$k(i) = e^{i+i^2} + 7i^2 - 3i$

الرحلة i	t_i	c_i	$\tilde{t}_i$	$\tilde{c}_i$	كلفة الأسبوع الواحد r_i
A	3	10,000	2	20000	10000
B	3	15000	3	15000	—
C	2	8000	1	10000	2000
D	3	7000	2	8000	1000
E	7	25000	4	31000	2000
F	3	20000	1	30000	5000
G	6	50000	4	66000	8000
H	2	20000	2	20000	—

النموذج الرياضي: المطلوب: تسريع لمشروع ثلاث أسابيع بأقل كلفة ممكنة

المتحولات: y_i : زمن تسريع الرحلة i

x_i : النهاية المبكرة للرحلة i

دالة الهدف:

$$\text{Min} \quad k_A \cdot y_A + k_B y_B + k_C y_C + \dots + k_H y_H \sum_{i=A}^{H} k_i y_i$$

شروط تسريع لـ أ.ة

$$\begin{cases} y_A \le 1, \ y_B = 0, \ y_C \le 1, \ y_D \le 1, \ y_E \le 3 \\ y_F \le 2, \ y_G \le 2, \ y_H = 0 \end{cases}$$

شروط تسريع المشروع 3 أسابيع

$$\{ X_G \le 15, \ X_F \le 15, \ X_H \le 15$$

SABBAGH STATIONERY

شروط المحافظة على شكل الشبكة

$$
\begin{aligned}
x_A &\geq 3 - y_A \\
x_B &\geq x_A + 3 - y_B \\
x_C &\geq x_A + 2 - y_C \\
x_D &\geq x_B + 3 - y_D \\
x_F &\geq x_B + 3 - y_F \\
x_F &\geq x_C + 3 - y_F \\
x_E &\geq x_C + 7 - y_E \\
x_G &\geq x_D + 6 - y_D \\
x_G &\geq x_E + 6 - y_D \\
x_H &\geq x_C + 2 - y_H
\end{aligned}
$$

عاقي من x_i

دول الشروط من البيان تبع مباع

شرط عدم السلبية

$$x_i, y_i \geq 0 \quad ; \quad i = A, \ldots, H$$

SABBAGH STATIONERY

البرمجة الديناميكية:

مسألة:

تقوم شركة باستثمار حقل غاز لمدة ثلاث سنوات تحوي الحقل 6 وحدات من الغاز.

تريد الشركة استخراج الغاز من الحقل على مدى السنوات الثلاث لتحقيق أكبر ربح حيث أن:

الربح بالوحدة الواحدة في السنوات الأولى والثانية والثالثة هي 10 و12 و 8 على التوالي والغاز المتبقي في الحقل يذهب للمستثمر التالي بربح 3 للوحدة الواحدة

* تطلب الشركة في السنة استخراج فقط كمية الغاز المتوفرة في بداية هذه السنة والمطلوب:

١. اكتب النموذج الديناميكي

٢. أوجد الحل الأمثل.

المسألة تراجعية (سنبدأ من الأخير)

سنقسم المسألة إلى سنوات

1	2	3	4

الحل:

F(t, x)

كمية الغاز ← ← سنة

SABBAGH STATIONERY

حيث t: تشير إلى الزمن

v: كمية الغاز المتوفرة في بداية السنة t

و $F(t,v)$ أكبر ربح مستقبلي في السنة t حيث v كمية الغاز المتوفرة في بداية السنة t

الربح في السنة 4	$F(4,v)$
الربح في السنة 3 و 4	$F(3,v)$
الربح في السنة 2 و 3 و 4	$F(2,v)$
الربح في السنة 1 و 2 و 3 و 4	$F(1,v)$

* النموذج الديناميكي:

$$F(t,v) = \max_{0 \le x \le \frac{v}{2}} \{ p_t(x) + F(t+1, v-x) \}$$

السنة t إلى السنة t+1 من 4, ...

$p_t(x)$: الربح في السنة t

x: كمية الغاز المستخرجة في السنة t

مثال: $t=3$ أي 4,3

$t=2$ 4,3,2

$t=1$ 4,3,2,1

$p_t(x)$: الربح في الوحدة الواحدة في السنة t

$F(4,x) = 3*x$

SABBAGH STATIONERY

* طريقة ثانية:

y_i : الكمية المتزودة في السنة i

والهدف $\text{Max} \sum_{i=1}^{3} p_i * y_i$

S.t

$y_1 + y_2 + y_3 \leq 6$

$0 \leq y_1 \leq 3$

$0 \leq y_2 \leq (6 - y_1)/2$

$0 \leq y_3 \leq (6 - y_1 - y_2)/2$

$\forall \Rightarrow 0 \leq y_1, y_2, y_3$

علاقة رياضية $F(4, \alpha) = 3 * \alpha$

$F(t, v) = \text{Max}\{p_t(x) + F(t+1, v-x)\}$

$4 \longleftarrow t$ $\quad 0 \leq x \leq \frac{v}{2}$

$t+1, \ldots, 4$

$F(1, v)$

الربع 1 ← → الربع 2 ← 4

والمطلوب هنا $F(1, 6)$ ؟

$t \quad v$

$0 \leq x \leq 3 \Leftarrow 3 = \frac{6}{2} = \frac{v}{2}$

$2 = 1+1 = t+1$

نطبق على القانون:

SABBAGH STATIONERY

$$F(1,6) = \max_{0 \le x \le 3} \{ 0 + F(2,6),\ 10x1 + F(2,5),\ 10x2 + F(2,4),\ 10*3 + F(2,3) \}$$

3,0 عبرة بس لأن الباقي 0,1,2,3

10 (من نفس الآلة) بعالسنة الأولى

$F(4,x) = 3x$

أوفل كمية عالمتوفرة

$F(3,6)$

$$\max_{0 \le x \le 3} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$$

$$= \max_{0 \le x \le 3} \{ 0 + F(4,6),\ 8x1 + F(4,5),\ 8x2 + F(4,4),\ 8x3 + F(4,3) \}$$ (من نفس الآلة) 3

$$= \max \{ 0 + \underset{3x6}{18},\ 8 + \underset{3x5}{15},\ 16 + \underset{3x4}{12},\ 24 + \underset{3x3}{9} \}$$

$$= \max \{ 18, 23, 28, \boxed{33} \} = 33$$

$F(3,5)$

$\frac{v}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ بياخد نفس الآلة الجزء الصحيح

$$\max_{0 \le x \le 2} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$$

$$= \max_{0 \le x \le 2} \{ 0 + F(4,5),\ 8x1 + F(4,4),\ 8x2 + F(4,3) \}$$

$$= \max_{0 \le x \le 2} \{ 0 + 15,\ 8 + 12,\ 16 + 9 \}$$ 2

$$= \max_{0 \le x \le 2} \{ 15, 20, \boxed{25} \}$$ N. 25

SABBAGH STATIONERY

$F(3,4)$ $\quad \max_{0 \le x \le 2} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$

$= \max_{0 \le x \le 2} \{ 0 + F(4,4), 1 \times 8 + F(4,3), 2 \times 8 + F(4,2) \}$ [2]

$= \max_{0 \le x \le 2} \{ 0 + 12, 8 + 9, 16 + 6 \}$

$= 22$

$F(3,3)$ $\quad \max_{0 \le x \le 1} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$

$= \max_{0 \le x \le 1} \{ 0 + F(4,3), 1 \times 8 + F(4,2) \}$ [1]

$= \max_{0 \le x \le 1} \{ 0 + 9, 8 + 6 \}$

$= 14$

$F(3,2)$ $\quad \max_{0 \le x \le 1} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$

$= \max_{0 \le x \le 1} \{ 0 + F(4,2), 1 \times 8 + F(4,1) \}$ [1]

$= \max_{0 \le x \le 1} \{ 0 + 6, 8 + 3 \}$

$= 11$

$F(3,1)$ $\quad \max_{x=0} \{ P_3(x) + F(4, v-x) \}$

$= 0$ [0]

$F(2,6)$ $\quad \max_{0 \le x \le 3} \{ P_2(x) + F(3, v-x) \}$

$= \max_{0 \le x \le 3} \{ 0 + F(3,6), 12 \times 1 + F(3,5), 2 \times 12 + F(3,4), 3 \times 12 + F(3,3) \}$ [3]

$= \max_{0 \le x \le 3} \{ 33, 37, 26, 37 \}$

SABBAGH STATIONERY

$F(2,5)$

$$\max_{0\le x\le 2}\{p_2(x)+F(t+1,v-x)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 2}\{0+F(3,5),\ 1\times 12+F(3,4),\ 2\times 12+F(3,3)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 2}\{25,\ 34,\ 38\}$$

2

$F(2,4)$

$$\max_{0\le x\le 2}\{p_2(x)+F(t+1,v-x)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 2}\{0+F(3,4),\ 1\times 12+F(3,3),\ 2\times 12+F(3,2)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 2}\{22,\ 26,\ 35\}$$

2

$F(2,3)$

$$\max_{0\le x\le 1}\{p_2(x)+F(t+1,v-x)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 1}\{0+F(3,3),\ 1\times 12+F(3,2)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 1}\{14,\ 23\}$$

1

$F(1,6)$

$$\max_{0\le x\le 3}\{p_1(x)+F(t+1,v-x)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 3}\{0+F(2,6),\ 1\times 10+F(2,5),\ 2\times 10+F(2,4),\ 3\times 10+F(2,3)\}$$
$$=\max_{0\le x\le 3}\{37,\ 48,\ 55,\ 53\}$$

2

أعلى ربح من $F(2,4)$ ← نروح لـ $F(2,4)$ أعلى ربح من $F(3,2)$ نروح لـ $F(3,2)$

الحل الأمثل

استراح 2 ، مدة في السنة الأولى

استراح 2 ، مدة في السنة الثانية

استراح 1 ، مدة في السنة الثالثة

وبقي 1 ، مدة للمستر التالي

ربح قدره 55

SABBAGH STATIONERY