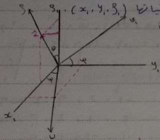
مسألة: نعطي معادلات حركة جسم صلب بالشكل التالي:

$$x_0 = t \;,\; y_0 = -t \;,\; z_0 = t$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} \;,\; \theta = t \;,\; \varphi = 2t$$

عين معادلات محور الفتل وخطوة اللولب في الحركة اللولبية المماسية لحركة الجسم ثم شعاع تسارع الزاوي الآني وسرعة وتسارع نقطة من الجسم أحداثياتها (x_1, y_1, z_1)



الحل:

$$\vec{\omega} \parallel \vec{\Delta} \;,\; \forall\, O' \in \Delta \;,\; \vec{v}(O') \parallel \vec{\omega}$$

$$\vec{\omega} = \psi' \vec{k}_1 + \theta' \vec{u} + \varphi' \vec{k} = \vec{u} + 2\vec{k}$$

$$\vec{u} = \underbrace{\cos\psi}_{\cos\frac{\pi}{2}=0}\, \vec{i}_1 + \underbrace{\sin\psi}_{\sin\frac{\pi}{2}=1}\, \vec{j}_1 = \vec{j}_1$$

$$\vec{k} = \cos\theta\, \vec{k}_1 - \sin\theta\, \vec{v}_1$$

$$\vec{k} = \cos t\, \vec{k}_1 - \sin t(-\sin\psi\, \vec{i}_1 + \cos\psi\, \vec{j}_1)$$

$$\vec{k} = \cos t\, \vec{k}_1 + \sin t\, \vec{i}_1$$

شعاع ~~زاوية~~ زاوية الآني للحركة $\Rightarrow \vec{\omega} = 2\sin t\, \vec{i}_1 + \vec{j}_1 + 2\cos t\, \vec{k}_1$

$$\Rightarrow \vec{v}(O') = \vec{v}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OO'}$$

حيث $O'(X, Y, Z)$

$$\vec{v}(O') = (1, -1, 0) + \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 2\sin t & 1 & 2\cos t \\ X-t & Y+t & Z-1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{v}(O') = (Z - 2(Y+t)\cos t)\,\vec{i}_1 + (-1 + 2(X-t)\cos t - 2(Z-1)\sin t)\,\vec{j}_1 + (2(Y+t)\sin t - X + t)\,\vec{k}_1$$

$$\Delta : \frac{Z - 2(Y+t)\cos t}{2\sin t} = \frac{-1 + 2(X-t)\cos t - 2(Z-1)\sin t}{1} = \frac{2(Y+t)\sin t - X + t}{2\cos t}$$

معادلات محور فتل الآني

الخطوة المتغيرة $h = \dfrac{\vec{v}(O)\cdot\vec{\omega}}{\omega^2} = \dfrac{(1, -1, 0)(2\sin t, 1, 2\cos t)}{4\sin^2 t + 1 + 4\cos^2 t} = \dfrac{2\sin t - 1}{5}$

شعاع تسارع زاوي آني $\vec{\varepsilon} = 2\cos t\, \vec{i}_1 - 2\sin t\, \vec{k}_1$

$$\vec{v}(M) = \vec{v}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OM} \quad ; M(x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{\Gamma}(M) = \underbrace{\vec{\Gamma}(O)}_{\vec{0}} + \vec{\varepsilon} \wedge \vec{OM} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)$$

/ /

مسألة: لتكن $A(0,0,-1)$, $B(1,1,0)$, $C(1,0,1)$
$D(1,0,0)$

$\vec{v}(A)=(0,0,-1)$, $\vec{v}(B)=(1,1,1)$, $\vec{v}(C)=(2,0,0)$, $\vec{v}(D)=(1,1,0)$

عين النقط التي تنتمي إلى مجموعة واحدة متمارسكة من بين النقط السابقة ثم عين عناصر الحركة الفتلية المماسة لحركة جسم في اللحظة المذكورة.

لاتكافئ عناصر الفتل :

الحل: * النقطة A لا تنتمي لأي من المجموعات متمارسكة يمكن تأكدها ذلك.

$$\vec{BC}\cdot\vec{v}(B) \overset{?}{=} \vec{BC}\cdot\vec{v}(C)$$

$$(0,-1,1)\cdot(1,1,1) \overset{?}{=} (0,-1,1)\cdot(2,0,0)$$

$$0 = 0$$ تنتميان لمجموعة (B, C)

نفسها

$$\vec{BD}\cdot\vec{v}(B) \overset{?}{=} \vec{BD}\cdot\vec{v}(D)$$

$$(0,-1,0)\cdot(1,1,1) \overset{?}{=} (0,-1,0)\cdot(1,1,0)$$

$$-1 = -1$$ تنتميان لمجموعة نفسها (B, D)

$$\vec{CD}\cdot\vec{v}(C) \overset{?}{=} \vec{CD}\cdot\vec{v}(D)$$

$$(0,0,-1)\cdot(2,0,0) \overset{?}{=} (0,0,-1)\cdot(1,1,0)$$

$$0 = 0$$ تنتميان لنفس المجموعة (C, D)

⇐ B و C و D يشكلوا مجموعة متمارسكة.

نختار أحد تلك نقاط قطب للحركة ولتكن $D(1,0,0)$.

$$\vec{v}(B) = \vec{v}(D) + \vec{\omega}\wedge\vec{DB}$$

$$(1,1,1) = (1,1,0) + \begin{vmatrix} i, & j, & k, \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$1 = 1 - r_1 \Rightarrow r_1 = 0$$

$$1 = 1$$

$$1 = p_1 \Rightarrow p_1 = 1$$

$$\vec{v}(C) = \vec{v}(D) + \vec{\omega}\wedge\vec{DC}$$

$$(2,0,0) = (1,1,0) + \begin{vmatrix} i, & j, & k, \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$2 = 1 + q_1 \Rightarrow q_1 = 1$

$0 = 1 - p_1 \Rightarrow p_1 = 1$

$0 = 0$

$\Rightarrow \vec{\omega}(1,1,0)$

$\forall\ O' \in \Delta \ , \vec{v}(O') \parallel \vec{\omega} \qquad ; O'(x,y,z)$

$\vec{v}(O') = \vec{v}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OO'}$

$= (1,1,0) + \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \\ 1 & 1 & 0 \\ x-1 & y & z \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \vec{v}(O') = (1+z)\vec{i}_1 + (1-z)\vec{j}_1 + (y-x+1)\vec{k}_1$

$\Delta : \dfrac{1+z}{1} = \dfrac{1-z}{1} = \dfrac{y-x+1}{0}$

معادلات
محور في
الآني

$1+z = 1-z \Rightarrow z = 0$

$y - x + 1 = 0 \Rightarrow x = y + 1$

إذا كان $y = -1 \Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow O'(0,-1,0)$

مطلوب نحن له $\quad b = \dfrac{\vec{v}(O) \cdot \vec{\omega}}{\omega^2} = \dfrac{(1,1,0)(1,1,0)}{2} = 1 \Rightarrow b = 1$

تم ..... انتهت المحاضرة ..... و