المحاضرة الثانية 13 / 3 / 2016

تكلمنا في المحاضرة السابقة عن تعريف البيانات التي لا تحوي أضلاع مضاعفة (متوازية) والبيانات التي لا تحوي عرى (بيانات بسيطة).

مصطلحات: البيان البسيط: هو بيان لا تحوي أضلاع مضاعفة ولا عرى.

العروة: هي ضلع فيه عقدة البداية نفسه عقدة النهاية.

البيان: هو مجموعة من العقد ومجموعة من الأضلاع.

العقدة المعزولة:

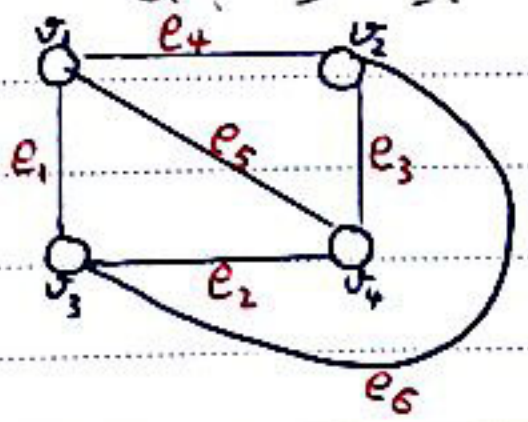
البيان البسيط:

تعريف البيان التام: ليكن لدينا البيان $G=(V;E)$ حيث V مجموعة العقد و E مجموعة الأضلاع نقول عن البيان G أنه بيان تام إذا تحقق ما يلي:

$$\forall v_1, v_2 \in V \; ; \; v_1 \neq v_2 \; , \; \exists e \in E : e=(v_1, v_2)$$

من أجل العقدتين v_1, v_2 تبيان على الأقل في V بحيث $v_1 \neq v_2$ يوجد ضلع e ينتمي لمجموعة الأضلاع E بحيث يكون e هو الضلع الذي يربط v_1 و v_2 أي أنه بين أي عقدتين في البيان يوجد ضلع.

مثال:



بيان تام لأنه بين أي عقدتين مختلفتان يوجد ضلع يربط بينهما.

البيان المتمم: ليكن لدينا البيان $G=(V;E)$، نقول عن البيان $G'=(V';E')$ أنه بيان متمم للبيان G إذا حقق ما يلي:

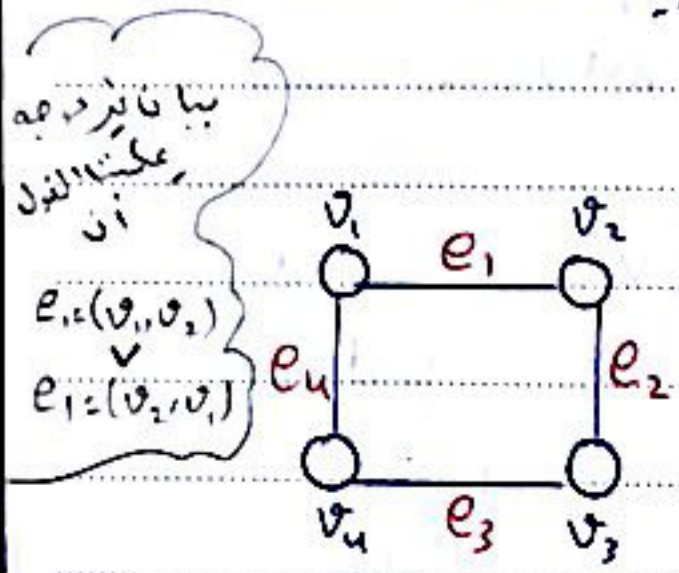
(يجب أن تحقق الشرطين معاً)

① $V \equiv V'$ مجموعة العقد V تطابق مجموعة العقد V'

② $\forall e \in E \; , \; e \notin E' \; \wedge \; \forall e' \in E' \; , \; e' \notin E$

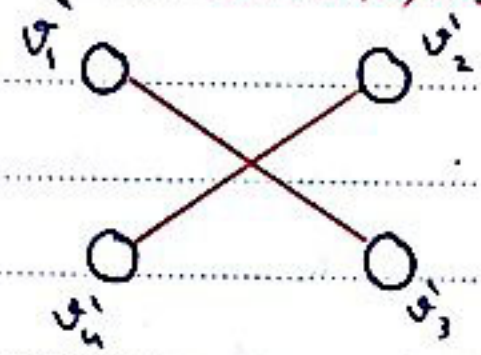
أي أن اجتماع البيان المتمم مع البيان الأصلي هو بيان تام.

مثال: ليكن لدينا البيان التالي $G=(V;E)$



بما أنه لا يوجد أي علاقة تدل على أن $e_1=(v_1,v_2)$ هي نفسها $e_1=(v_2,v_1)$

البيان $G'=(V';E')$ أي البيان المتمم للبيان $G=(V;E)$



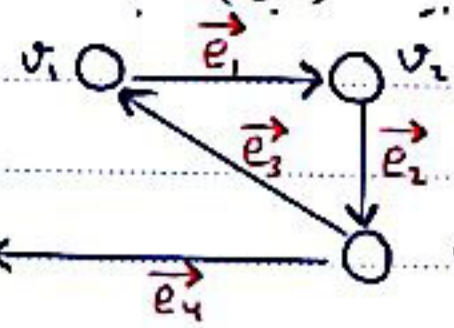
مع العلم أن $V=V'$

نجمع البيانين السابقين نحصل على البيان التام.

البيان المختلط: هو بيان زودت بعض أضلاعه باتجاه.

- نسمي الضلع الذي زود باتجاه "قوس"
- بالقوس توجد عقدة بداية وعقدة نهاية.

مثال: لدينا البيان $\vec{G}=(V;\vec{E})$ ((بيان موجه)، مجموعة عقده V ومجموعة أقواسه $\vec{E}$)



$\vec{e_1}=[v_1,v_2]\neq[v_2,v_1]$

نلاحظ أهمية الأقواس عندما يكون هناك v_3 ( ) v_4 [ ]

$\vec{e_1}$ بطلقة العقدة v_1 منتهية بـ v_2

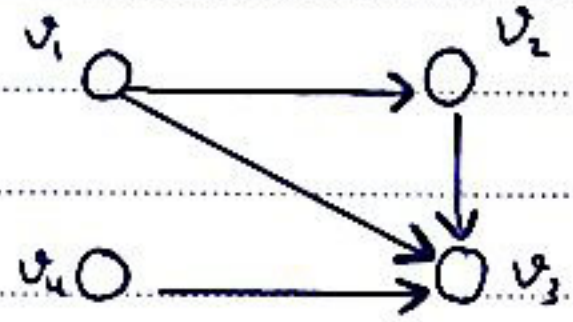
ملاحظة: في حالة البيانات الموجهة الترتيب له أهمية.

/ /

عقدة المنبع (المصدر) في البيان الموجه : هي العقدة التي لا يدخل فيها أي قوس.

عقدة الهدف (المصب) : هي العقدة التي لا يخرج منها أي قوس.

مثال:



ليكن $\vec{G} = (V; \vec{E})$

لدينا v_1 و v_4 هما

عقد منبع

بينما v_3 هي عقدة هدف

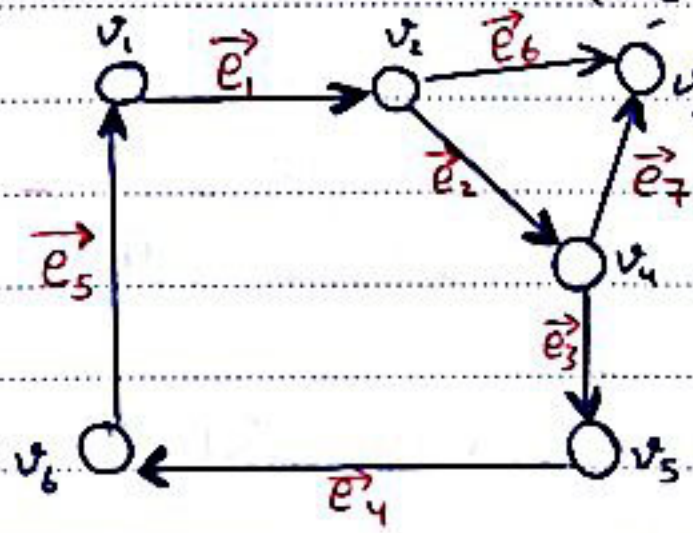
و العقدة v_2 تسمى عقدة بينية.

العقدة البينية : هي عقدة يدخل فيها أقواس و يخرج منها أقواس.

الشبكة : هي بيان موجه لا يحوي دارة مغلقة و يحوي عقدة وحيد (منبع) أو عدة عقد وحيد و يحوي عقدة وحيد (هدف) أو عدة عقد وحيد.

الدارة المغلقة (الدائرة المغلقة) : هي عبارة عن متتالية من الأقواس و العقد تكون فيها عقدة البداية نفس عقدة النهاية.

مثال:



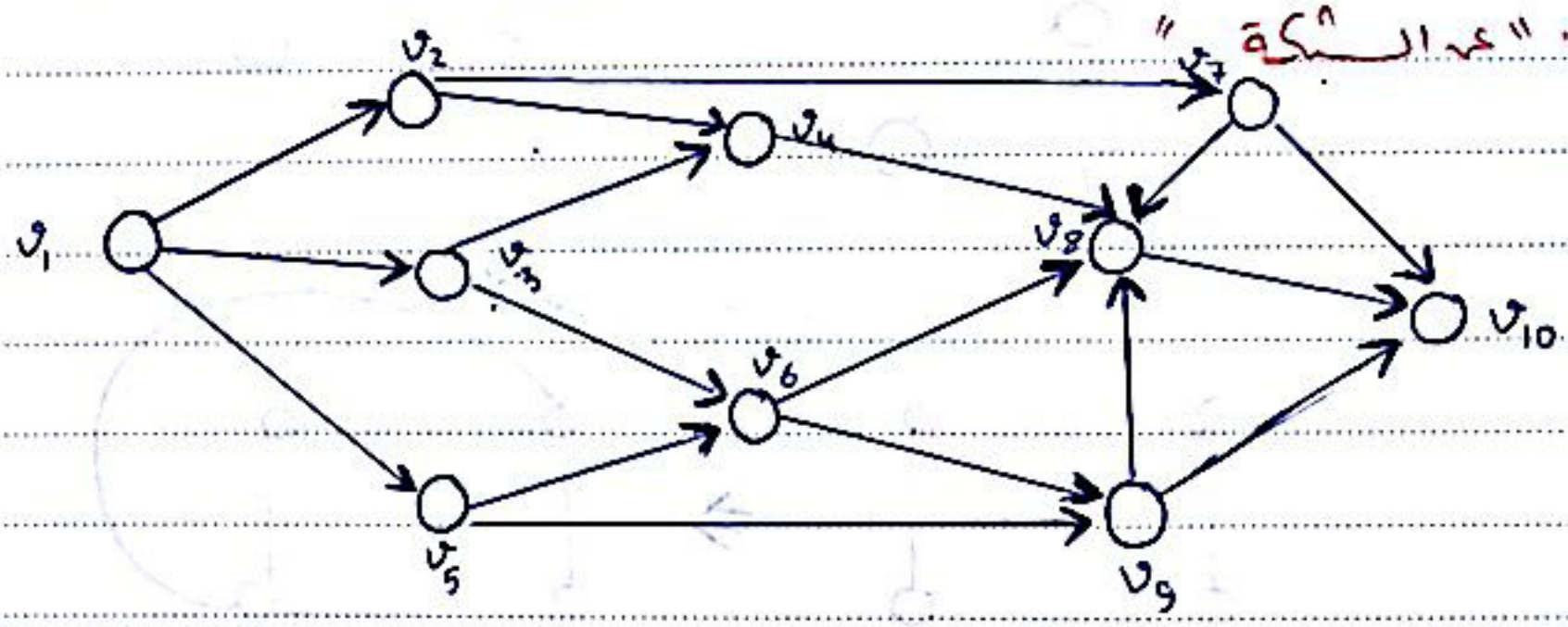
الدارة المغلقة $\vec{C_1} = \langle v_1, \vec{e_1}, v_2, \vec{e_2}, v_4, \vec{e_3}, v_5, \vec{e_4}, v_6, \vec{e_5}, v_1 \rangle$

الدائرة في البيان العادي (الغير موجه) : هي عبارة عن متتالية من العقد و الأضلاع

(في الموجه كان أقواس هنا أضلاع)

/ /

مثال: "عمارة الشبكة"



v_1 هي عقدة المصدر و v_{10} هي عقدة الهدف،
لا يوجد فيها أي دائرة مغلقة.

ملاحظة: للشبكات تطبيقات متعددة و هامة في كل مسائل النقل و كل مسائل شبكات الكهرباء و شبكات الهواتف و شبكات المياه.

تعريف البيان المستوي: هو بيان يمكن رسمه في المستوي أو على سطح كرة دون أن تتقاطع أضلاعه.

(نتكلم الآن عن البيان المستوي البسيط لنه نتكلم عن أضلاع وضلعة ولا عن عرى)

أمثلة عن البيانات المستوية:

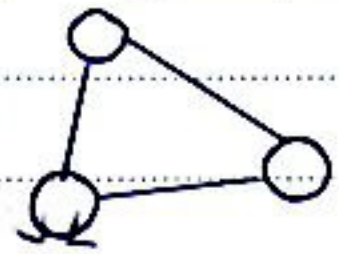
بيان مستوي (عقدة واحدة)

G_1

بيان مستوي (عقدتين وضلع)

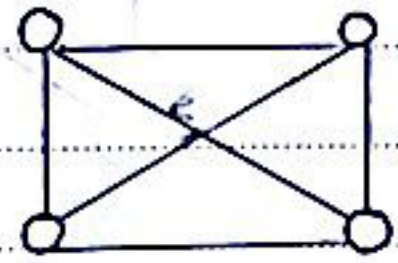
G_2

G_3:

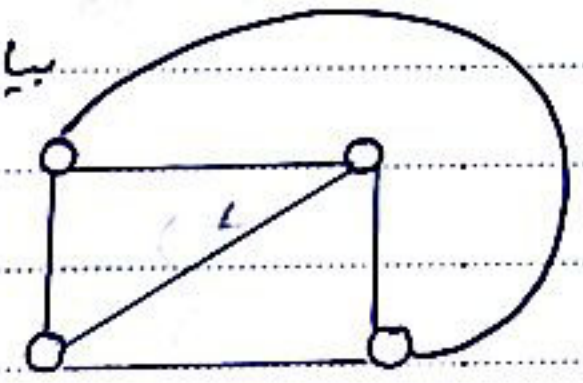


بيان مستوي

G_4:

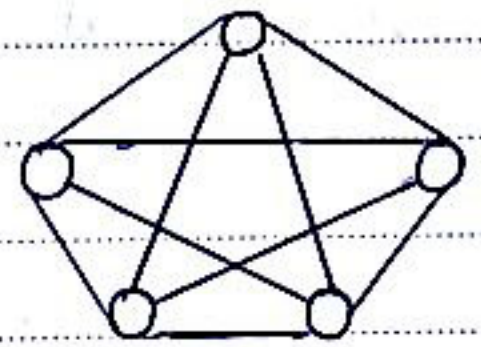


بيان مستوي



K_5:

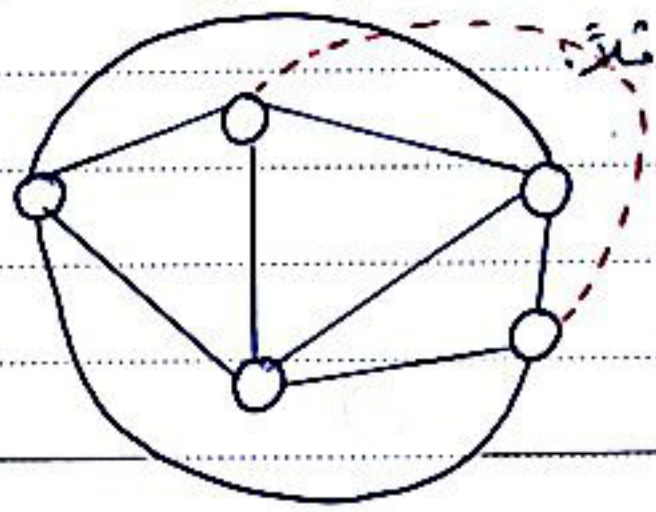
هذه البيانات الشهيرة، لدينا نبذة إذا كان بيان مستوي أم لا!



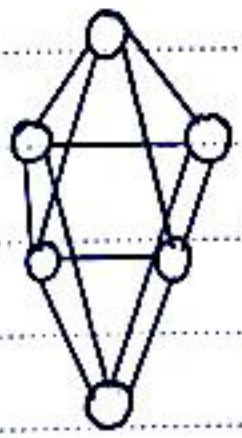
هو غير مستوي مهما حاولنا

رسمه بأي طريقة (استقاطع الأضلاع)

مثلاً:



K_6:



أيضاً هو غير مستوي

/ /

البيان متعدد الأجزاء: لكي لدينا البيان $G=(V;E)$ نقول عن البيان G أنه بيان متعدد الأجزاء إذا تحقق ما يلي:

I $V := V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_n$

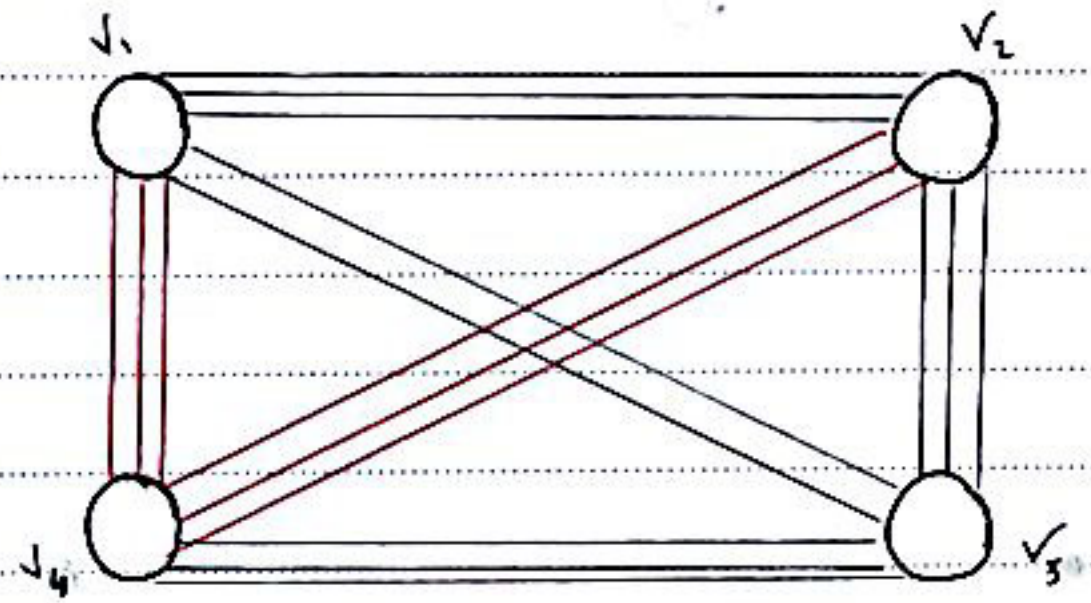
II $V_i \cap V_j = \phi \quad ; \ i \neq j$

III $\forall e \in E \ , \ e \in (v_i, v_j)$ ؛

$v_i \in V_i \ \wedge \ v_j \in V_j$

$i \neq j$ ؛

مثال

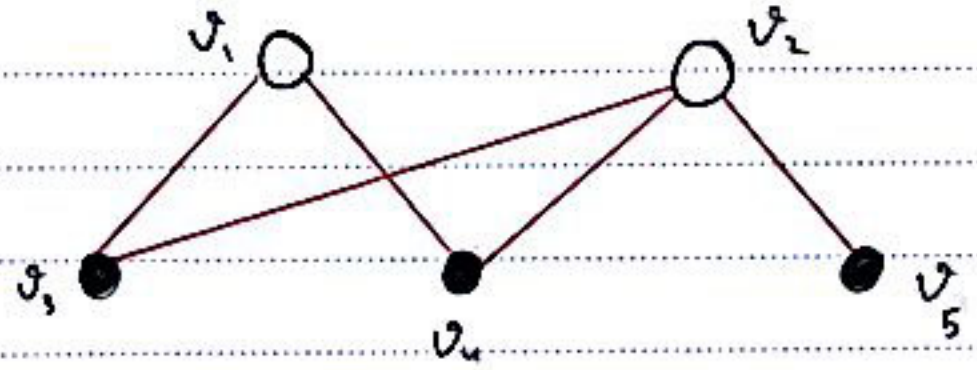


لاحظ إيجاد ضلع يربط بين كل نقطتين ينتمان إلى نفس المجموعة.

⇐ هذا متعدد الأجزاء في n جزء.

ملاحظة: إذا كان عدد الأجزاء = 2 نسمي بيان زوجي أو بيان ثنائي:

مثال: على البيان الزوجي

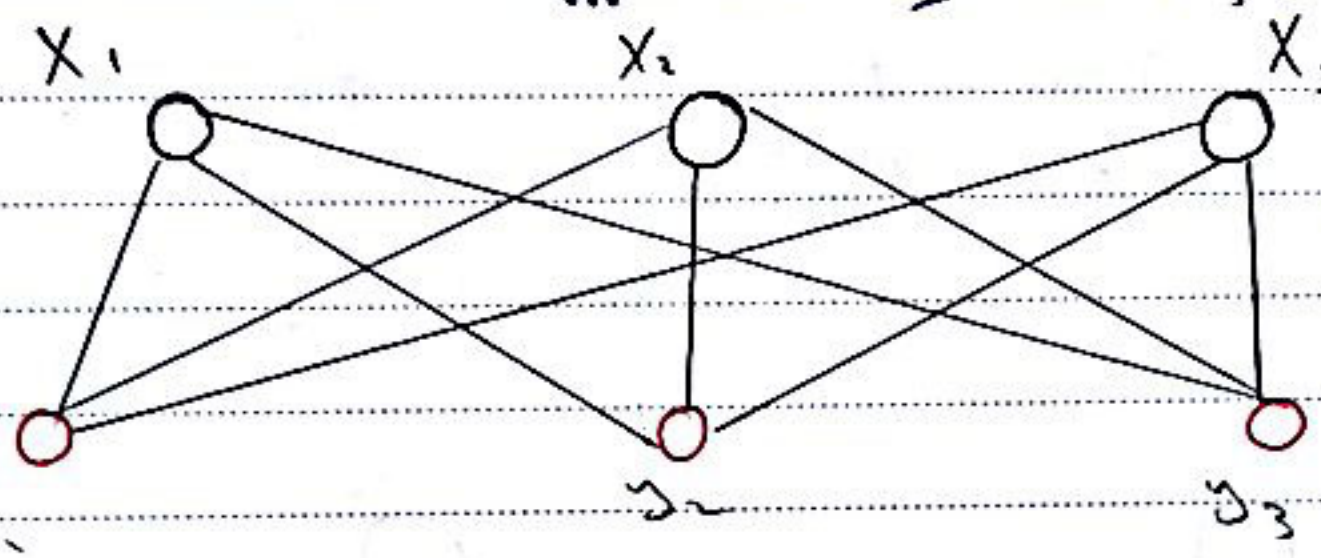


/ /

من المسائل التطبيقية في البيانات الزوجية:

يراد سقاية ثلاث مدن من ثلاثة آبار مختلفة بحيث لا تتقاطع قنوات الري

هل يمكنه إيجاد حل لهذه المسألة؟

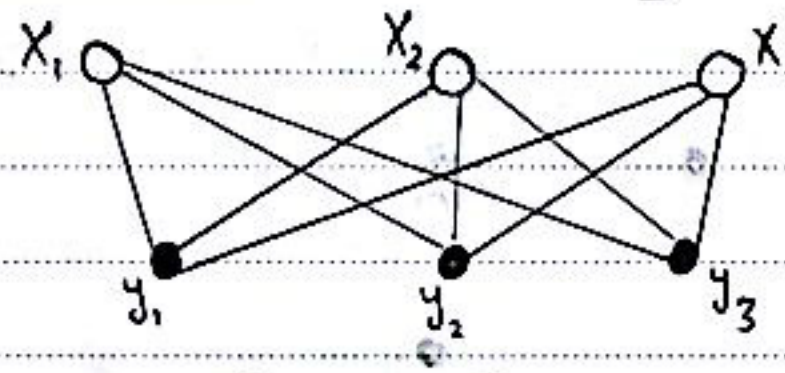


انظمة الري الزراعية

الإجابة:

البيان الزوجي (الثنائي) التام: هو بيان تكون فيه كل عقدة من المجموعة الأولى متصلة بجميع عقد المجموعة الثانية، وبالعكس أي أن كل عقدة من المجموعة الثانية متصلة بجميع عقد المجموعة الأولى.

مثال: ليكن لدينا البيان الزوجي التالي



هذا بيان زوجي تام

يرمز عادةً للبيان الزوجي التام $G(X, Y, E)$

الترميز الرياضي له:

$$\forall x \in X ; \quad e = (x, y) \quad , \forall y \in Y \quad \wedge$$
$$y \in Y \quad : e' = (y', x) \quad : \forall x \in X$$

البيان الزوجي (الثنائي) المستوي: هو بيان يمكن رسمه في المستوي أو على سطح كرة، دون أن تتقاطع أضلاعه.

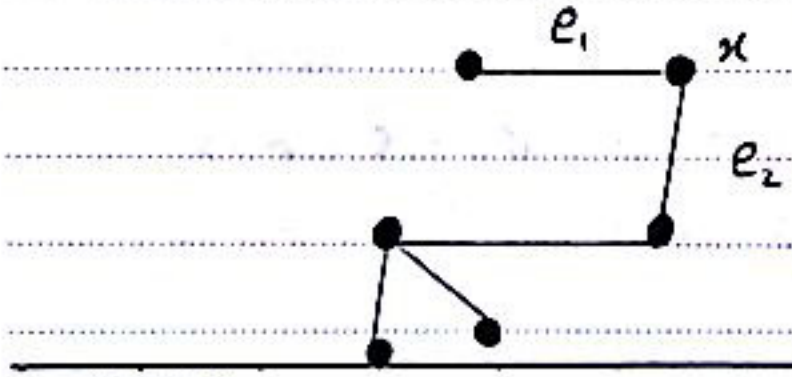
العقدتين المتجاورتين: ليكن لدينا البيان $G=(V,E)$، نقول عن عقدتين x و y أنهما عقدتين متجاورتين إذا وجد ضلع بينهما.

$$x, y \in V \text{ متجاورتين} \Rightarrow \exists e \in E \quad : e = (x, y)$$

تعريف: نقول عن ضلعين أنهما ضلعين متجاورين إذا وجدت عقدة مشتركة بينهما.

$$e_1, e_2 \in E \text{ متجاورين} \Rightarrow \exists x \in V \quad : e_1 \cap e_2 = \{x\}$$

مثال عن ذلك: ليكن لدينا البيان التالي

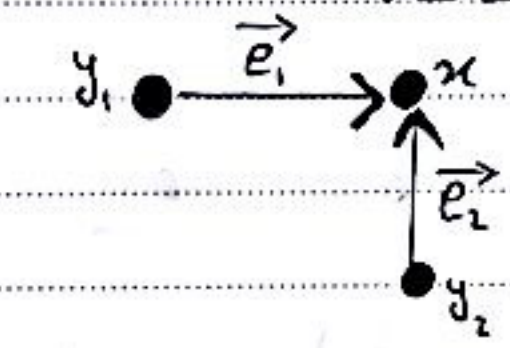


★ نشر الشيء بالنسبة للبيان الموجه:

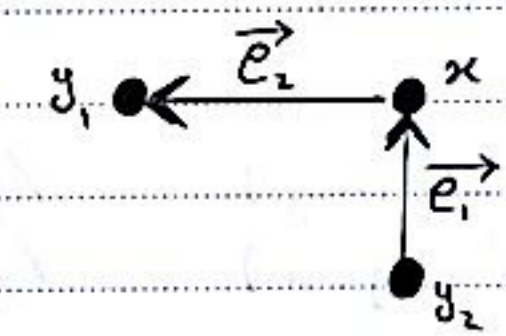
- نقول عن عقدتين أنهما متجاورتين إذا وجد قوس يربط بينهما.
- نقول عن قوسين أنهما متجاوريين إذا وجدت عقدة مشتركة بينهما.

نرمز لكل حالة:

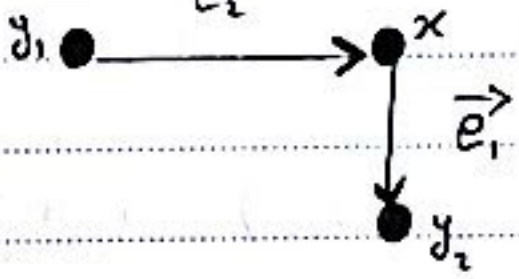
1 — العقدة هدف للقوسين



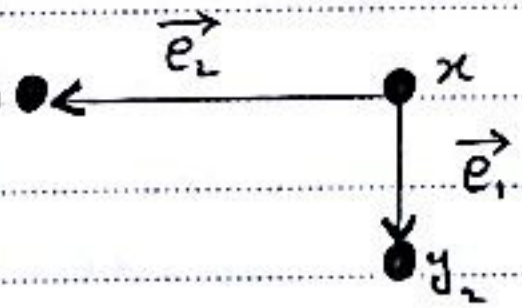
2 — العقدة هدف لقوس و مطلق للقوس الثاني



3 — نفس الحالة 2 لكن بشكل معاكس



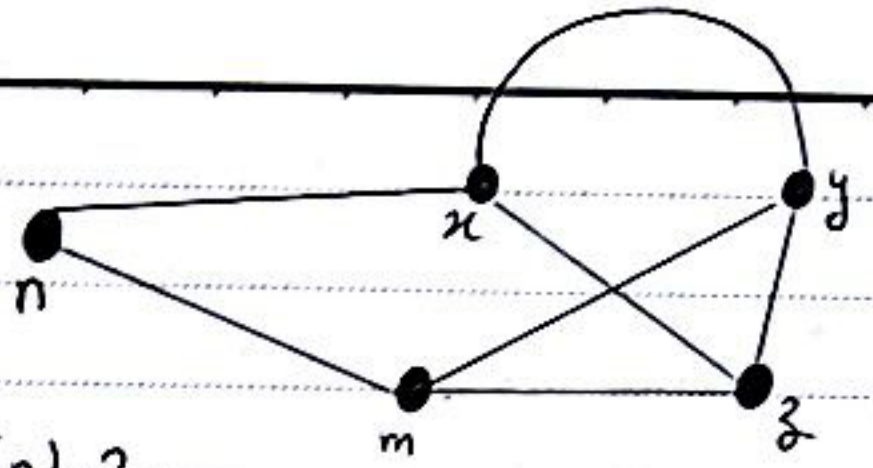
4 — العقدة هدف للقوسين



"دوماً نتكلم عن البيان البسيط".

درجة عقدة في البيان: هي عدد الأضلاع التي تؤثر في هذه العقدة.

مثال: ليكن لدينا البيان التالي:



$deg(x) = 3$

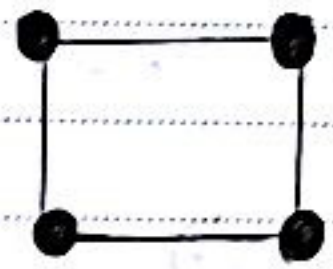
$deg(y) = 3$

$deg(z) = 3$

$deg(m) = 3$ ، $deg(n) = 2$

ملاحظة: إذا كانت جميع عقد البيان لها نفس الدرجة، عندئذٍ نسمي البيان منتظم من الدرجة n وهي درجة أي عقدة من هذا البيان.

مثال على ذلك "الملاحظة"



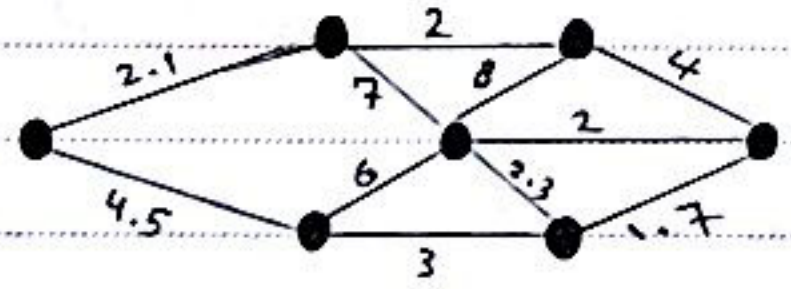
بيان منتظم من الدرجة الثانية

$deg(G) = 2$

- يمكن أن نميز البيان من خلال درجات عقده.
- يمكن القول درجة العقدة أي قدرة العقدة.

البيانات الموزونة: هو بيان زُوِّدت أضلاعه بوزن أي بعدد حقيقي.

مثال على ذلك:



للبيانات الموزونة أمثلة تطبيقية:

- مثال تطبيقي:

يراد بناء شبكة هواتف بين ست قرى وفق الشروط التالية:

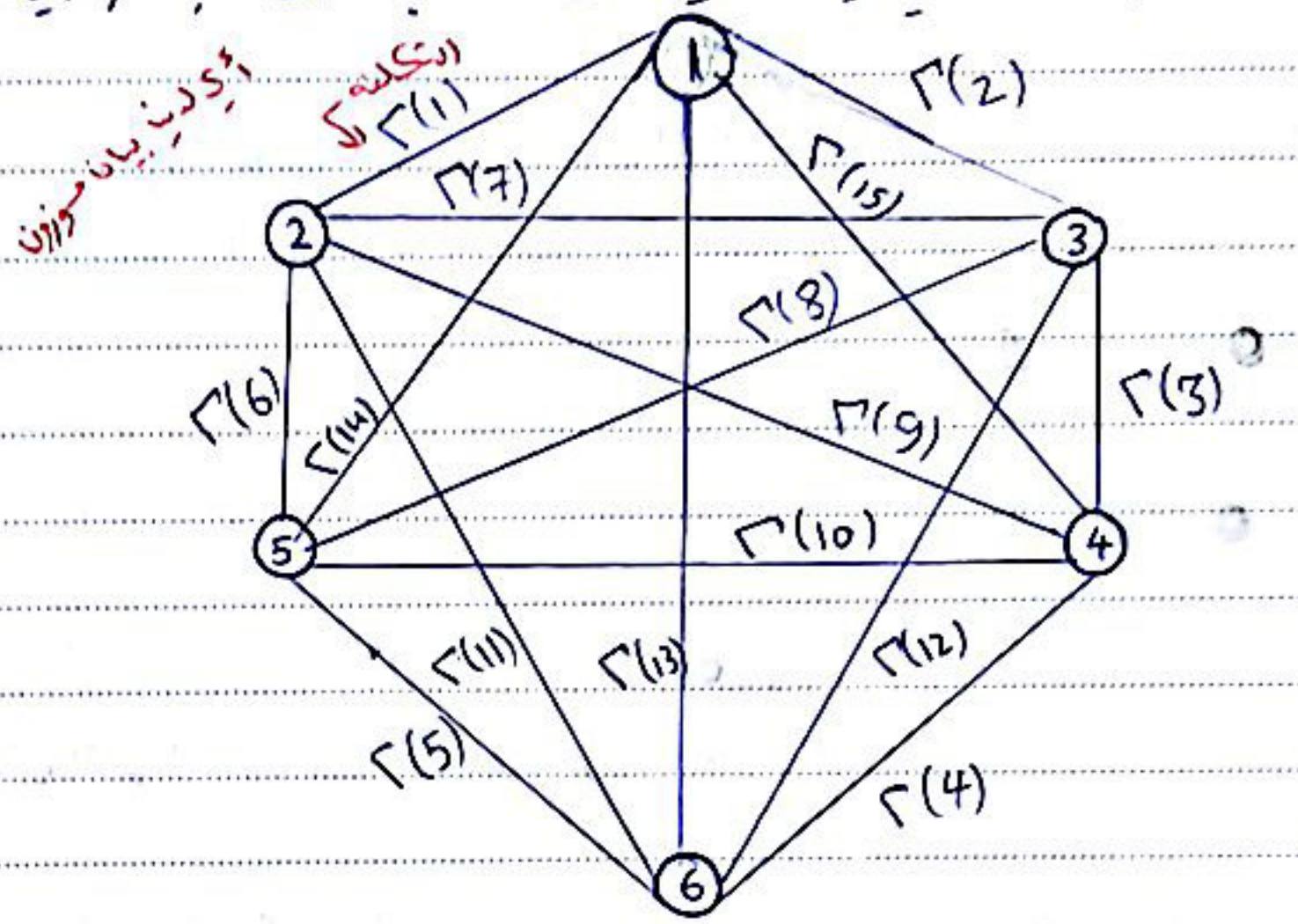
1. أي قريتين تتصلان بشكل مباشر أو غير مباشر.
2. تقام مراكز الهاتف في مراكز القرى، وذلك لتخفيف نفقات نقل الموظفين والصيانة.

/ /

3. في حال وجود شبكة قديمة بين أي قريتين جرى صيانة لهذا الخط و استخدمه بالشبكة الجديدة.

المطلوب: بناء شبكة تحقق الشروط السابقة بكلفة أصغرية.

ملاحظة: المهندسون يستطيعون تحديد التكلفة لبناء خط مباشر بين أي قريتين



سؤال: كم شبكة لدينا؟ أوهم هم؟

- بإيجاد جميع الشبكات الممكنة أحدث الحاسبات تتابع لوقت طويل جداً.
- تحكم نظرية البيان عن إيجاد شبكة ذات كلفة أصغرية برسم محدود جداً.

"سوف نحل هذه المسألة فيما بعد"

/ /

/نظرية/ ليكن لدينا $G=(V;E)$ بيان بسيط ، عندئذٍ يكون لدينا مايلي محققاً ،

$$\sum_{x \in V} deg(x) = 2|E|$$

البرهان : يمكن إثبات ذلك بإحدى الطريقتين :

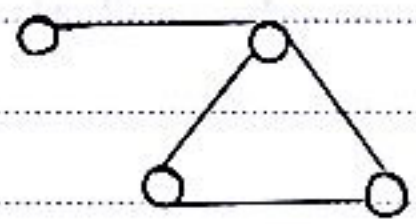
1) كل ضلع يؤثر على عقدتين ، وبالتالي يكون عدد الأضلاع المؤثرة على العقد $2|E|$

2) كل عقدة تتأثر بأضلع بعدد قدرات العقد ، وبالتالي فإن مجموع قدرات العقد سيساوي ضعف عدد الأضلاع ، كون الضلع يؤثر بعقدتين

انظر الكتاب ص 30/

مثال على النظرية السابقة :

ليكن لدينا البيان التالي



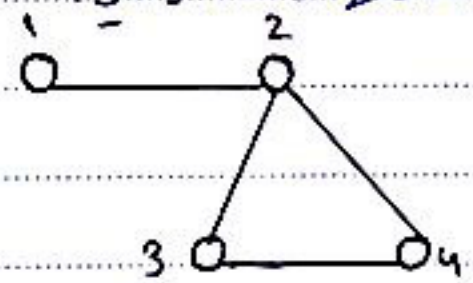
$|E| = 4$

$1+3+2+2 = 8 = 2*4$

قدرات العقد

ملاحظة :

1- العقدة الفردية : هي عقدة درجتها (قدرتها) عدد فردي .



مثال :

كل من العقد 1 و 2

هي عقدة فردية

2- العقدة الزوجية : هي عقدة قدرتها عدد زوجي .

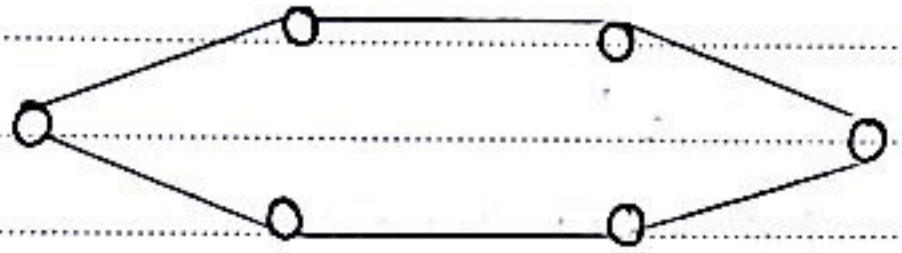
كما المثال السابق

كل من العقد 4 و 3 هي عقد زوجية

/ /

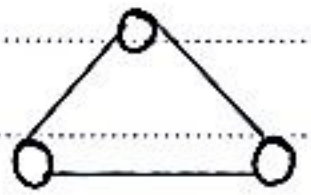
الدائرة الزوجية: هي دائرة عدد أضلاعها زوجي.

مثال على ذلك



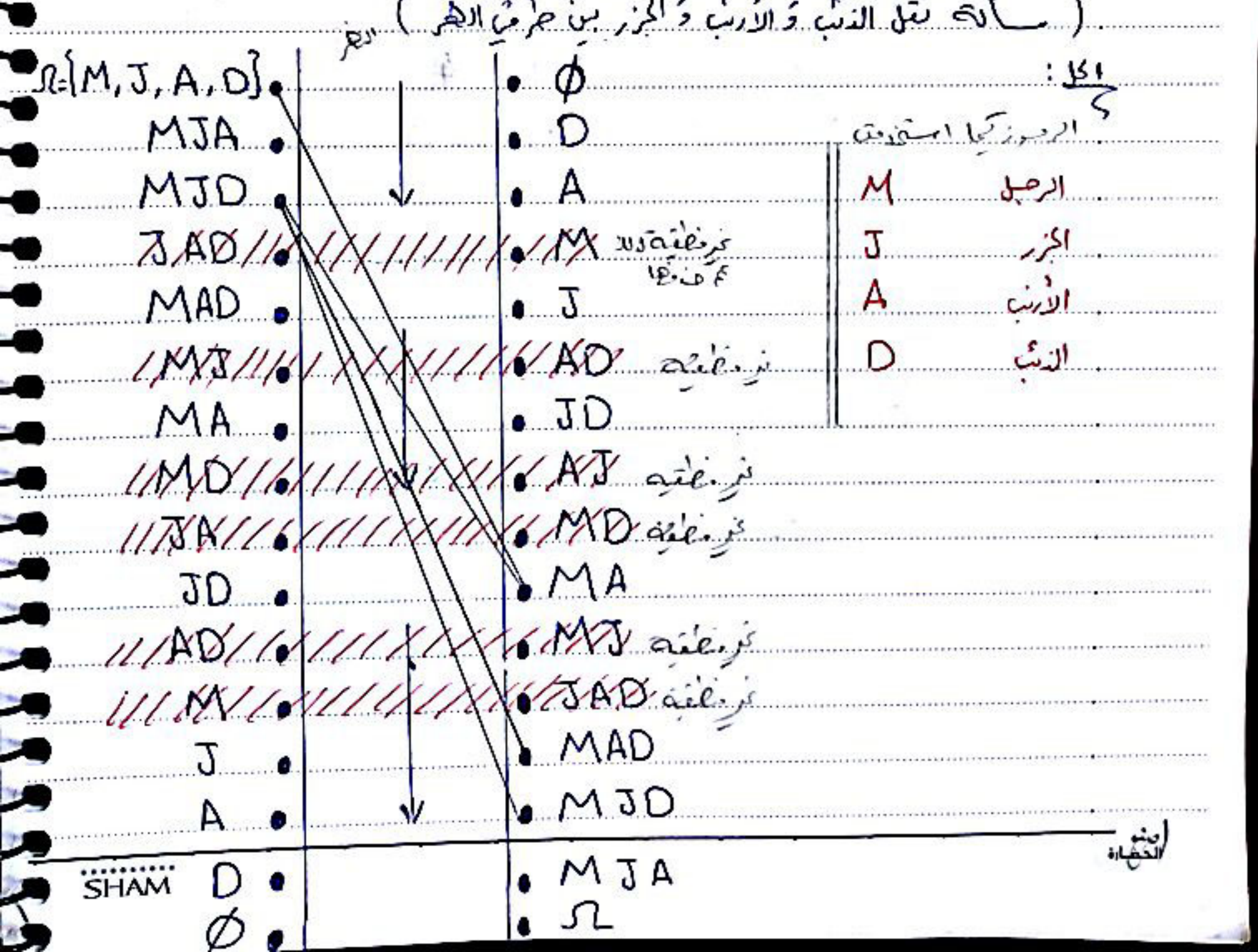
الدائرة الفردية: هي دائرة عدد أضلاعها فردي.

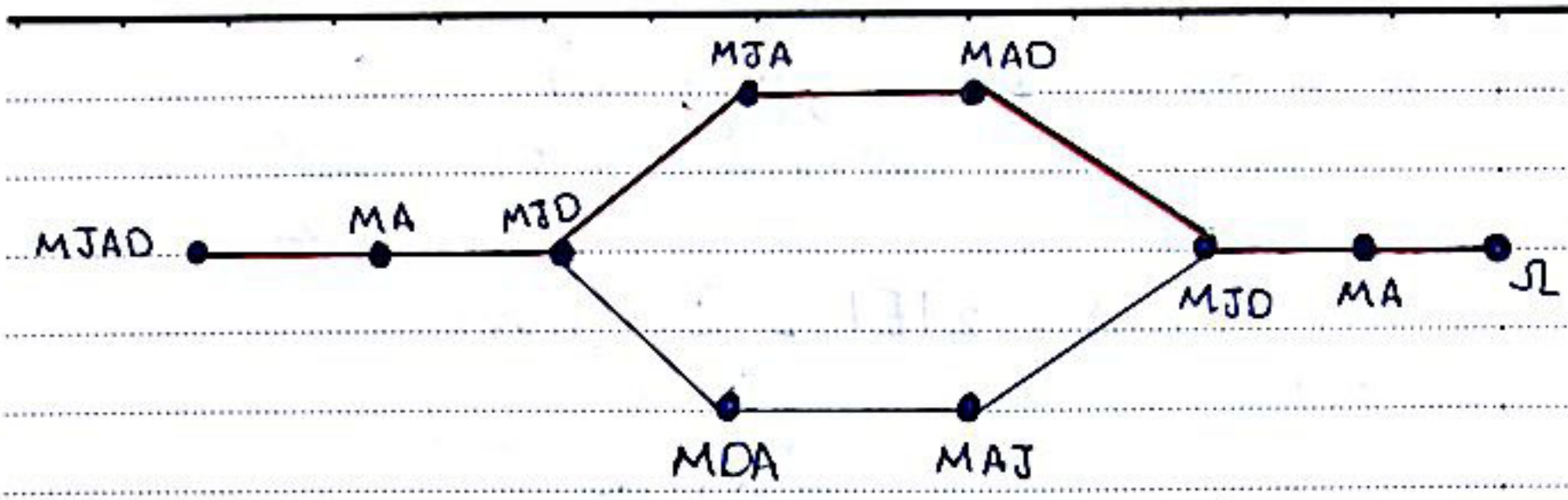
مثال على ذلك



مثال يوضح إمكانية تطبيق البيان لحل بعض المسائل المشهورة والمشتركة بين العامة:

(سألة نقل الذئب والأرنب والجزر بين طرفي النهر)





(أي لدينا ملآن)

ملاحظة: مجموع عدة أعداد فردية عددها زوجي هو عدد زوجي.

برهنة/ "تيزماليلي" ليكن لدينا البيان $G=(V;E)$ بيان بسيط فإن عدد العقد الفردية هو عدد زوجي

الإثبات:

لدينا البيان $G=(V;E)$، ولنكن V_1 مجموعة العقد الفردية، ولنثبت أن العدد $|V_1|$ زوجي

ولنكن V_2 مجموعة العقد الزوجية

نميز مايلي:

$$V_1 \cap V_2 = \emptyset$$

$$V_1 \cup V_2 = V$$

نعلم أن

$$\sum_{v \in V} deg(v) = \underbrace{2|E|}_{\text{عدد زوجي "مضروب بـ 2"}}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\sum_{v_1 \in V_1} deg(v_1) + \sum_{v_2 \in V_2} deg(v_2) = \underbrace{2|E|}_{\text{زوجي}}$$

/ /

$\sum_{v_2 \in V_2} deg(v_2)$ ..... عدد زوجي لأنه مجموع أعداد زوجية

وكذلك $2|E|$ عدد زوجي

$\Leftarrow$

$$\sum_{v_1 \in V_1} deg(v_1) = 2|E| - \underbrace{\sum_{v_2 \in V_2} deg(v_2)}_{\text{عدد زوجي}}$$

وبالتالي نستنتج أن $\sum_{v_1 \in V_1} deg(v_1)$ هو عدد زوجي $\Leftarrow$

نستنتج أن عدد العقد V_1 هو زوجي

أي $|V_1|$ زوجي

هام... ملاحظة:

سؤال: اركم البيان المثل وفقه مايلي "ممثل بقدرات عقده"

العقد	Nod	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
الدرجات	deg	3	5	2	1	4	6	

لا عكس رسم البيان السابق وذلك لأن عدد العقد الفردية فردي

حيث أنه .. الشرط اللازم ليكون بيان هو أن يكون

عدد العقد الفردية هو عدد زوجي .

انتهت .

المحاضرة الرابعة 28 / 3 / 2016

مصفوفات البيان:

ليكن لدينا فضاء المصفونات Ω و فضاء البيانات هو G ،
سنوجد تطبيق سنبنيه وفاصر بين فضاء المصفونات و فضاء البيانات، ليكن

$$\psi : \Omega \longrightarrow G$$

بشكل عام, كل مصفونة تقابل بيان و كل بيان تقابل مصفونة و ذلك حسب التعريف.

مصفونة التأثير: هي العلاقة التي تربط بين الأضلاع و العقد.

بشكل عام, دوماً سنتعامل مع البيانات البسيطة إلا إذا ذكرنا خلاف ذلك.

ليكن لدينا البيان البسيط $G=(V;E)$ حيث نعرّف مجموعة العقد كما يلي

$$V=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

و مجموعة أضلاعه

$$E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

وبالتالي سيكون لدينا المصفونة B حيث

$$B=(b_{ij})_{\substack{i=1:n \\ j=1:m}}$$

(حيث عدد الأسطر = n ، عدد الأعمدة m)

كل سطر تقابل عقدة و كل عمود تقابل ضلع.

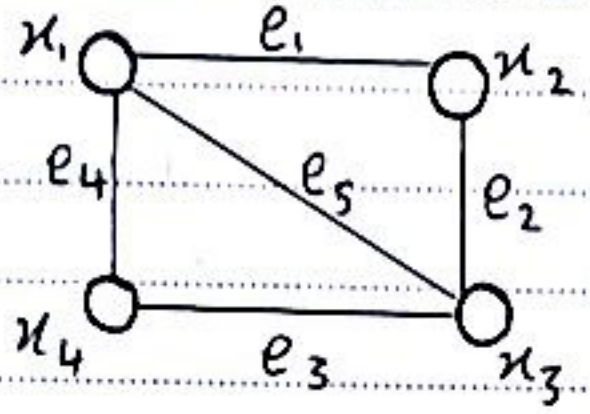
هذه ليست مصفونة مربعة و ليست مصفونة قطرية، بحالات خاصة يمكن أن تكون مربعة, لكن ليست قطرية.

هذه المصفونة مصفونة ثنائية عناصرها إما 0 أو 1

لنعرفها على الشكل التالي:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & ; \ x_i \text{ تؤثر على الضلع } e_j \\ 0 & ; \ \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

مثال: أوجد مصفوفة التأثير في البيان التالي:



ومصفوفة التأثير تكون على الشكل التالي

$$B = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

خواص هذه المصفوفة "مصفوفة التأثير":

1- يوجد تطبيق متباين بين مجموعة (مخطط) المصفوفات الثنائية ومجموعة البيانات التي تحوي n عقدة و m ضلعاً.

2- لا يمكن أن يكون عمود أو جميع عناصره تساوي الصفر.

3- أي عمود يحوي عنصرين على الأكثر عنصر معدوم وقيمة كل منها تساوي الواحد.

4- السطر الذي جميع عناصره أصفار يقابل عقدة معزولة.

5- مجموع عناصر أي سطر يمثل قدرة العقدة.

السطر الذي يحوي (يقابل) قيمة واحدة غير معدومة يقابل عقدة معلقة.

تعريف العقدة المعلقة: هي عقدة يؤثر عليها ضلع واحد فقط.

6- التبديل بين الأسطر يقابل التبديل بين ترقيم العقد.

7- التبديل بين الأعمدة يقابل التبديل بين ترقيم الأضلاع.

8- باقي قسمة مجموع أي سطرين على 2 يساوي باقي قسمة مجموع عناصر المصفوفة على 2، أي أن

/ /

$$\left(\sum_{j} b_{ij}\right) \bmod 2 = \left(\sum_{i}\sum_{j} b_{ij}\right) \bmod 2$$

(ع الخط i)

بالتعبير على المعادلة "مجموعة التأثير التي نتجت عنها" في المثال السابق

عند

$3 \bmod 2 = 1$

$7 \bmod 2 = 1$

الشرط اللازم والكافي لكي يكون بيانيه متكاملين هو أن تنتج مجموعة تأثير إحداهما عكس مجموعة تأثير البيان الآخر بإجراء عمليات جبرية.

تعريف البيان البسيط المترابط: هو بيان لا يحتوي عقدة معزولة.

⟺ هو بيان يحقق الشرط التالي: بين أي عقدتين يوجد ارتباط مباشر أو غير مباشر.

درجة الترابط في البيان: هي أقل عدد من الأضلاع بحيث إذا حذفناها كلها من البيان أصبح غير مترابط.

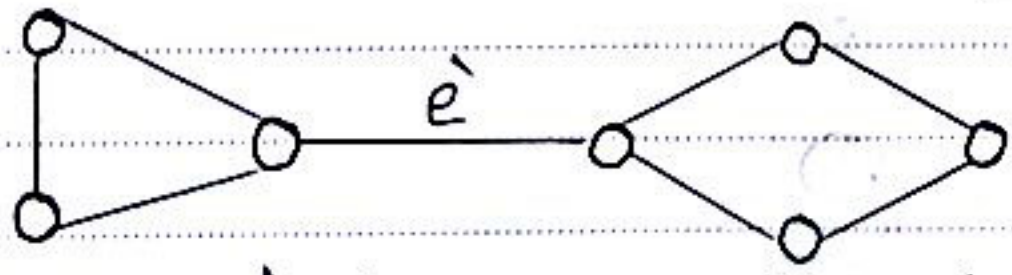
البيان السابق درجة ترابطه = 2

عند حذف e_1 و e_2 كلاهما عقدة معزولة

أو

عند حذف e_3 و e_4 " "

مثال آخر: ليكن لدينا البيان التالي:



درجة الترابط له = 1 عند حذف الضلع e'

ملاحظة: إذا كان البيان بسيط ومترابط فإن رتبة وهضومة التأثير تساوي $n-1$ (حيث n يمثل عدد العقد).

- إذا كان البيان مكون من l مركبة "أكثر من مركبة"

لكي لدينا البيان التالي بسيط ومكون من ثلاث مركبات، فإن رتبة وهضومة التأثير $= n-l$

حيث l هي عدد مركبات البيان. (n عدد العقد)

وهضومة التأثير للبيان غير البسيط:

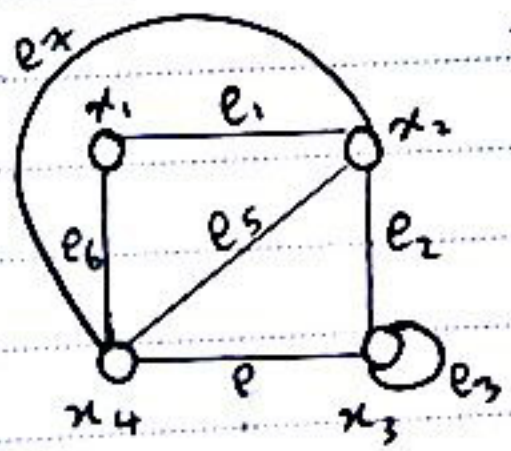
ليكن لدينا البيان التالي غير البسيط $G=(V;E)$

$B=(b_{ij})_{\substack{i=1:n \\ j=1:m}}$

تعرف المهضومة كالآتي

$$b_{ij}=\begin{cases}1 & ; x_i \text{ تؤثر على } e_j \\ 2 & ; e_j \text{ عروة} \\ 0 & ; \text{عدا ذلك}\end{cases}$$

مثال - أوجد وهضومة التأثير للبيان التالي:



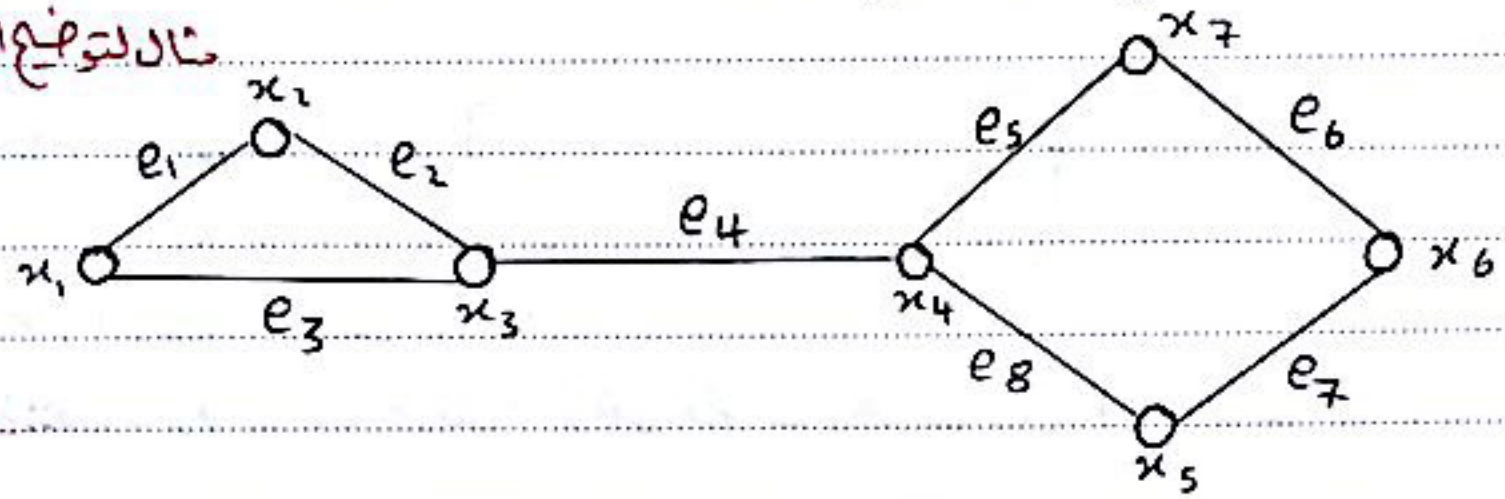
- أوجد جميع وهضومة التأثير في البيان غير البسيط.

SHAM

/ /

ملاحظة: العروة تقابل مرتين وهي نتيجة التأثير العودي في قمة واحدة غير معدومة
وهذه القمة تساوي 2.

8 مثال لتوضيح الكافية



$$B = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{array} \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$3 \bmod 2 = 1$

$13 \bmod 2 = 1$

مصفوفة التجاور: هي مصفوفة أسطرها تقابل عقد وأعمدتها تقابل العقد
نرمز لها بالرمز A وبالشكل التالي

$$A = (a_{ij})_{\substack{i=1:n \\ j=1:n}}$$

هي مصفوفة مربعة.

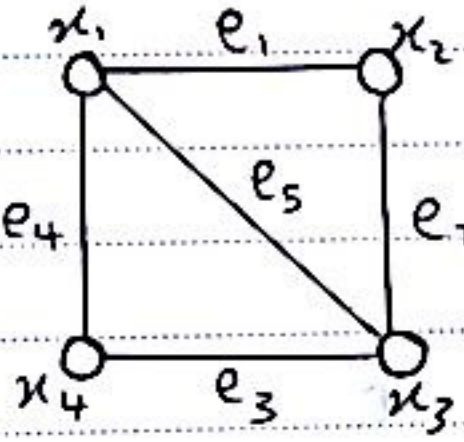
إذا كان البيان G بيان بسيط ومترابط , G(V;E) حيث $V = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ عندئذٍ نعرف مصفوفة التجاور على الشكل التالي :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & ; \exists\, e \in (x_i, x_j) \in E \\ 0 & ; x_i \text{ لا تجاور } x_j \end{cases}$$

ـ خواص هذه المصفوفة :

هذه مصفوفة مربعة وهي مصفوفة ثنائية (عناصرها إما صفر أو واحد)

مثال : ليكن لدينا البيان البسيط التالي :



المطلوب :

ـ أوجد مصفوفة التجاور لهذا البيان :

$$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

مصفوفة مرافقة العناصر القطر الرئيسي أصفار .

بشكل عام , إذا كان البيان بسيط فإن مصفوفة التجاور عناصر القطر الرئيسي لها أصفار "معدومة".

لو كان البيان غير بسيط فليس بالضرورة أن تكون عناصر القطر الرئيسي أصفار .

ـ إذا كانت جميع عناصر القطر الرئيسي أصفار أعلاه أن البيان لا كوي عرى . ولكن ليس بالضرورة أن يكون بيان بسيط من الممكن أن يوجد

/ /

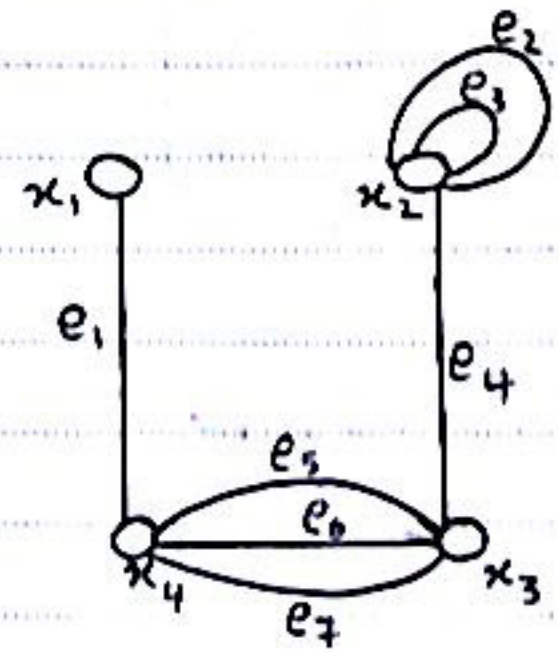
أضلاع متوازية :

- البيان البسيط : هو مجموعة ثنائية عناصر القوس فيها كلها أصفار .
إذاً يوجد تطبيق بين المجموعات الثنائية و مجموعة التجاور في البيان البسيط .

وظيفة : أوجد مجموعات المجموعة السابقة (مجموعة التجاور)

- إذا كان البيان غير بسيط : نعرف مجموعة التجاور على الشكل التالي :

$$a_{ij} = \begin{cases} \alpha & ; \ x_i \text{ تجاورها } , \ \alpha \bmod 2 = 0 \\ \frac{\alpha}{2} & \text{هو عدد الحلقات في } x_i \\ \beta & ; \ \exists e \in (x_i, x_j) \in E \\ & \beta \text{ تمثل عدد الأضلاع التي تربط بين} \\ & x_i \text{ و } x_j \\ 0 & ; \text{ عدا ذلك} \end{cases}$$



مثال : أوجد مجموعة التجاور في البيان التالي

المطلوب :

- بعد إيجاد مجموعة التجاور للبيان التالي ،
أوجد مجموعات مجموعة التجاور في البيانات الغير بسيطة .

/ /

مصفوفة القدرة (أو الدرجة): هي مصفوفة مربعة أسطرها تقابل عقد و أعمدتها تقابل عقد و هي مصفوفة قطرية (كل عناصرها أصفار عدا عناصر القطر الرئيسي) أقطارها تقابل قدرات العقد, نرمز لها بالرمز D

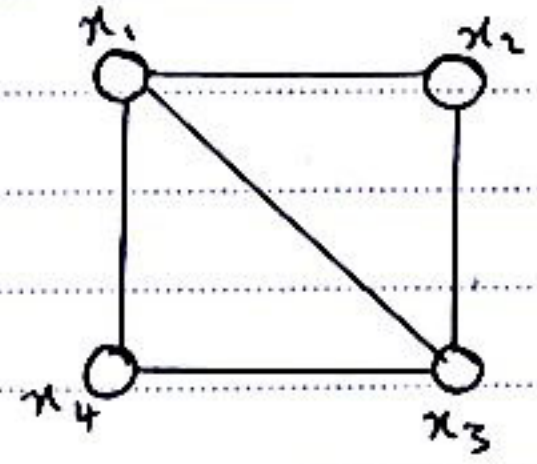
$$D = (d_{ij})_{\substack{i=1:n \\ j=1:n}}$$

- تعريف البيان البسيط و البيان غير البسيط لهما نفس التعريف.

$$d_{ij} = \gamma \quad ; \quad \gamma = \deg(x_i) \text{ عندما } i=j$$

$$d_{ij} = 0 \quad ; \quad \text{عندما } i \neq j$$

مثال: أوجد مصفوفة القدرة في البيان التالي:



$$D = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

هي مصفوفة قطرية

مصفوفة الإدخال: نرمز لها بالرمز Q

$$Q = (a_{ij})_{\substack{i=1:n \\ j=1:n}}$$

و هي مصفوفة مربعة تحصل عليها من طرح مصفوفة التجاور من مصفوفة القدرة

$$Q = D - A$$

/ /

أوجد وصفوفة الإدخال في البيان السابق :

أدرُ لنوجد وصفوفة القادر للبيان :

$$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad Q = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

المطلوب مايلي: ① أوجد منوامر وصفوفة الإدخال.

② تحقق من صحة مايلي : المصفوفة Q هي وصفوفة مربعة ، إن قيمة محدد المصفوفة Q لاتتغير عن قيمة محدد المصفوفة الناتجة عن المصفوفة Q بعد حذف سطر وعمود لهما نفس الدليل.

أي بأخذ المصفوفة Q_r ، نتجت لدينا من المصفوفة Q بحذف السطر r والعمود r " حذف سطر وعمود بنفس الدليل "

هل

$$\det Q \overset{??}{=} \det Q_r$$

انتهت.