المحاضرة الثامنة — منطق ترجيحي — 2016/4/14

سؤال دورة :

لتكن لدينا الحقائق التالية :

1. بعض المرضى تحب كل الأطباء .
2. جميع المرضى لا تحب الدجالين .

اثبت بطريقة نقض الفرض أنه لا يوجد طبيب دجال .

حيث : $P(x)$ تعني أن x مريض

$D(x)$ تعني أن x طبيب

$Q(x)$ تعني أن x دجال

$L(x,y)$ تعني أن x يحب y .

الحل:

* بعض المرضى تحب كل الأطباء :

$$\exists x : P(x) \wedge (\forall y : D(y) \Rightarrow L(x,y))$$

نحول إلى شكل العطف النظامي :

- حذف الاقتضاء : $\exists x : P(x) \wedge (\forall y : \neg D(y) \vee L(x,y))$
- حذف المكمم الوجودي : $P(M) \wedge (\forall y : \neg D(y) \vee L(M,y))$
- وضع مكمم الشمول في المقدمة : $\forall y\, (P(M) \wedge (\neg D(y) \vee L(M,y)))$
- حذف مكمم الشمول : $P(M) \wedge (\neg D(y) \vee L(M,y))$

وهي في شكل العطف النظامي .

$P(M)$

$\neg D(y) \vee L(M,y)$

* جميع المرضى لا تحب الدجالين :

$$\forall x\ \forall y\ [(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \neg L(x,y)]$$

نحول إلى شكل العطف النظامي :

- حذف الاقتضاء : $\forall x\ \forall y\ [\neg(P(x) \wedge Q(x)) \vee \neg L(x,y)]$
- النفي وقانونا دمورغان : $\forall x\ \forall y\ [\neg P(x) \vee \neg Q(x) \vee \neg L(x,y)]$
- نحذف مكممات الشمول : $\neg P(x) \vee \neg Q(x) \vee \neg L(x,y)$

وهي في شكل العطف النظامية .

المطلوب لا يوجد طبيب دجال:

$\neg(\exists x : D(x) \wedge Q(x))$

نفي المطلوب: $\exists x : D(x) \wedge Q(x)$

حذف محكم الوجود: $D(A) \wedge Q(A)$ ومنه:

$\boxed{D(A)}$

$\boxed{Q(A)}$

أصبحت لدينا الحقائق التالية: وذلك بعد تغيير أسماء المتحولات نحصل على متحولات مختلفة لكل

$P(M)$

$\neg D(y_1) \vee L(M,y_1)$

$\neg P(x) \vee \neg Q(y_2) \vee \neg L(x,y_2)$

$D(A)$

$Q(A)$

نطبق الآن تقنية الحل:

$\boxed{\neg D(y_1) \vee L(M,y_1)}$ $\boxed{D(A)}$

y_1/A

$L(M,y_1)$ $\boxed{\neg P(x) \vee \neg Q(y_2) \vee \neg L(x,y_2)}$

y_2/A
x/M

$\neg P(M) \vee \neg Q(A)$ $\boxed{P(M)}$

$\neg Q(A)$ $\boxed{Q(A)}$

Null

وصلنا إلى تناقض وبالتالي لا يوجد طبيب دجال.

سؤال دورة امتحانية 2013 - 2014 :

لتكن لدينا الحقائق التالية:

• كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد.

. كل شخص محظوظ يربح اليانصيب .

. كل شخص محظوظ ينجح في كل المواد .

. رامي (Rami) شخص محظوظ .

المطلوب : استخدم الحل بالنقض لإثبات أن رامي شخص سعيد .

وذلك باستخدام القضايا التالية :

$Pass(x,y)$ تعني أن x ينجح في المادة y

$win(x, Lottery)$ تعني أن x يربح اليانصيب

$Happy(x)$ تعني أن x شخص سعيد

$Lucky(x)$ تعني أن x شخص محظوظ .

الحل :

* كل من ينجح في مادة الرياضيات ويربح اليانصيب هو شخص سعيد :

$$\forall x \left(Pass(x, Math) \wedge win(x, Lottery) \right) \Rightarrow Happy(x)$$

تحويلها إلى شكل العطف النظامي :

$$\forall x \left(\neg (Pass(x, Math) \wedge win(x, Lottery)) \vee Happy(x) \right)$$

النفي وقانون دمورغان :

$$\forall x \left(\neg Pass(x, Math) \vee win(x, Lottery) \vee Happy(x) \right)$$

حذف تعميم الشمول :

$$\boxed{\neg Pass(x, Math) \vee win(x, lottery) \vee Happy(x)}$$

* كل شخص محظوظ يربح اليانصيب .

$$\forall x : Lucky(x) \Rightarrow win(x, lottery)$$

تحويلها إلى شكل العطف النظامي :

حذف الاقتضاء : $\forall x : \neg Lucky(x) \vee win(x, Lottery)$

حذف تعميم الشمول : $\boxed{\neg Lucky(x) \vee win(x, Lottery)}$

* كل شخص محظوظ ينجح من كل المواد :

$$\forall x \, \forall y \left(Lucky(x) \Rightarrow Pass(x, y) \right)$$

تحويلها إلى شكل العطف النظامي :

$$\forall x \, \forall y \left(\neg Lucky(x) \vee Pass(x, y) \right)$$

$\neg Lucky(x) \vee Pass(x, y)$

* رامي شخص محظوظ :

$Lucky(Rami)$

المطلوب اثبات أن رامي شخص سعيد :

$Happy(Rami)$

ننفي الطلب فنحصل على : $\neg Happy(Rami)$

قبل تطبيق الحل نقوم بإعادة تسمية المتحولات بحيث يصبح لكل صيغة متحولاتها الخاصة فتكون لدينا الحقائق الآتية :

$\neg Pass(x_1, Math) \vee \neg win(x_1, Lottery) \vee Happy(x_1)$

$\neg Lucky(x_2) \vee win(x_2, Lottery)$

$\neg Lucky(x_3) \vee Pass(x_3, y)$

$Lucky(Rami)$

$\neg Happy(Rami)$

نطبق الآن تقنية الحل :

$\neg Happy(Rami)$ $\quad$ $\neg Pass(x_1, Math) \vee \neg win(x_1, Lottery) \vee Happy(x_1)$

$x_1 / Rami$

$\neg Pass(Rami, Math) \vee \neg win(Rami, Lottery)$ $\quad$ $\neg Lucky(x_2) \vee win(x_2, Lottery)$

$x_2 / Rami$

$\neg Pass(Rami, Math) \vee \neg Lucky(Rami)$ $\quad$ $\neg Lucky(x_3) \vee Pass(x_3, y)$

$x_3 / Rami$
$y / Math$

$\neg Lucky(Rami)$ $\quad$ $Lucky(Rami)$

Null

سؤال دورة فصل أول 2015 - 2016 .

لتكن لدينا الحقائق التالية :

سامي (Sami) موسيقي

رامي (Rami) مدرس وهو أخ لبسام (Bassam)

بسام إما موسيقي أو مدرس وهو أخ لسامي

استخدم الحل بالنقض لإثبات أنه يوجد مدرس أخ لموسيقي.

وذلك باستخدام القضايا التالية:

$Musician(x)$: x موسيقي

$Teacher(x)$: x مدرس

$brother(x,y)$: x أخ لـ y.

الحل:

* سامي موسيقي: $\boxed{Musican(Sami)}$
* رامي مدرس وهو أخ لبسام: $Teacher(Rami) \wedge brother(Rami, Bassam)$

ومنه: $\boxed{Teacher(Rami)}$ $\boxed{brother(Rami, Bassam)}$

* بسام إما موسيقي أو مدرس وهو أخ لسامي.

$Musican(Bassam) \vee Teacher(Bassam)) \wedge brother(Bassam, Sami)$

ومنه: $\boxed{Musican(Bassam) \vee Teacher(Bassam)}$ $\boxed{brother(Bassam, Sami)}$

المطلوب إثبات أنه يوجد مدرس أخ لموسيقي.

$\exists x \, \exists y : Teacher(x) \wedge Misican(y) \wedge brother(x,y)$

$\exists(x,y)$

ننفي الطلب:

$\neg \left(\exists(x,y) : Teacher(x) \wedge Misican(y) \wedge brother(x,y) \right)$

$\forall(x,y) : \neg Teacher(x) \vee \neg Misican(y) \vee \neg brother(x,y)$

نحذف مكمم الشمول: $\boxed{\neg Teacher(x) \vee \neg Misican(y) \vee \neg brother(x,y)}$

نطبق الآن تقنية الحل:

¬Teacher(x) ∨ ¬Musican(y) ∨ ¬brother(x,y)   brother(Bassam, Sami)

x/Bassam
y/sami

¬Teacher(Bassam) ∨ ¬Musican(sami)   Musican(sami)

¬Teacher(Bassam)   Musican(Bassam) ∨ Teacher(Bassam)

¬Teacher(x) ∨ ¬Musican(y) ∨ ¬brother(x,y)   Musican(Bassam)

y/Bassam

¬Teacher(x) ∨ ¬brother(x, Bassam)   Teacher(Rami)

x/Rami

¬brother(Rami, Bassam)   brother(Rami, Bassam)

Null