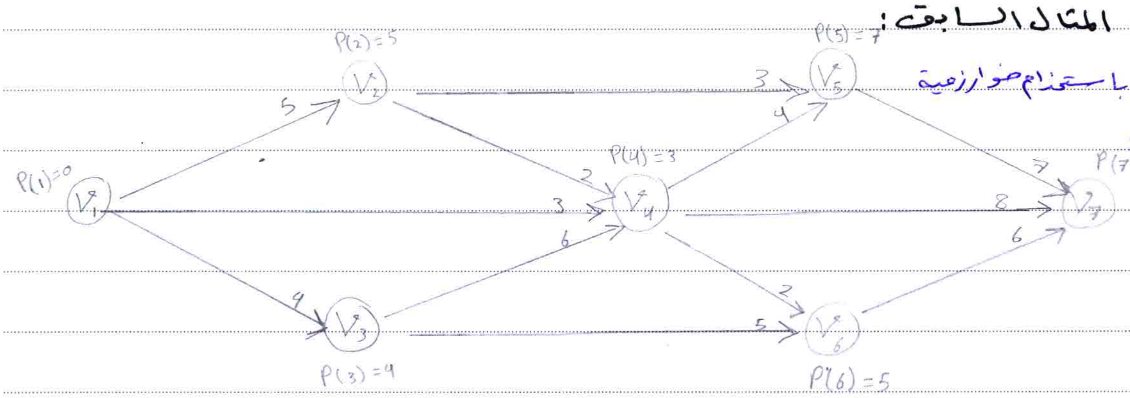
2015/11/2

## المحاضرة السابقة:

### تتمة حل المثال السابق:

طريقة ثانية: باستخدام خوارزمية ديجكستر:




$P(2)=\min(5+0)=5$ ⇐ قادمة من اتجاه واحد $V_2$

$P(3)=\min(4+0)=4$ , $P(4)=\min(5+2,0+3,4+6)=3$

$P(5)=\min(5+3,4+3)=7$ , $P(6)=\min(3+2,4+5)=5$

$P(7)\overset{\min}{=}(7+7,3+8,5+6)=11$ , وهو طول أقصر طريق

نلاحظ أن كلا الطريقتين أعطتنا نفس الطول وبالتالي نفس المسار

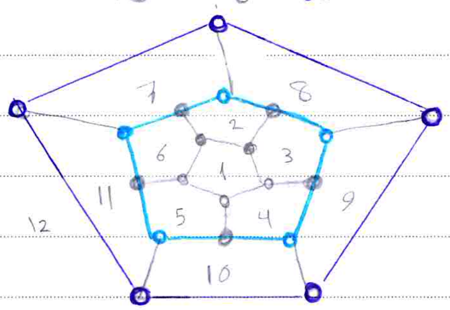
لدينا مساران يحققان أقصر طريق وهما: $V_1 \longrightarrow V_4 \longrightarrow V_7$

$V_1 \longrightarrow V_4 \longrightarrow V_6 \longrightarrow V_7$

وظيفة إيجاد أقصر مسار باستخدام طريقة كاسكادا

## مسألة السياحة حول العالم: Travel Round word

عملياً مسألة السياحة الدائرية أننا نستطيع إيجاد دائرة هاملتون تمثل بالشكل:



عندما نبحث في مسألة السياحة

من شروطها هي إيجاد أقصر مسار

يمكننا من المرور على كل عقد البيان دون

تكرار العقد أي عملياً هو إيجاد دائرة هاملتون

لحل أي مسألة تطبيقية في هذا المجال نحول هذه المسألة إلى بيان ثم نوجد

في هذا البيان دائرة هاملتون

/ /

**ملاحظة:**

لهذه المسألة تطبيقات في مجال النقل (نقل الركاب ، نقل التلاميذ ، ....)

* لحل أي مسألة نحولها أولاً إلى بيان ثم نحول هذا البيان إلى مصفوفة وفق ما يلي:

1) كلفة النقل من عقدة إلى عقدة نفسها يساوي $\infty$ .
2) كلفة الضلع غير الموجود أيضاً تساوي $\infty$ .
3) بذلك نكون قد شكلنا المصفوفة المطلوبة على أن يقابل الضلع الموجود قيمة في المصفوفة . (( يجب أن يكون قطر المصفوفة عناصره جميعها $\infty$ ))

**فكرة الخوارزمية:**

نقسم هذه المصفوفة إلى مصفوفتين إحداهما لدائرة هاملتون و الأخرى لجميع دوائر هاملتون ونأخذ الأصغر بينهما وفق تقنية رياضية ونتابع هذه العملية حتى نحصل على دائرة هاملتون المطلوبة والتي تمثل أصغر دائرة تمر بجميع عقد البيان

**الخوارزمية :**

خطوتين أساسيات:
1) إيجاد البيان للمسألة المعطاة Find the Graph
2) إيجاد المصفوفة المناسبة للبيان Find the Matrix for the graph
3) Applid the Function of the Matrix

I) $T : D \longrightarrow D_0$ لدينا تطبيق $T$ ينقل المصفوفة $D$ إلى المصفوفة $D_0$

وسيتم النقل وفق ما يلي:

* $u_i = \min_j (C_{ij}) \quad ; \quad C_{ij} \in D$ إيجاد $u_i$

* $V_j = \min_i (C_{ij} - u_i)$ إيجاد $V_j$

* $C'_{ij} = T(C_{ij}) = C_{ij} - u_i - V_j$ إيجاد العنصر الجديد $C'$

نسمي المصفوفة $D_0$ : المصفوفة المخفضة وفق التطبيق $T$

/ /

II) $K(\ell) = \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j$ التكلفة الكلية تساوي :

**ملاحظة:** الكلفة الأصغرية التي نحصل عليها ليست بالضرورة أن تكون هي الكلفة الحقيقية وإنما هي عادةً أصغر أو تساوي الكلفة الحقيقية .

4) نوجد من المصفوفة $D_0$ جميع دوائر هاملتون — Find Ham. cycles

5) نوجد دائرة هاملتون الأصغرية — Find Min. Ham. cycles

الكلفة الأصغرية نرمز لها بالرمز $K(r_0)$

حيث $r_0$ تمثل الكلفة الحقيقية لكل دوائر هاملتون .

6) نقسم $r_0$ إلى مجموعتين $(r'_0, r''_0)$ : $Div.\ r_0$ :

$r_0 = r'_0 \cup r''_0$

$\emptyset = r'_0 \cap r''_0$

7) وفق ما يلي : التقسيم يتم باختيار ضلع من البيان بحيث يكون هذا الضلع غير موجود من المجموعة $r'_0$ وموجود من المجموعة $r''_0$ .

Find $\vec{e}_{ij} = [x_i, x_j]$ ; $\vec{e}_{ij} \notin r'_0 \wedge \vec{e}_{ij} \in r''_0$

8) بناءً على ذلك نحصل على المصفوفتين $D'_0$ و $D''_0$ : Find the Matrix $D'_0, D''_0$

$D'_0$ تمثل المصفوفة الموافقة للبيان الذي يحوي جميع دوائر هاملتون $r'_0$ أي البيان الذي لا يحوي القوس $\vec{e}_{ij}$

بينما $D''_0$ تمثل المصفوفة الموافقة للبيان الذي يحوي مجموعة دوائرها هاملتون $r''_0$ ويحوي القوس $\vec{e}_{ij}$ .

نحسب الكلفة الأصغرية لكلا البيانين من العلاقة :

$K(r'_0) = K(r_0) + \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j$

$K(r''_0) = K(r_0) + \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j$

وذلك من أجل اختيار الكلفة الأصغرية .

9) إيجاد الكلفة الأصغرية — Find $K(r') = Min(K(r'_0), K(r''_0))$

10) if $ran(D^{(n)}) = 1$ then stop else Go to step 3

إذا حوى البيان عقدة واحدة فقط أي أصبحت مصفوفة تحوي على عنصر واحد نتوقف عندئذٍ وإلا نعود للخطوة 3 ونعيد الخطوات

Alamal

/ /

**ملاحظة:** كيف نختار القوس $e_{ij}$ بحيث يكون موجود ضمن أحد دوائر هاملتون

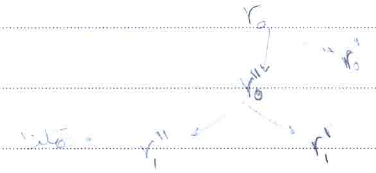
نختار رقوس بحيث يكون من المصفوفة المخفضة وفق الخطوات التالية:

$$\text{I)}\quad C_{rs} = 0 \quad , \quad C_{rs} \in D^{i} \qquad i = 0, \ldots, n$$

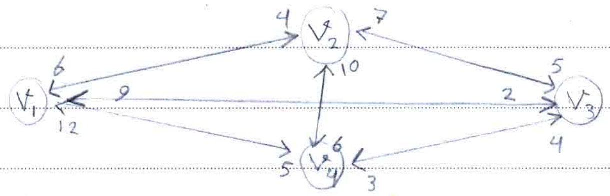
$$\text{II)}\quad \text{Find} \quad W_{rs} = \min_{k \neq r} C_{rk} + \min_{k \neq s} C_{ks}$$

نتار قوس $W_{rs}$ بينا سني

**ملاحظة:** عملية التخفيض والبحث عن دائرة هاملتون الأصغرية تتم وفق البحث عن الشجرة الثنائية.



**مثال:** ليكن لدينا البيان الموزون الموجه التالي:




**المطلوب:**

أوجد أقصر مسار يمر بجميع عقد البيان (أوجد دائرة هاملتون الأصغرية)

ملاحظة: حل هذا التمرين وفق الطريقة التي تم عرضها سابقاً في الملاحظات السابقة

**الحل:** نوجد أولاً المصفوفة $D$:

$$D = \begin{array}{c|cccc|c} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & \\ \hline V_1 & \infty & 4 & 2 & 5 & u_1 = 2 \\ V_2 & 6 & \infty & 5 & 6 & u_2 = 5 \\ V_3 & 9 & 7 & \infty & 3 & u_3 = 3 \\ V_4 & 12 & 10 & 4 & \infty & u_4 = 4 \\ \hline & v_1 = 1 & v_2 = 2 & v_3 = 0 & v_4 = 0 & \end{array}$$

$u_i$: نختار أصغر عنصر في كل سطر

$v_j$: حاصل طرح أصغر عنصر من العمود الأول - $u$ السطر الموجود فيه هذا العنصر

ثم نوجد $u_i$ و $v_j$.

نحسب الكلفة الاصغرية:

$$K(r_0) = \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j = 2 + 5 + 3 + 4 + 1 + 2 = 17$$

نوجد المصفوفة $D^0$:

$$D^0 = (c'_{ij}) \quad : \quad c'_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$$

/ /

$$D_0 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & \underline{0} & \underline{0} & 3 \\ \underline{0} & \infty & \underline{0} & 1 \\ 5 & 2 & \infty & \underline{0} \\ 7 & 4 & \underline{0} & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

نختار قوس وذلك كي نقسم $(D_0)$ إلى مصفوفتين

نحدد الأماكن المتواجد فيها أصفار

نختار قوس غير موجود (قيمته تساوي الصفر)

③ ← ④ ، ④ ← ③ ، ③ ← ② ، ③ ← ① ، ① ← ② ، ② ← ①

ولنختر مثلاً القوس ① ← ②

$\{[2,1]\} \subseteq r_0''$

$\{\overline{[2,1]}\} \subseteq r_0'$

$w_{12} = \min_{k \neq r} C_{rk} + \min_{k \neq s} C_{ks} = 0+2 = 2$ $\quad \boxed{w_{21} = 0+5 = 5}$

$w_{13} = 0+0 = 0$ $\quad w_{23} = 0+0 = 0$

$w_{34} = 1+2 = 3$ $\quad w_{43} = 0+4 = 4$

ملاحظة: عادةً نأخذ القوس الموافق لأعظم قيمة ((وهو هنا $w_{21}=5$))

والآن لنقسم المصفوفة $D_0$ إلى مصفوفتين $D_0'$ و $D_0''$ بحيث إحداهما تحوي القوس $(2,1)$

والثانية لا تحوي هذا القوس

نستبدل العنصر $(2,1)$ في المصفوفة الأصلية بـ $\infty$

$$D_0' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 0 & 0 & 3 \\ \infty & \infty & 0 & 1 \\ 5 & 2 & \infty & 0 \\ 7 & 4 & 0 & \infty \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1 = 0 \\ u_2 = 0 \\ u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \end{array}$$

$v_1 = 5 \quad v_2 = 0 \quad v_3 = 0 \quad v_4 = 0$

نحذف السطر الثاني والعمود الأول ونجد نظير العنصر $(2,1)$ والذي هو $(1,2)$ ونستبدل قيمته بـ $\infty$

$$D_0'' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 0 & 3 \\ 2 & \infty & 0 \\ 4 & 0 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

$K(r_0'') = 2+17 = 19$

نأخذ المصفوفة الثانية $D_0''$ لأن كلفتها أصغرية.

انتهت المحاضرة السابعة

التتمة في المحاضرة التاسعة

2015/11/4

المحاضرة الثامنة:

تتمة حل المثال السابق:

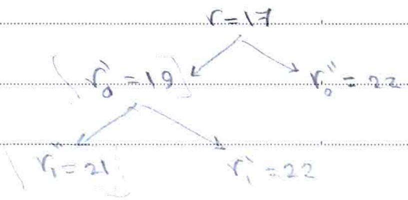
$$D_0'' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} \infty & 0 & 3 \\ 2 & \infty & 0 \\ 4 & 0 & \infty \end{array}\right] \\ \begin{array}{ccc} v_1=2 & v_2=0 & v_3=0 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}$$

$$K(r_0'') = 17+2 = 19$$

نختار المصفوفة $D_0''$ لأن كلفتها أصغرية.

$$\{\overline{(2,1)}\} \subseteq r'$$

$$\{(2,1)\} \subseteq r''$$




$$D_1 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} \infty & 0 & 3 \\ 0 & \infty & 0 \\ 2 & 0 & \infty \end{array}\right] \end{array}$$

$w_{13} = 3$

$w_{32} = 2$

$w_{34} = 3$

$w_{43} = 2$

$$D_1' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} \infty & \infty & 3 \\ 0 & \infty & 0 \\ 2 & 0 & \infty \end{array}\right] \\ \begin{array}{ccc} v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=3 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}$$

$$K(r_1') = 19+3 = 22$$

$$D_1'' = \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 2 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} \infty & 0 \\ 2 & \infty \end{array}\right] \\ \begin{array}{cc} v_1=0 & v_2=0 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=2 \\ \\ \end{array}$$

$$K(r_1'') = 19+2 = 21$$

$\{\overline{(1,2)}, \overline{(1,3)}\} \subseteq r'$

$\{(1,2), (1,3)\} \subseteq r''$

نختار المصفوفة $D''$ لأن كلفتها أقل :

$$D_2 = \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{cc} 2 & 4 \\ \multicolumn{2}{c}{\begin{bmatrix} \infty & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix}} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \end{array}$$

$v_1=0 \quad v_2=0$

$\omega_{34} = \infty$

$\omega_{42} = \infty$

$\{\overline{(1,2)}, \overline{(1,3)}, \overline{(4,2)}\} \subseteq r'$

$\{(1,2), (1,3), (4,2)\} \subseteq r''$

$$D'_2 = \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{cc} 2 & 4 \\ \multicolumn{2}{c}{\begin{bmatrix} \infty & 0 \\ \infty & \infty \end{bmatrix}} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=\infty \end{array}$$

$v_1=\infty \quad v_2=0$

$$D''_2 = \begin{array}{c} \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} 4 \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \end{array}$$

$v_1=0$

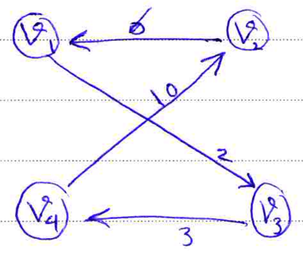
عندما يبقى لدينا عنصر واحد لا نبدله بـ $\infty$ نبقيه كما هو.

الضلع الذي سنضيفه هو $(3,4)$ $\Rightarrow$

$\{\overline{(1,2)}, \overline{(1,3)}, \overline{(4,2)}, \overline{(3,4)}\} \subseteq r'$

$\{(1,2), (1,3), (4,2), (3,4)\} \subseteq r''$

فيكون البيان الموافق هو:

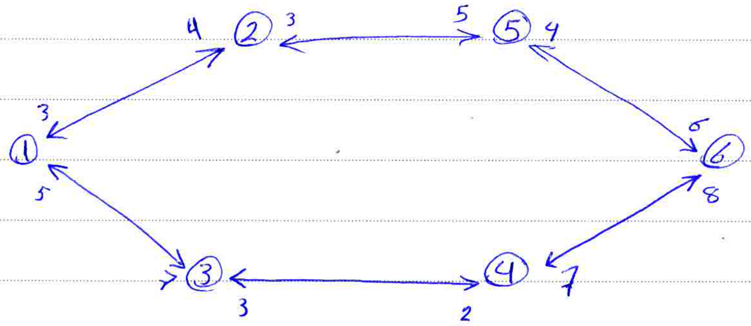



$6+2+3+10=21$

وهي الكلفة التي حصلنا عليها

$K(r''_1)=21$

**تمرين:** ليكن لدينا البيان التالي:



المطلوب:

أوجد أصغر دائرة تمر بجميع عقد هذا البيان دون تكرار العقد.

$$
D = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ \\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
\infty & 4 & 7 & \infty & \infty & \infty \\
3 & \infty & 7 & \infty & 5 & \infty \\
5 & 6 & \infty & 2 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 3 & \infty & 5 & 8 \\
\infty & 3 & \infty & 6 & \infty & 6 \\
\infty & \infty & \infty & 7 & 4 & \infty
\end{pmatrix} \\
\begin{array}{cccccc} V_1=0 & V_2=0 & V_3=0 & V_4=0 & V_5=0 & V_6=3 \end{array}
\end{array}
\begin{array}{l} \\ u_1=4 \\ u_2=3 \\ u_3=2 \\ u_4=3 \\ u_5=3 \\ u_6=4 \\ \\ \end{array}
$$

$K(r) = 22$

$$
D_0 = \begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline
1 & \infty & 0 & 3 & \infty & \infty & \infty \\
2 & 0 & \infty & 4 & \infty & 2 & \infty \\
3 & 3 & 4 & \infty & 0 & \infty & \infty \\
4 & \infty & \infty & 0 & \infty & 2 & 2 \\
5 & \infty & 0 & \infty & 3 & \infty & 0 \\
6 & \infty & \infty & \infty & 3 & 0 & \infty
\end{array}
$$

/ /

$w_{12} = 3$ من سطر وعامود الصفر فنختار ال min و نجمع

$w_{21} = 5$

$\boxed{w_{34} = 6} \longrightarrow$ Max

$w_{43} = 5$

$w_{52} = 0$

$w_{56} = 2$ فيكون القوس الموافق هو: $\{(\overline{3,4})\} \subseteq r'$

$w_{65} = 5$ $\{(3,4)\} \subseteq r''$

$$D_0' = \begin{array}{c|cccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \\
\hline
1 & \infty & 0 & 3 & \infty & \infty & \infty & u_1 = 0 \\
2 & 0 & \infty & 4 & \infty & 2 & \infty & u_2 = 0 \\
3 & 3 & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & u_3 = 3 \\
4 & \infty & \infty & 0 & \infty & 2 & 2 & u_4 = 0 \\
5 & \infty & 0 & \infty & 3 & \infty & 0 & u_5 = 0 \\
6 & \infty & \infty & \infty & 3 & 0 & \infty & u_6 = 0 \\
\hline
 & V_1 = 0 & V_2 = 0 & V_3 = 0 & V_4 = 3 & V_5 = 0 & V_6 = 0 &
\end{array}$$

$K(r_0') = 22 + 6 = 28$

$$D_0'' = \begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & \\
\hline
1 & \infty & 0 & 3 & \infty & \infty & u_1 = 0 \\
2 & 0 & \infty & 4 & 2 & \infty & u_2 = 0 \\
4 & \infty & \infty & \infty & 2 & 2 & u_3 = 2 \\
5 & \infty & 0 & \infty & \infty & 0 & u_4 = 0 \\
6 & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & u_5 = 0 \\
\hline
 & V_1 = 0 & V_2 = 0 & V_3 = 3 & V_4 = 0 & V_5 = 0 &
\end{array}$$

$K(r_0'') = 22 + 5 = 27$

انتهت المحاضرة الثامنة التحضير المحاضرة القادمة

/ /

2015/11/11

## المحاضرة التاسعة:

تتمة حل التمرين السابق:

$$\min(K(r_0'), K(r_0'')) = 27$$

نختار المصفوفة $D_0''$ و بتطبيق التطبيق $T$ من أجل تخفيض المصفوفة نوجد $D_1$:

$$D_1 = \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 & \infty & \infty \\ 0 & \infty & 1 & 2 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 0 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 0 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

$w_{12} = 0$ $\qquad$ $w_{52} = 0$

$w_{13} = 1$ $\qquad$ $w_{56} = 0$

$w_{21} = \infty \longrightarrow \max$ $\qquad$ $w_{65} = \infty$

$w_{45} = 0$

$w_{46} = 0$

نختار القوس $(2,1)$ بحيث يكون:

$$\{\overline{(3,4)}, \overline{(2,1)}\} \subseteq r'$$

$$\{(3,4), (2,1)\} \subseteq r''$$

$$D_1' = \begin{array}{c|c|c} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \end{matrix} & \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \infty & 0 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 2 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 0 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 0 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \end{bmatrix} & \begin{matrix} u_1 = 0 \\ u_2 = 1 \\ u_3 = 0 \\ u_4 = 0 \\ u_5 = 0 \end{matrix} \\ & \begin{matrix} v_1 = \infty & v_2 = 0 & v_3 = 0 & v_4 = 0 & v_5 = 0 \end{matrix} & \end{array}$$

$$D_1'' = \begin{array}{c|cccc|c} & ② & ③ & ⑤ & ⑥ & \\ \hline ① & \infty & 0 & \infty & \infty & u_1=0 \\ ④ & \infty & \infty & 0 & 0 & u_2=0 \\ ⑤ & 0 & \infty & \infty & 0 & u_3=0 \\ ⑥ & \infty & \infty & 0 & \infty & u_4=0 \\ \hline & v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & v_4=0 & \end{array}$$

$K(r_1') = K(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 27 + \infty = \infty$

$K(r_1'') = K(r_0'') + \sum u_i + \sum v_j = 27 + 0 = 27$

نختار المصفوفة $D_1''$ ونطبق التطبيق T عليها :

$$D_2 = \begin{array}{c|cccc|} & ② & ③ & ⑤ & ⑥ \\ \hline ① & \infty & 0 & \infty & \infty \\ ④ & \infty & \infty & 0 & 0 \\ ⑤ & 0 & \infty & \infty & 0 \\ ⑥ & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \hline \end{array}$$

$\omega_{13} = \infty$ $\qquad\qquad$ $\omega_{52} = \infty$

$\omega_{45} = 0$ $\qquad\qquad$ $\omega_{56} = 0$

$\omega_{46} = 0$ $\qquad\qquad$ $\omega_{65} = \infty \longrightarrow max$

نختار القوس $(6,5)$ ونقسم المصفوفة $D_2$ إلى مصفوفتين بحيث :

$\{\overline{(3,4)}, \overline{(2,1)}, \overline{(6,5)}\} \subseteq r'$

$\{(3,4), (2,1), (6,5)\} \subseteq r''$

$$\dot{D}_2 = \begin{array}{c|cccc|c} & ② & ③ & ⑤ & ⑥ & \\ \hline ① & \infty & 0 & \infty & \infty & u_1=0 \\ ④ & \infty & \infty & 0 & 0 & u_2=0 \\ ⑤ & 0 & \infty & \infty & 0 & u_3=0 \\ ⑥ & \infty & \infty & \infty & \infty & u_4=-\infty \\ \hline & v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 & v_4=0 & \end{array}$$

$$
D_2'' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 0 \\ 0 & \infty & \infty \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} v_1=0 & v_2=0 & v_3=0 \end{array} \end{array}
\begin{array}{c} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}
$$

نحسب الكلفة :

$$K(r_2') = K(r_1'') + \sum u_i + \sum v_j = 27 + \infty = \infty$$

$$K(r_2'') = K(r_1'') + \sum u_i + \sum v_j = 27 + 0 = 27$$

نختار المصفوفة $D_2''$ و بتطبيق التطبيق $T$ نحصل على $D_3$ :

$$
D_3 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 4 \\ 5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 0 \\ 0 & \infty & \infty \end{bmatrix} \end{array}
$$

$w_{13} = \infty$

$w_{46} = \infty \longrightarrow max$

$w_{52} = \infty$

نختار القوس $(4,6)$ بحيث :

$$\{\overline{(3,4)}, \overline{(2,1)}, \overline{(6,5)}, \overline{(4,6)}\} \subseteq r'$$

$$\{(3,4), (2,1), (6,5), (4,6)\} \subseteq r''$$

$$
D_3' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ \\ \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty \\ 0 & \infty & \infty \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} v_1=0 & v_2=0 & v_3=\infty \end{array} \end{array}
\begin{array}{c} \\ u_1=0 \\ u_2=\infty \\ u_3=0 \\ \\ \end{array}
$$

$$D_3'' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cc} v_1=0 & v_2=0 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=0 \\ u_2=0 \\ \\ \end{array}$$

نحسب الكلف :

$K(r_3') = K(r_2'') + \sum u_i + \sum v_j = \infty$

$K(r_3'') = 27 + 0 = 27$

$\min(\infty, 27) = 27$

نختار المصفوفة $D_2''$ نطبق عليها التطبيق T :

$$D_4 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \end{array}$$

$w_{1,3} = \infty \longrightarrow \max$

$w_{5,2} = \infty$

نختار القوس $(1,3)$ بحيث :

$\{\overline{(3,4)}, \overline{(2,1)}, \overline{(6,5)}, \overline{(4,6)}, \overline{(1,3)}\} \subseteq r'$

$\{(3,4), (2,1), (6,5), (4,6), (1,3)\} \subseteq r''$

$$D_4' = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & \infty \\ 0 & \infty \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cc} v_1=0 & v_2=\infty \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \\ u_1=\infty \\ u_2=0 \\ \\ \end{array}$$

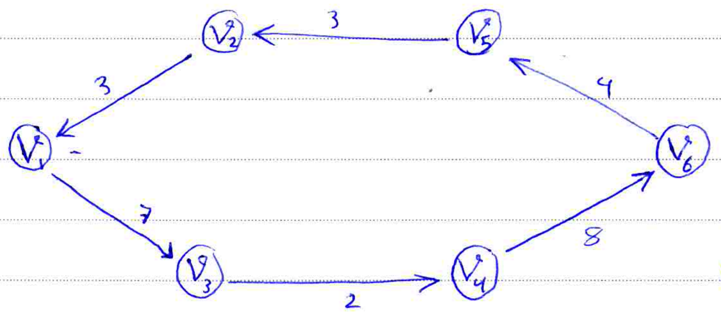
$$D_4'' = \begin{array}{c} \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$K(r_4') = \infty$

$K(r_4'') = 27$

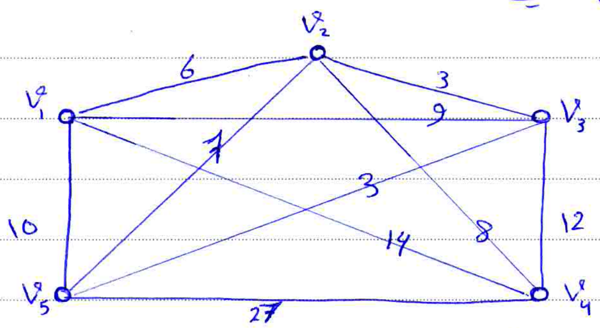
ومنه: $\{(3,4),(2,1),(6,5),(4,6),(1,3),(5,2)\} \subseteq \Gamma''$

وهي دائرة هاملتون المطلوبة:




Cost = 27

تمرين: ليكن لدينا البيان التالي:




أوجد دائرة هاملتون الأصغرية وذلك باستخدام الطرق التالية:

① طريقة إضافة وحذف الأضلاع.

② وبهذه الطريقة السابقة.

تمرين:

ليكن لدينا المصفوفة التالية:

$$\begin{bmatrix} \infty & 6 & 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & \infty & 5 & 12 & 4 & 10 \\ 4 & 5 & \infty & 15 & 10 & 7 \\ 6 & 7 & 3 & \infty & 6 & 3 \\ 8 & 6 & 8 & 10 & \infty & 8 \\ 9 & 4 & 2 & 7 & 5 & \infty \end{bmatrix}$$