/ /

د. خالد حنينيس 2015/10/ ح

المحاضرة الأولى:

بدأت عام 1960م تطبيقات نظرية البيان وترافقت مع تطور تكنولوجيا الاتصالات

تتنوع تطبيقات نظرية البيان تحت مفهوم Net work Problem

النقاط الرئيسية:

خوارزميات ايجاد اقصر طريقة ① Dijkestera

② Cascada

يجب أن تكون كلفة الصناعة أقل ما يمكن.

من تطبيقات نظرية البيان: Petre Net شبكات حاسبية (من تطبيقات نظرية البيان في صناعة (المادر بورد) (اللوحة الأم))

Transport Net شبكات النقل

Short Path أقصر طريقة

long Path أطول طريقة

إذا كانت الظروف مواتية نحصل على الـ Sort Path

وإذا كانت الظروف معاكسة نحصل على الـ LongPath

مراحل العمل:

Level0 Level1 - - - - - - - - End Level

إدارة تنفيذ المشروع هي التي تحدد ما العمل الذي سننفذه في كل مرحلة

هناك مراحل يمكن أن تنفذ أكثر من عمل في نفس الوقت مثلاً هناك أعمال لا تنفذ إلا بعد تنفيذ التي قبلها وهناك أعمال يمكن أن تنفذ مع بعضها وهناك أعمال تنفذ بشكل متوازي وليس بشكل مستقل

هناك أعمال تمشي مع بعضها دون أن تؤثر على بقية الأعمال وهنا تظهر لدينا إدارة المشاريع Management Project كيف نستثمر الاشخاص التي تعمل لديه بأقصى حد ممكن.

إما أن نحول كل الناس إلى عمل معين أو نوزع الأعمال على الناس حسب اختصاصاتهم

نجد في إدارة المشاريع المسار الحرج Critical Path أو نجد بعد المسار الحرج طريقة PERT وهي طريقة حل مسألة باستخدام الشبكات وهي تعني ((تقنية مراجعة تقييم المشاريع))

استخدم الاميركان هذه الطريقة عام 1960 م.

Alamal

المحاضرة الثانية :   2015/10/12

مسألة ساعي البريد   Post Man :

طرحت هذه المسألة عام 1962م من قبل العالم الصيني KUam .

نص المسألة :

ساعي البريد ينطلق من مكتبه صباحاً لتوزيع الرسائل ثم يعود إلى مكتبه

إذاً عليه أن يغطي جميع الشوارع التي يجب عليه أن يسلم الرسائل فيها .

والمطلوب :

ايجاد أصغر مسار ممكن بحيث يتمكن ساعي البريد من تأدية مهمته بأقل وقت ممكن

«كلفة المسير هي الزمن ، كلما كان الوقت أقل كلما كان أفضل»

إذاً لحل هذه المسألة نوجد البيان الموزون لمنطقة عمل ساعي البريد حيث وزن

أضلاع هذا البيان تمثل الزمن اللازم لإنجاز مهمة في شارع محدد

إذاً بشكل عام إذا كان لدينا البيان الموزون G مجموعة عقده V ومجموعة أضلاعه E

بحيث تكون أضلاعه موزونة

$$V=\{V_0, V_1, \ldots, V_n\}$$

والمطلوب : ايجاد المسار H الذي سيكون عملياً :

$$H=\{V_0, e_1, V_3, e_5, \ldots, V_0\}$$

مميزات هذا المسار

مجموع أوزان الأضلاع التي تربط بين عقدتين أصغري

$$\sum_{i=1}^{n} w(e_i) \quad \text{minimal}$$

نسميها عملياً أصغر دورة   Minimal Tour

بحل هذه المسألة يتبين لدينا مايلي :

الدائرة التي نبحث عنها لحل هذه المسألة هي دائرة أويلر الأصغرية

ودائرة أويلر الأصغرية هي دائرة لا تسمح بتكرار العقد

من الملاحظ أن البيان الذي نحصل عليه ليس بالضرورة أن يكون بيان أويلر
ولكن الدائرة المطلوبة هي دائرة أويلر.
وهنا نميز ما يلي:
الحالة الأولى: أن يكون البيان هو بيان أويلر ((إذا كان البيان هو بيان أويلر فإن درجات جميع العقد زوجية.))
الحالة الثانية: البيان ليس بيان أويلر ولكن هناك امكانية لجعله بيان أويلر.
* إذا كان البيان الذي حصلنا عليه أويلر فإن خوارزمية ايجاد دائرة أويلر الأصغرية

خوارزمية Fleury Alg لإيجاد دائرة أويلر الأصغرية:
نبني هذه الدائرة وفق الخوارزمية التالية:
الخطوة الأولى:
نختار عقدة عشوائية ولتكن V_0 بحيث يكون الممر $H_0 = V_0$
ملاحظة: الممر: ممنوع تكرار العقد و الأضلاع.
المسار: يسمح فيه تكرار العقد و الأضلاع.
الخطوة الثانية:
نفرض أننا تمكنا من الحصول على الممر

$$H_i = \langle V_0, e_5, V_4, \ldots, e_i, V_i \rangle$$

نرقم الأضلاع بحيث تصبح:

$$H_i = \langle V_0, e_1, \ldots, e_i, V_i \rangle$$

نختار الضلع e_{i+1} بحيث: $e_{i+1} \notin H_i$
نختار هذا الضلع بحيث لا يكون ضلع قطع في البيان $G_{i+1} = G_i \setminus \{e_1, \ldots, e_i\}$
((إذا حذفنا الضلع e_{i+1} لا ينفصل البيان الجزئي منفصلين))

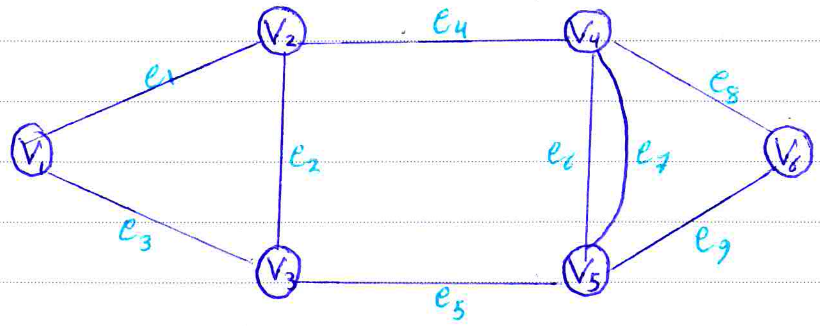
$$H_{i+1} = \langle \ldots, e_i, V_i, e_{i+1}, V_{i+1} \rangle$$

الخطوة الثالثة:
نتوقف عندما لا نستطيع تكرار الخطوة السابقة.

وبذلك نكون قد حصلنا على دائرة أويلر الأصغرية .

مثال:

ليكن لدينا البيان التالي :



المطلوب :

إيجاد دائرة أويلر لهذا البيان وفق الخوارزمية السابقة .

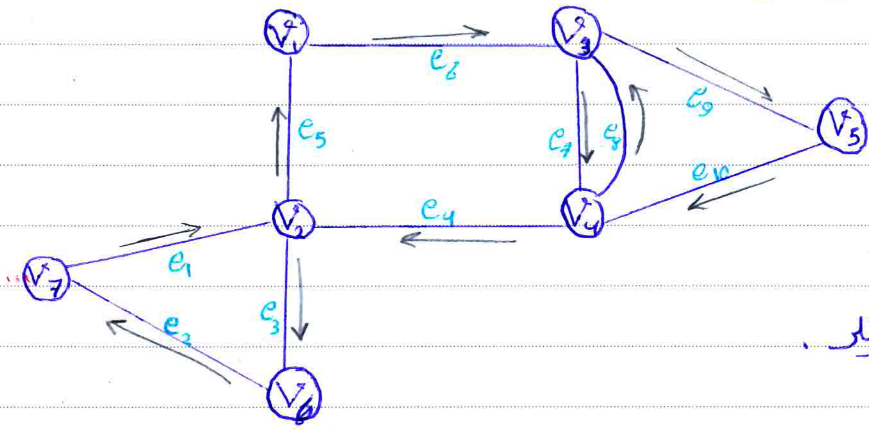
الحل:

إن هذا البيان ليس بيان أويلر لأن فيه عقدتين فرديتين وبالتالي
يجب تحويل البيان إلى بيان أويلر . ((فيما بعد سوف نضع خوارزمية لتحويل البيان إلى بيان أويلر))

ملاحظة:

دائرة أويلر: هي دائرة تسمح بتكرار العقد ولا تسمح بتكرار الأضلاع .

مثال آخر: ليكن لدينا البيان التالي :



والمطلوب :

إيجاد دائرة أويلر .

الحل:

نختار عقدة عشوائية ولتكن V_7 لتمثل عقدة البداية

$H_0 = V_7$

$H_1 = \langle V_7, e_1, V_2 \rangle$

$H_2 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1 \rangle$

$H_3 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3 \rangle$

$H_4 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5 \rangle$

$H_5 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4 \rangle$

$H_6 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4, e_8, V_3 \rangle$

$H_7 = \langle V_7, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4, e_8, V_3, e_7, V_4 \rangle$

$H_8 = \langle V_4, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4, e_8, V_3, e_7, V_4, e_4, V_2 \rangle$

$H_9 = \langle V_4, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4, e_8, V_3, e_7, V_4, e_4, V_2, e_3, V_6 \rangle$

$H_{10} = \langle V_4, e_1, V_2, e_5, V_1, e_6, V_3, e_9, V_5, e_{10}, V_4, e_8, V_3, e_7, V_4, e_4, V_2, e_3, V_6, e_2, V_7 \rangle$

فتكون H_{10} هي دائرة أويلر المطلوبة.

* إذا لم يكن البيان الذي حصلنا عليه هو بيان أويلر:

في هذه الحالة يجب تحويل البيان إلى بيان أويلر.

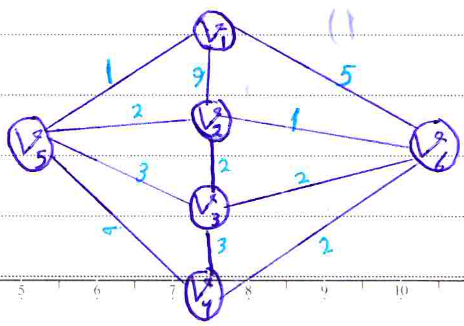
تعريف:

الطريق: يسمح فيه تكرار العقد ولا يسمح فيه تكرار الأضلاع.

المسار: يسمح فيه تكرار العقد و الأضلاع.

الممر: لا يسمح فيه تكرار العقد ولا الأضلاع.

مثال:



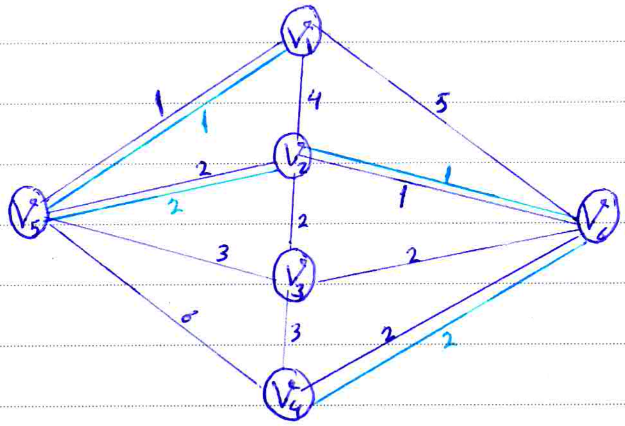
أوجد الطريق الأمثل.

الحل:

نلاحظ أن الطريق الأمثل:

$\langle V_5 , V_1 , V_2 , V_6 , V_4 , V_3 , V_6 , V_2 , V_5 , V_1 , \dots\dots \rangle$

من هذه الحالة من الملائم مضاعفة بعض الأضلاع لكي نحصل على بيان أويلري يحقق الهدف المطلوب.



نقوم بمضاعفة الأضلاع ذات الكلفة الأصغرية انطلاقاً من العقد الفردية فنحصل على بيان أويلر.

نطبق عليه الخوارزمية السابقة فنحصل على دائرة اويلر.

سؤال: أثبت ما يلي:

إذا كان البيان هو بيان أويلر أثبت أن الدائرة التي نحصل عليها وفق خوارزمية فلوري هي دائرة أويلر.

الحل: لنثبت أن خوارزمية فلوري تمكننا من الحصول على دائرة أويلر:

نلاحظ وضوحاً أن خوارزمية فلوري تقود بالنهاية إلى إغلاق دائرة عند آخر عقدة تكون قد رتها فاوية (1).

الهدف الأول هو أن لا يكون أي ضلع يقع خارج الدائرة.

ولنثبت أن هذه الدائرة هي دائرة أويلر أي أنها تمر على كل ضلع مرة واحدة فقط.

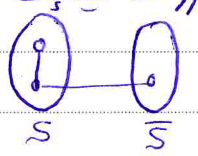
/ /

من الملاحظ أن خوارزمية فلوري لا تكرر أضلاع.

لنثبت أن هذه الدائرة وفق خوارزمية فلوري تحوي جميع الأضلاع.

نفرض جدلاً وجود ضلع مثل $e \notin H_c$ ((لا ينتمي إلى دائرة أويلر المطلوبة ولكنه موجود في G))

نشكل مجموعتين من العقد



المجموعة S هي مجموعة العقد التي درجتها أكبر من الصفر وتنتمي للبيان G^* وهو البيان الأصلي مطروحاً منه الدائرة H_c.

$$S = \{ x : deg(x) > 0 , x \in G^* = G - H_c \}$$

فتكون $\bar{S}$ هي المجموعة المتممة لـ S وهي مجموعة جميع العقد عدا عقد المجموعة S.

$$\bar{S} = V \setminus S$$

وفق ترقيم عشوائي لعقد البيان فإن عقد المجموعة S سترقم

نختار أكبر قيمة صحيحة لأرقام العقد S ولتكن m أي V_m وبالتالي يوجد ضلع e_{m+1} يربط بين المجموعة S و المجموعة $\bar{S}$

وهذا الضلع ليس جسر (ليس ضلع قطع).

وبالتالي $deg(V_m) > 1 \Leftarrow$ يوجد ضلع e لينتمي إلى البيان G^*

$$G^* = G \setminus H_c$$

يجب أن يكون الضلع e هو جسراً.

البيان المولد بالمجموعة S $(G[S])$ يبين أن البيان الأصلي هو بيان جزئي منه

عندئذٍ نجد أن كل عقدة من البيان G_m المولد بالمجموعة S قدرتها زوجية وبالتالي

يكون البيان G_m لا يملك أي جسر وهذا تناقض.

خوارزمية تحويل البيان من بيان غير أويلري إلى بيان أويلري:

ليكن لدينا البيان G

① نوجد البيان G^* بمضاعفة الأضلاع ذات الكلفة الأصغرية $\sum_e w(e)$ Minimel

② توجد دائرة أويلر.

مسألة البائع الجوال: Travelling Salesman Problem

بائع جوال يرغب بزيارة عدة بلدات لبيع بضائعه ويعود في النهاية إلى منزله بحيث يكون زمن السفر أقل ما يمكن والمطلوب:
وضع خطة لهذا البائع بحيث يقوم بزيارة كل بلده مرة واحدة فقط بحيث يكون زمن السفر أقل ما يمكن. «عدم تكرار العقد ولا الأضلاع»
في هذه الحالة الدائرة المطلوبة هي دائرة هاملتون Optimal cyrcle
في الحقيقة لا توجد خوارزمية مثالية لإيجاد دائرة هاملتون الأصغرية
أي لا يوجد خوارزمية دقيقة لإعطاء الحل الأمثل.
إن عملية حل هذه المسألة تعتمد على ما يلي:
أولاً: نصنع دائرة هاملتون أولية (دائرة تمر بجميع عقد البيان دون تكرار).
ثانياً: تحسين هذه الدائرة بحيث تكون كلفة الدائرة الجديدة أقل من كلفة الدائرة السابقة.

انتهت المحاضرة الثانية