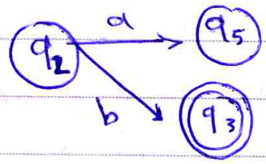
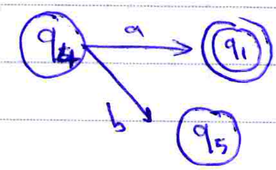
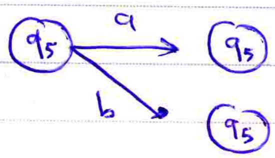
Subject



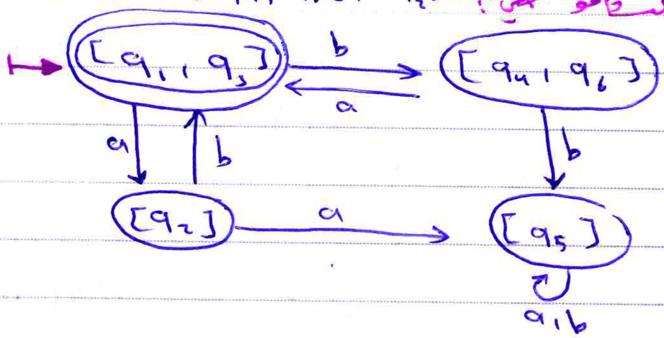
$q_2 \neq q_4$



$q_2 \neq q_5$



[q_1, q_3], [q_4, q_6], [q_2] [q_5] وصفوف التكافؤ هي:



التعبير المنتظم: $(ab + ba)^*$

المحاضرة الرابعة عشر:

- خواص الإغلاق في اللغات المنتظمة:

[1] اللغات المنتظمة مغلقة بالنسبة للعمليات المعرفة عليها وهي:
$\cup$, . , * أي أنه إذا كان L_1 ، L_2 لغتين منتظمتين فإن كل
من اللغات L_1^* ، L_2^* ، $L_1 . L_2$ ، $L_1 \cup L_2$ لغات منتظمة

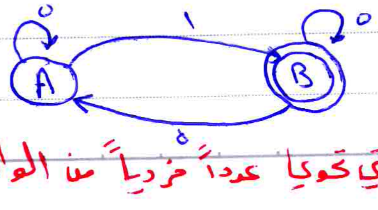
[2] اللغات المنتظمة مغلقة أيضاً بالنسبة لعملية الإتمام أي أن:
متمم لغة منتظمة هو لغة منتظمة.

* تعريف: نعرف متمم اللغة L المعرفة على الأبجدية Σ:
لتكن اللغة L متمم التي تحوي جميع السلاسل المشكلة من الأبجدية
Σ وغير الموجودة في L أي: $L, \bar{L} \subseteq \Sigma^*$ ، $\bar{L} = \Sigma^* - L$

- نظرية: إذا كان لدينا $M(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ أتومات منتهي
حتمي يقبل اللغة L ، فإن اللغة $\bar{L}$ تقبل من قبل الأتومات
المنتهي الحتمي التالي:
أي أن $M' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$
الحالات النهائية في L هي حالات غير نهائية في $\bar{L}$ وبالعكس

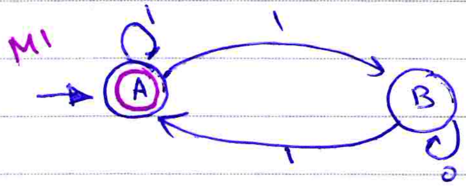
... ملاحظة: لإيجاد المتمم يجب أن يكون الأتومات الموجود
لدينا منتهي حتمي ولو كان لدينا مثلاً: أتومات منتهي لا حتمي
فلا نستطيع إيجاد المتمم له مباشرة بل نحوله أولاً إلى أتومات
منتهي لا حتمي.

- مثال: ليكن لدينا الأتومات M المقابل للغة L التي تحوي
عدداً فردياً من الواحدات. فالأتومات المقابل لها:



يقبل M اللغة L والتي تحويا عدداً فردياً من الواحدات

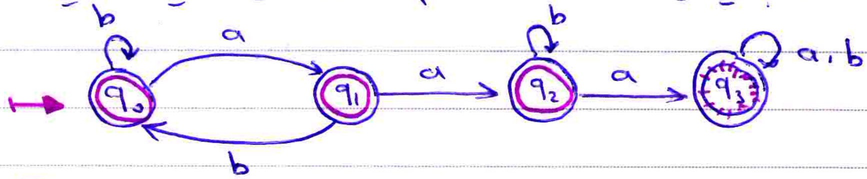
M أتومات منتهي حتمي وبالتالي يمكننا إيجاد الأتومات الموافق للغة ما.



ملاحظة أن: M' يقبل اللغة التي تحوي عدداً زوجياً من الواحدات

مثال:

أوجدي الأتومات M المتمم للأتومات المنتهي الحتمي التالي:



نلاحظ أن: M أتومات منتهي حتمي وبالتالي يمكن إيجاد $\bar{M}$ كالتالي:

لبرهان لغة ما أنها منتظمة: يوجد عدة طرق:

1) إما نستخدم خواص الإغلاق على لغات منتظمة

2) أو ننشئ الأتومات المنتهي المكافئ للغة

3) أو إيجاد التعبير المنتظم المقابل للغة ومن ثم إيجاد الأتومات المنتهي المكافئ لهذا التعبير.

لبرهان أن لغة ما غير منتظمة: نستخدم توطئة الضخ التي سنشرحها كالتالي:

Subject

- قابلية الضخ في اللغات المنتظمة: من خواص اللغات المنتظمة قابلية الضخ أي أن أي سلسلة في اللغة المنتظمة يمكن ضخها من مكان واحد فقط عدد واحد من المرات.

أما السلسلة التي يتم ضخها من مكانين مختلفين في نفس الدرجة فهي تحتاج إلى ذاكرة لحفظ عدد مرات الضخ وبالتالي تنتمي إلى لغة غير منتظمة.

ملاحظة: كل لغة غير قابلة للضخ فهي لغة غير منتظمة ولكن إذا كانت اللغة قابلة للضخ فليس من الضرورة أن تكون منتظمة.

هامة: أي أن توطئة الضخ تفيد في إثبات عدم انتظام اللغة وليس في إثبات الانتظام.

أمثلة: [1] إن اللغة $L_1 = \{a^* b^*\}$ هي لغة منتظمة يمكن إيجاد أتومات منتهي يقبلها وهي لا تحتاج إلى ذاكرة لأن تكرار b لا يتعلق بتكرار a

[2] أما اللغة $L_2 = \{a^n b^n ; n \geq 0\}$ فهي تحتاج إلى ذاكرة لتحرث فيها عدد تكرار a لتقوم بتكرار b بنفس العدد فيما بعد وبالتالي هي لغة غير منتظمة ولبرهان ذلك نستخدم توطئة الضخ التالية:

- من أجل كل لغة منتظمة $L \subseteq \Sigma^*$ يوجد ثابت $n \geq 1$ [ندعوه ثابت التوطئة] بحيث يكون:

$$\forall w \in L : |w| \geq n$$

عندئذ: $\exists x, y, z : w = xyz$

أي أنه يمكن تقسيم السلسلة w إلى ثلاث سلاسل بحيث يكون:

$$1 \leq |y| \leq n$$

$$|xy| \leq n$$

Subject / /

وسيتحقق ما يلي: $\forall i \geq 0 : xy^iz \in L$

أي أنه: تكرار الجزء y عدد من المرات سوف ينتج سلسلة تنتمي إلى اللغة وهذا هو معنى الضخ.

مثال: هل اللغة التالية منتظمة: $L = \{0^n 1^n\}$

★ نفرض جدلاً أنه: L لغة منتظمة عندئذ: حسب توطئة الضخ يوجد ثابت $n \geq 1$ بحيث يكون من أجل كل سلسلة $w \in L$ حيث أنه:

$w = 0^n 1^n : |w| = |0^n 1^n| = 2n \geq n$

وبالتالي يمكن إعادة كتابة السلسلة w بالشكل:

$w = xyz : |xy| \leq n$

$1 \leq |y| \leq n$

إن xy ينتمي حتماً إلى القسم الأول من السلسلة والذي هو عبارة عن أصفار فقط أي يمكننا اختيار xy بحيث طول $xy = 0^n$

$|xy| = |0^n| = n \leq n$

ولنأخذ الآن $y = 0^{n-j}$, $x = 0^j$

$0 < j < n$

$z = 1^n$

فيصبح w بالشكل:

$w = xyz = 0^j 0^{n-j} 1^n$

ولنأخذ الحالة $i = 0$ فيصبح

$xy^iz = 0^j (0^{n-j})^0 1^n$

$= 0^j 1^n \notin L$

أي أنه $j < n$ وأن عدد الأصفار سيكون أقل من عدد الواحدات إذا وصلنا إلى تناقض وبالتالي غير منتظمة

Alphabet NOTEBOOK

المحاضرة الخامسة عشر:

- توطئة الضخ:

إذا كانت اللغة الغير المنتهية منتظمة فيمكن إيجاد أتومات منتهي حتمي يقبلها ولأتومات المنتهي الحتمي عدد منتهي من الحالات لتكن (n) وهي عدد حالات الأتومات المنتهي الأصغري.

وبما أن اللغة غير منتهية فنجد سلاسل اللغة طولها أكبر تماماً من n ومن أجل سلسلة أطول تماماً من n ومقبولة في الأتومات المنتهي الحتمي فقبول هذه السلسلة يجب أن يحوي على دارة أو دورة والدوران الاختياري عدد من المرات يجب أن يعطي سلسلة مقبولة من الأتومات المنتهي الحتمي.

مثال:

$$L = \{ w \in \{a,b\}^* \}$$

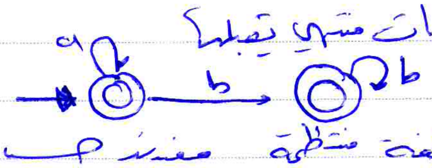
حيث w تحوي أعداد متساوية من a و b لغة منتظمة:

$w = ababaababb \in L$

$w_1 = bbababbbaaa \in L$

الحل:

$a^* b^*$ ، لأنه يوجد أتومات منتهي يقبلها



إذا فرضنا جدلاً أن: L لغة منتظمة فحسب خواص الإغلاق يجب أن يكون تقاطع اللغتين $L, \{a^* b^*\}$ هو لغة منتظمة لكن:

$$L_2 = L \cap \{a^* b^*\} = \{a^n b^n ; n \geq 0\}$$

Subject

هي لغة غير منتظمة (حسب توطئة الضخ من التمرين السابق)

$\underbrace{a^n}_{xy} a^n c c b^{3n+1}$

**تمرين : ** دورة

$$L = \{ a^{2n} cc b^{3n+1} , n \geq 0 \}$$

نفرض جدلاً أن : L اللغة منتظمة عندئذ حسب توطئة الضخ يوجد ثابت $n \geq 1$ بحيث يكون من أجل كل سلسلة $w \in L$

$$w = a^{2n} cc b^{3n+1} \in L$$

$$|w| = |a^{2n} cc b^{3n+1}| = 2n+2+3n+1$$

$$= 5n+3 \geq n$$ ثابت التوطئة

وبالتالي يمكن إعادة السلسلة w من الشكل :

$$w = xyz \qquad |xy| \leq n$$

$$1 \leq y \leq n$$

$$xy = a^n \qquad z = a^n cc$$

ولنختار $x = a^j$, $y = a^{n-j}$: $0 \leq j < n$

ولنأخذ عندما $i=0$ فنصبح :

$$xy^i z = a^j (a^{n-j})^i a^n cc b^{3n+1}$$

$$= a^j (a^{n-j})^0 a^n cc b^{3n+1}$$

$$= a^{j+n} a^n cc b^{3n+1}$$

$$= a^{j+n} cc b^{3n+1} \notin L$$

وذلك لأن $j+n \neq 2n$ لأن $j \neq n$ واللغة غير منتظمة

* **تمرين :** $L = \{ a^{2^n} : n \geq 1 \}$ عدد مرات التكرار

لنفرض أن : $m = 2^n$ ولنفرض جدلاً أن : اللغة غير منتظمة عندئذ حسب توطئة الضخ يوجد ثابت $n \geq 1$ بحيث يكون :

$$0^m = 0^n - 0^{m-n}$$

Subject / /

من أجل كل سلسلة ، $w = 0^{2n} = 0^m$

$|w| = m = 2^n > n$

وبالتالي يمكن إعادة كتابة السلسلة من الشكل:

$w = xyz$ $\quad |xy| \le n$

$xy = 0^j$ $\quad 0 < |y| \le n$

$z = 0^{m-j}$ $\quad j \le n \le m$

ولنأخذ $x = 0^t$ $\quad y = 0^{j-t}$ $\quad 0 \le t < n$

$w = 0^t \, 0^{j-t} \, 0^{m-j}$

لنأخذ $i = 0$:

$$xyz = 0^t (0^{j-t})^0 \, 0^{m-j} = 0^t \, 0^{m-j} = 0^{t+m-j}$$

نعوض: $t = 3$ ، $m = 4$ ، $j = 1$

$$t + m - j = 6 \neq 2n$$

$xy^iz \notin L$. هذا تناقض مع التوطئة الضخ ، الفرض الجدلي خاطئ و L غير منتظمة.

المحاضرة السادسة عشر:

تمرين سابقة:

لنأخذ : $i = 2$ عندئذ : $xy^iz = xy^2z$

$$0^t (0^{j-t})^2 \, 0^{m-j}$$

وبالتالي هل:

$$t + (j-t)^2 + m - j \overset{?}{=} 2$$

لنأخذ مثلاً: $t = 5$, $j = 7$ ، $m = 256$

$5 + 4 + 244 = 2587^{2}$ عدد

اللغات خارج السياق:

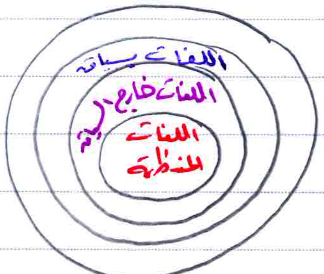
أداة التعرف عليها هي الأتومات ذات المكدس push Down Autmata
وأداة توليدها هي النموذج القواعدي خارج السياق

اللغات سياقية:

أداة التعرف عليها هي الأتومات المحدود خطياً وأداة توليدها هو النموذج القواعدي للسياقية

اللغات القابلة للعد عودية (غير محدودة) أداة التعرف عليها هي آلة تورينغ Touring Machine أداة توليدها هي النموذج القواعدي غير المقيد

ملاحظة: كل صنف من تلك اللغات يشمل جميع الصفوف السابقة له أي أن كل لغة منتظمة هي لغة خارج السياق لكن العكس غير صحيح بالضرورة



مقدمة عن اللغات خارج السياق:

هي لغات لا يلعب فيها السياق دوراً في تحديد معنى الكلمة أو المفردة مثلاً عبارة if في لغات البرمجة تحمل دائماً معنى الشرط أينما وردت.

يعني أنه في لغات خارج السياق لا ترتبط المفردة أو الكلمة بالسياق يعني لا تحمل معاني مختلفة حسب موقعها ضمن النص دائما وردت يكون لها نفس المعنى

Subject

وهناك لغات تدعى ضمن السياق حيث تأخذ المفردة أو الكلمة معنى مختلف حسب موقعها في الكلام أي: حسب سياق الجملة مثل اللغات المحكية مثلاً كلمة ضرب يختلف معناها حسب موقعها في الكلام

النموذج القواعدي خارج السياق:

يعرف النموذج بالرباعية $G(V, T, P, S)$ حيث

V: مجموعة المتحولات [الرموز اللانهائية] ونرمز لها بأحرف كبيرة وهي التي تساهم في توليد سلاسل اللغة

T: مجموعة الرموز النهائية وهي الرموز الأساسية التي تشكل اللغة [سلاسل اللغة] ونرمز لها بأحرف صغيرة

P: مجموعة قواعد التوليد ويكون لها الشكل $A \to \alpha$

حيث: $A \in V$

$\alpha \in (T \cup V)^*$

أي أن الطرف الأيسر عبارة عن متحول وحيد [حرف كبير] قد يتم استبداله بتعاقب من متحولات نهائية ورموز نهائية في الطرف الأيمن [تعاقب أحرف كبيرة أو أحرف صغيرة]

S: وهو عبارة عن متحول [رمز لانهائي] أي $S \in V$ ويمثل نقطة الانطلاق في عملية التوليد.

مثال: أوجد القواعد خارج السياق للغة:

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

إن هذه اللغة من أشهر اللغات الغير منتظمة مجموعة القواعد

$G(V, T, P, S)$

Subject

$T = \{0, 1\}$

مجموعة قواعد التوليد:

$p: S \to 0S1$ أو $p\begin{cases} S \to 0S1 \\ S \to \epsilon \end{cases}$

$S \to 0S1 \to 00S11 \to 000S111 \to 000111$

$G = (\{S\}, \{0,1\}, \{S \to \epsilon \mid 0S1, S\})$

مثال: $L = \{0^n 1^n : n > 0\}$

$p: S \xrightarrow{1} 0S1$

$S \xrightarrow{2} 01$

تختلف هذه اللغة عن اللغة السابقة بعدم احتواء السلسلة الفارغة ϵ إليها ويمكن استعمال مجموعة قواعد التوليد p التالية:

$S \to 0S1$

وبذلك نكون قد تخلصنا من السلسلة الفارغة ϵ للتأكد من صحة هذه القواعد من خلال اختيار بعض سلاسل اللغة وبالتالي

$n=1 \quad 01: S \xrightarrow{2} 01$

$n=2 \quad 0011: S \xrightarrow{1} 0S1 \xrightarrow{2} 0011$

$n=3 \quad 000111: S \xrightarrow{1} 0S1 \xrightarrow{1} 00S11 \xrightarrow{2} 000111$

$G = (\{S\}, \{0,1\}, \{S \to 0S1 \mid 01\}, S)$

ملاحظة: يمكن استخدام قواعد خارج ~~اللغة~~ السياق مختلفة عن التي ذكرناها سابقاً

Subject

$S \to 0F1$
$F \to \epsilon$
$F \to 0F1$

$01 : S \to 0F1 \to 01$
$0011 : S \to 0F1 \to 00F11 \to 0011$
$000111 : S \to 0F1 \to 00F11 \to 000F111$
$\to 000111$

والنموذج القواعدي خارج السياق يصبح بالشكل

$G = (\{S, F\}, \{0,1\}, \{S \to 0F1, F \to \epsilon | 0F1\}, S)$

مثال: أوجد النموذج القواعدي خارج السياق للغة

$L = \{a^n b ; n \geq 0\} = \{a^* b\}$

إن هذه اللغة منتظمة وليست بحاجة للغة خارج السياق لتوليدها ولكن يمكن كتابة القاعدة الآتية يكون قواعد التوليد م.ع بالشكل التالي:

$S \xrightarrow{1} aS$
$S \xrightarrow{2} b$

$n=0 \quad b : S \xrightarrow{2} b$
$n=1 \quad ab : S \xrightarrow{1} aS \xrightarrow{2} ab$
$n=2 \quad aab : S \xrightarrow{1} aS \xrightarrow{1} aaS \xrightarrow{2} aab$

$G = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \to aS | b\}, S)$

مثال: أوجد النموذج القواعدي للغة:

$L = \{a^n b ; n > 0\} = \{a^+ b\}$

هذه اللغة منتظمة سيكون النموذج القواعدي خارج السياق لها:

$S \xrightarrow{1} aS$
$S \xrightarrow{2} ab$

$G = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \to aS | ab\}, S)$

Alphabet NOTEBOOK

مثال: أوجد النموذج القواعدي للغة $\Sigma=\{a\}$ والمؤلفة من مجموعة السلاسل التي تحوي عدد زوجي a

$L=\{\epsilon, aa, aaaa, aaaaaa, a^8 \ldots\}$

$$P: \begin{cases} S \xrightarrow{1} aSa \\ S \xrightarrow{2} \epsilon \end{cases}$$

$\epsilon : S \xrightarrow{1} \epsilon$

$aa : S \xrightarrow{1} aSa \xrightarrow{3} aa$

$aaaa : S \xrightarrow{1} aSa \xrightarrow{1} aaSaa \xrightarrow{2} aaaa$

$aa : S \xrightarrow{1} aSSa \longrightarrow \times$

$G=(\{S\}, \{a\}, \{S \longrightarrow aSa | \epsilon\}, S)$

مثال: $L=\{0^n 1^{2n} : n \geq 0\}$

إن عدد الواحدات هو ضعف عدد الأصفار

$n=0 \Rightarrow \epsilon$

$n=1 \Rightarrow 011$

$n=2 \Rightarrow 001111$

$n=3 \Rightarrow 000\,1^6$

$n=4 \Rightarrow 0^4\,1^8$

$$P: \begin{cases} S \xrightarrow{1} 0S11 \\ S \xrightarrow{2} \epsilon \end{cases}$$

$n=0 \Rightarrow S \xrightarrow{2} \epsilon$

$n=1 \Rightarrow S \xrightarrow{1} 0S11 \xrightarrow{2} 011$

$n=2 \Rightarrow S \xrightarrow{1} 0S11 \xrightarrow{1} 00S1111 \xrightarrow{2} 001111$

$n=3 \Rightarrow S \xrightarrow{1} 0S11 \xrightarrow{1} 00S1111 \xrightarrow{1} 000S111111 \xrightarrow{2} 0^3 1^6$

Subject

إن القاعدة الأولى تضمن لك تحقق ما تغيرت عملية التوليد حصلنا

على عدد من الوحدات تساوي نصف عدد الأحرف

G = (د، ج، ب ∈ ١١١٠د ⟵ د{، ب، ٥٠، {د})

المحاضرة السابعة عشر :