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_M = A'_x\vec{i} + A'_y\vec{j} + A'_z\vec{k}$

أما مشتق $\vec{A}$ بالنسبة لراصد متماسك مع F يعطى بالشكل:

أما: $$\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_F = A'_{x_1}\vec{i_1} + A'_{y_1}\vec{j_1} + A'_{z_1}\vec{k_1}$$

أو: نشتق علاقة ① بالنسبة لجملة ثابتة نحصل:

$$\frac{d\vec{A}}{dt}\Big|_F = A'_x\vec{i} + A_x\vec{i}' + A'_y\vec{j} + A_y\vec{j}' + A'_z\vec{k} + A_z\vec{k}$$

لأنها حركة دورانية

فإنها $\vec{i}' = \vec{\omega} \wedge \vec{i}$

$\vec{j}' = \vec{\omega} \wedge \vec{j}$

$\vec{k}' = \vec{\omega} \wedge \vec{k}$

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = \left(A_x \vec{i}' + A_y \vec{j}' + A_z \vec{k}'\right) + A_x(\vec{\omega}\wedge\vec{i}) + A_y(\vec{\omega}\wedge\vec{j}) + A_z(\vec{\omega}\wedge\vec{k})$$

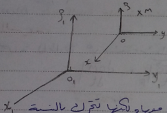
$$= \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_M + \vec{\omega}\wedge\left(A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}\right)$$

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_F = \underbrace{\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_M}_{\text{سرعة في جملة متحركة}} + \vec{\omega}\wedge\vec{A}$$

مشتقة أي شعاع في جملة ثابتة

مؤثر تفاضلي $D(\ )\big|_F = D(\ )\big|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{\square}$

الشعاع — سرعة شعاع في جملة متحركة — أي شعاع



الحركة المحصلة لنقطة مادية:

بفرض لدينا نقطة M متحركة بالنسبة لـ xyz مع راصد متماسك مع xyz عندئذٍ نجد:

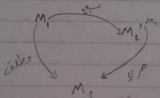
أولاً: الحركة النسبية: هي حركة للنقطة المادية M بالنسبة لجملة متحركة ونرمز لها بـ S.
ونفرض أن النقطة M ثابتة بالنسبة لـ S أي متماسكة معها ولكنها تتحرك بالنسبة لجملة ثابتة نرمز لها بـ S_1

ثانياً: الحركة الجرية: هي حركة النقطة المادية M متماسكة مع S وتتحرك معها بالنسبة لـ S_1.

ثالثاً: ″ المطلقة: ″ ″ ″ M بالنسبة لـ S_1 دون أن تكون متماسكة مع S وتسمى أيضاً بالحركة المحصلة عن الحركتين النسبية والجرية.

مثال:

راكب يتحرك على باخرة عندها حركته بالنسبة لشيء ثابت في باخرة هي حركة نسبية فإذا جلس راكب ومرت الباخرة بجوار جزيرة فإنا حركة راكب مع باخرة بالنسبة لجزيرة هي حركة جرية والحركة المطلقة هي حركة الراكب عندما يمشي على باخرة بالنسبة لراصد على الجزيرة.



وبالتالي لـ M: أما: مسار نسبي
أو: ″ جري
أو: ″ مطلق

أي مطلق هو تركيب حركتين نسبية وجرية.

/ /

وكذلك الأمر بالنسبة لسرعة وتسارع أي لدينا (سرعة نسبية وجرّ و مطلق)
ولدينا (تسارع نسبي وجرّ ومطلق)

شعاع موضع. لتعيين موضع نقطة ما M بالنسبة لجملة ثابتة

$$\underbrace{\overrightarrow{O_1M}}_{\text{مطلقة}} = \overset{\text{جرية}}{\overrightarrow{O_1O}} + \underbrace{\overrightarrow{OM}}_{\text{نسبية}} \quad (*)$$

إن M لها حركة نسبية بالنسبة للنقطة O لكن حركة O هي حركة
جرية ~~...~~ بالنسبة للجملة الثابتة فإن $\overrightarrow{OM}$ تعين حركة M بالنسبة لجملة xyz
و $\overrightarrow{O_1O}$ يعين الحركة الجرية لـ O بالنسبة لجملة x,y,z إذاً O متغيرة تتعين بثلاث
وسطاء. $(x_1(O), y_1(O), z_1(O))$ و $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ أيضاً متغيرة تعين لنا دوران
بالنسبة لـ S. فالحركة هنا تتعين بثلاث وسطاء التي هي زوايا أولر (ψ, φ, θ) نتيجة
دوران، الحركة العامة تتعلق بـ 6 وسطاء التي هي إحداثيات قطب و زوايا أولر

السرعة:

سرعة المطلقة هي مشتق شعاع موضع بالنسبة لجملة ثابتة.

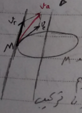
$$\vec{V}_a(M) = \frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\bigg|_F = \frac{d\overrightarrow{O_1O}}{dt}\bigg|_F + \underbrace{\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\bigg|_F}_{\text{حسب علاقة سابقة}}$$

$$= \frac{d\overrightarrow{O_1O}}{dt}\bigg|_F + \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\bigg|_M + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$$

$$= \underbrace{(x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k})}_{} + \underbrace{\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}}_{\text{جرية}}$$

$$\underset{\text{مطلقة}}{\vec{V}_a(M)} = \underset{\text{نسبية}}{\vec{V}_r(M)} + \vec{V}_e(M)$$

مثال: M تتحرك على مستقيم Oz الذي يدور حول المحور Δ عند دراسة حركة M على
مستقيم نسبية أما حركة M فهي السحابية.



عندما نثبت M مع المستقيم وحركنا المستقيم فإنه سيرسم
دائرة عندها تكون حركة جرية وسرعة تكون مماس للدائرة عند M
وسرعة M المتحركة على مستقيم بغض نظر عن حركة مستقيم
حول Δ سيكون السحابية V_r وبالتالي V_a سيكون تركيب
سرعتين جرية والنسبية

إعداد: ريم الرجبي

/ /

إيجاد التسارع: بفرض $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$

$$\Rightarrow \Gamma_a(M) = \left.\frac{d(\vec{v}_a)}{dt}\right|_F = \underbrace{\left.\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right|_F}_{\text{نشتق}} + \left.\frac{d\vec{v}(O)}{dt}\right|_F + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega}_e \wedge \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_F$$

$$= \left.\frac{d\vec{v}_r}{dt}\right|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{v}_r + \vec{\Gamma}(O) + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega}_e \wedge \Big[\overbrace{\left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_M}^{v_r} + \vec{\omega} \wedge \vec{OM}\Big]$$

$$= \vec{\Gamma}_r + \vec{\Gamma}_o + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}_r + \vec{\omega}_e \wedge [v_r + \vec{\omega} \wedge \vec{OM}]$$

$$= \vec{\Gamma}_r + \vec{\Gamma}_o + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM})$$

$$= \underbrace{\vec{\Gamma}_r}_{\text{نسبي}} + \vec{\Gamma}_o + \underbrace{\vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge (\omega \wedge \vec{OM})}_{\text{جري}} + \underbrace{2\vec{\omega}_e \wedge \vec{v}_r}_{\text{متمم}}$$

$\Gamma_c = 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{OM}$

ملاحظة: إذا تسارع متمم
يكون تسارع متمم معدوم.

1) $\omega_e = 0$ → تكون حركة انسحابية

2) $v_r = 0$ → " دورانية

3) $v_r \parallel \omega_e$

بالتوفيق

المحاضرة العشرون:

دساتير بور:

$$\forall M \in S, \quad \vec{\Gamma}_a(M)\Big|_F = \frac{d\vec{v}_a}{dt}\Big|_F = \frac{d\vec{v}_a}{dt}\Big|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{v}_a$$

$$= \frac{d\vec{v}_a}{dt}\Big|_M + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ V_{a_x} & V_{a_y} & V_{a_z} \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{a_x}(M) = \dfrac{dV_{a_x}}{dt} + qV_{a_z} - rV_{a_y} \\ \Gamma_{a_y}(M) = \dfrac{dV_{a_y}}{dt} + rV_{a_x} - pV_{a_z} \\ \Gamma_{a_z}(M) = \dfrac{dV_{a_z}}{dt} + pV_{a_y} - qV_{a_x} \end{cases}$$

شروط التدحرج دون انزلاق بالحركة المستوية:

إنّ حركة المركز الآني للدوران على المتدحرج بالنسبة للمستوي المتحرك هي حركة نسبية وسرعة انتقالها على المتدحرج هي سرعة نسبية نرمز لها بـ $\vec{V}_r(I)$ أما حركة نقطة ولتكن p في المستوي المتحرك والتي تنطبق على I في لحظة ما بالنسبة للمستوي الثابت هي حركة جرية والسرعة في هذه الحركة تكون مساوية للصفر حسب تعريف المركز الآني للدوران.

$$\vec{V}_e(I) = \vec{0}$$

أما حركة I بالنسبة للجملة الثابتة هي حركة مطلقة وسرعتها $\vec{V}_a(I)$ وبالتالي نستنتج أن:

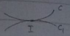
$$\vec{V}_a(I) = \vec{V}_r(I) + \vec{V}_e(I)$$

$$\vec{V}_a(I) = \vec{V}_r(I)$$

أي سرعة انتقال I على القاعدة تساوي سرعة انتقال I على المتدحرج.

بالمكاملة نجد أن المسافة المقطوعة للمركز الآني I على القاعدة تساوي المسافة المقطوعة لـ I على المتدحرج.

خلاصة: إن العبارات التالية متكافئة وكلاً منها تُفيد شرط التدحرج دون انزلاق على منحنٍ ثابت في



مستوي معين :

1- إن نقطة التماس بين المنحني C مع المنحني الثابت C_1 هي مركز آني للدوران.

2 السرعة الجرية لنقطة التماس تساوي الصفر.

3- السرعة المطلقة للركز الآني للدوران تساوي السرعة النسبية للمركز الآني للدوران.

4- المسافة التي يقطعها المركز الآني للدوران على المتدحرج تساوي المسافة التي يقطعها المركز الآني للدوران على القاعدة.

مسألة: تدور اسطوانة دائرية حول محورها بسرعة زاوية ثابتة ω_e. تتحرك M على سطح الاسطوانة حسب المعادلات:

$$x = 3\cos 2\pi t \ , \quad y = 3\sin 2\pi t \ , \quad z = 3t$$

نفرض أن xyz جملة متماسكة مع الاسطوانة ينطبق فيها oz على محور الاسطوانة.

عيّن السرعة المطلقة والتسارع المطلق للنقطة M.

الحل:

$$\vec{V}_a(M) = \vec{V}_r(M) + \vec{V}_e(M)$$

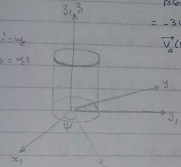
$$\vec{V}_r(M) = -6\pi \sin 2\pi t\, \vec{i} + 6\pi \cos 2\pi t\, \vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{V}_e(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_e \\ 3\cos 2\pi t & 3\sin 2\pi t & 3t \end{vmatrix}$$

$$= -3\omega_e \sin 2\pi t\, \vec{i} + 3\omega_e \cos 2\pi t\, \vec{j}$$

$\psi' = \omega_e$

$\psi = \omega_e t$



$$\vec{V}_a(M) = \overbrace{-3\sin 2\pi t(2\pi + \omega_e)}^{V_{ax}}\vec{i} + \overbrace{(3\cos 2\pi t)(2\pi + \omega_e)}^{V_{ay}}\vec{j} + \overbrace{3\vec{k}}^{V_{az}}$$

$$\vec{\Gamma}_a(M) = \left.\frac{d\vec{v}_a}{dt}\right|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_a$$

$$= (-6\pi \cos 2\pi t)(2\pi + \omega_e)\vec{i}$$

$$- (6\pi \sin 2\pi t)(2\pi + \omega_e) + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_e \\ V_{ax} & V_{ay} & V_{az} \end{vmatrix}$$

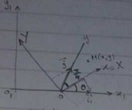
مسألة: $o_1x_1y_1$ جملة إحداثيات ثابتة قائمة ومباشرة.

xoy زاوية صلبة متماسكة قياسها $\frac{\pi}{4}$ تدور في المستوي $o_1x_1y_1$ حول رأسها o بسرعة زاوية $\omega = 2t$، ويتحرك رأسها o على مستقيم ثابت o_1x_1 بسرعة قيمتها العددية ثابتة وتساوي v. M نقطة تتحرك بالنسبة للزاوية xoy إحداثياتها بالنسبة للجملة xoy هي (x,y)

(3)

والمطلوب : 1) تعيين معادلات حركة M .

2) تعيين مركبات متجه السرعة المطلقة ومتجه التسارع المطلق للنقطة M بدلالة الزمن t وبدلالة الإحداثيات (x, y) ، وبدلالة مشتقاتها (x', y') .



الحل : الحركة مستوية .

1)

$$x_0 = \int v\, dt = vt + c$$

$$t = 0 \;,\; x_0 = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\boxed{x_0 = vt} \quad \dots (1)$$

$$\boxed{y_0 = 0} \quad \dots (2)$$

$$\theta' = \omega$$

$$\theta' = 2t \Rightarrow \theta = t^2 + \theta_0$$

$$t = 0 \;,\; \theta = 0 \Rightarrow \theta_0 = 0$$

$$\boxed{\theta = t^2} \quad \dots (3)$$

حيث θ الزاوية بين ox و ox_1 .

2) oXY جملة متماسكة بحيث ox ينطبق على oX .

$$\vec{oM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$= X\vec{I} + y\left(\cos\frac{\pi}{4}\vec{I} + \sin\frac{\pi}{4}\vec{J}\right)$$

$\vec{oM}$ مركباتها على المتماسكة oXY . $\quad \vec{oM} = \left(X + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\vec{I} + y\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{J}$

$$\vec{V}_r = \left(X' + \frac{\sqrt{2}}{2}y'\right)\vec{I} + y'\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{J}$$

$$\vec{V}_e(M) = \vec{v}(o) + \vec{\omega} \wedge \vec{oM}$$

$$= v\vec{i_1} + \begin{vmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2t \\ X + \frac{\sqrt{2}}{2}y & \frac{\sqrt{2}}{2}y & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{i_1} = \cos\theta\,\vec{I} - \sin\theta\,\vec{J} = \cos t^2\,\vec{I} - \sin t^2\,\vec{J}$$

$$\vec{V}_e(M) = v\cos t^2\,\vec{I} - v\sin t^2\,\vec{J} - \sqrt{2}\,t\,y\,\vec{I} + 2t\left(X + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\vec{J}$$

$$= \left(v\cos t^2 - \sqrt{2}\,t\,y\right)\vec{I} + \left(-v\sin t^2 + 2t\left(X + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\right)\vec{J}$$

$$V_{ax}(M) = X' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' + v\cos t^2 - \sqrt{2}\,t\,y$$

$$V_{ay}(M) = \frac{\sqrt{2}}{2}y' + \left(-v\sin t^2 + 2t\left(X + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)\right)$$

$$\vec{\Gamma}_a(M) = \left.\frac{d\vec{v}_a}{dt}\right|_M + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_a$$

(4)

<u>طلب إضافي</u>: عيّن القاعدة والمتدحرج ومركز التسارع المعدوم.

$\vec{V}(o) = \vec{\omega} \wedge \vec{I_o}$

<u>الحل</u>:

$I\,(X_1(I), Y_1(I))$ في جملة ثابتة

$$v\vec{i_1} = \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{j_1} & \vec{k_1} \\ 0 & 0 & 2t \\ vt - X_1 & -Y_1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{v = 2t\,Y_1} \quad \dots (1)$$

$$\boxed{0 = 2t(vt - X_1)} \quad \dots (2)$$

$$\Rightarrow vt = X_1 \Rightarrow t = \frac{X_1}{v}$$

نعوض في (1):

$$v = \frac{2X_1}{v} Y_1$$

$$X_1 \cdot Y_1 = \frac{v^2}{2}$$

القاعدة هي عبارة عن قطع زائد متساوي الساقين.

$I\,(X(I), Y(I))$ في جملة متماسكة (X_2, Y_2)

$\vec{V}(o) = \vec{\omega} \wedge \vec{I_o}$

$$v\cos t^2 \vec{I} - v\sin t^2 \vec{J} = \begin{vmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{K} \\ 0 & 0 & 2t \\ -X_I & -Y_I & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} v\cos t^2 = 2t\,Y_I \\ -v\sin t^2 = -2t\,X_I \end{cases}$$

المعادلات الوسيطية للمتدحرج.

ه هو مركز التسارع المعدوم: وهو نقطة من المتماسكة ينعدم تسارعها بالنسبة للجملة الثابتة.

<u>النظري</u> مبرهنات + تعاريف + إيجاد المركز الآني للدوران هندسياً وتحليلياً

والقاعدة والمتدحرج

درجات الحرية - العلاقات الشعاعية للسرعة والتسارع

<u>مسائل</u>: المطلوبة من الكتاب — المحلولة من الكتاب صفحة 45 - 62 - 76 - 77 - 95 و 100

تمرين رقم (2): صفحة 116