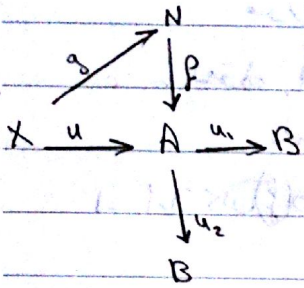


النواة:

تذكره بالترتيب:



(1) نواة (N, f) المورفيزمين u_1, u_2 إذا حققت: $u_1 \circ u = u_2 \circ u$ ولأجل كل مورفيزم $f: X \rightarrow A$ يحققه: $f \circ g = u$

(2) إذا وجد لأجل كل مورفيزم $f: X \rightarrow A$ $u_1 \circ u = u_2 \circ u$ $g: X \rightarrow N$ يحققه: $f \circ g = u$

$f \circ g = u$

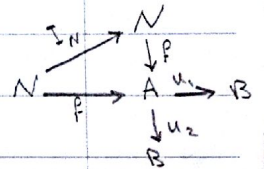
$u_1 \circ u = u_2 \circ u$

عندئذ:

نتيجة:

إذا كانت (N, f) نواة المورفيزمين u_1, u_2 عندئذ: $u_1 \circ f = u_2 \circ f$

البرهان:



لما كانت (N, f) نواة المورفيزمين u_1, u_2

ولأنه لأجل $f: N \rightarrow A$ يوجد $I_N: N \rightarrow N$ يحققه:

$f \circ I_N = f$

من الشرط (2) يكون: $u_1 \circ f = u_2 \circ f$

مبرهنة:

ليكن $u_1, u_2: A \rightarrow B$ مورفيزمين للفئة f .

إذا كانت كل من (N, μ) و (M, f) نواة المورفيزمين u_1, u_2

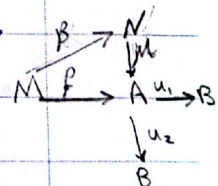
عندئذ يوجد المورفيزم $\alpha: N \rightarrow M$ بحيث $f \circ \alpha = \mu$

البرهان:

لما كانت (M, f) نواة المورفيزمين u_1, u_2 فإن: $u_1 \circ f = u_2 \circ f$

وصف التعريف يوجد مورفيزم $\beta: M \rightarrow N$ يحققه:

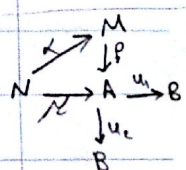
$f \circ \beta = f$



من جهة أخرى لما كانت (N, μ) نواة المورفيزمين u_1, u_2 فإن: $u_1 \circ \mu = u_2 \circ \mu$

وصف الشرط الأول يوجد مورفيزم $\alpha: N \rightarrow M$ يحققه:

$f \circ \alpha = \mu$

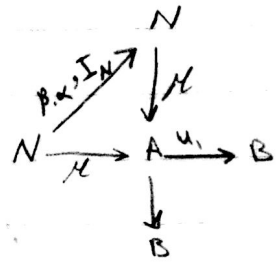


$$\mu = p \cdot \alpha = (\mu \cdot \beta) \cdot \alpha = \mu \cdot (\beta \cdot \alpha)$$

$$f = \mu \cdot \beta = (p \cdot \alpha) \cdot \beta = p \cdot (\alpha \cdot \beta)$$

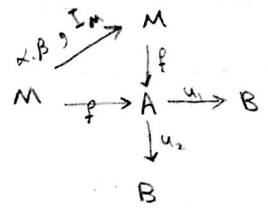
وصف التعريف نجد أن:

$$\beta \cdot \alpha = I_N$$



وجد مورفيزم يملأ المساحة ببقية وكان حسب التعريف يجب أن يكون المورفيزم وجد ومنه فإن $\beta \cdot \alpha = I_N$

$$\alpha \cdot \beta = I_M$$



وهذا يبين أن α المورفيزم

بقية علينا اثبات الوضعية الوضعية تحقق

لأن α هو مورفيزم وجد يحقق أن $f \cdot \alpha = \mu$

مبرهنة: إذا كانت (N, f) نواة المورفيزم $A \xrightarrow{u_1, u_2} B$ عندئذ:

f مورفيزم وبالتالي N هي جزئية من A .

البرهان:

لدينا: $f: N \rightarrow A$

حيث يكون f مورفيزم لنبرهن على أن التطبيق:

$$\alpha: f(x, N) \rightarrow f(x, A)$$

$$\alpha(\lambda) = f \cdot \lambda$$

متباينة وذلك أي كان $x \in \text{ob}(f)$

لكن $w_1, w_2 \in f(x, N)$ حيث:

$$\alpha(w_1) = \alpha(w_2)$$

$$f \cdot w_1 = f \cdot w_2$$

لما كان f نواة المورفيزم u_1, u_2 فإن: $u_1 \cdot f = u_2 \cdot f$

$$u_1 \cdot (f \cdot w_1) = (u_1 \cdot f) \cdot w_1$$

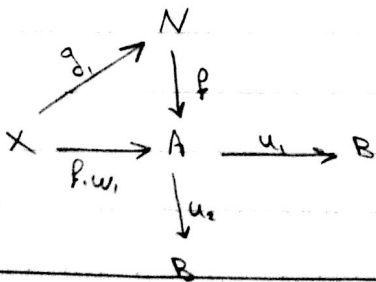
ومنه:

$$= (u_2 \cdot f) \cdot w_1 = u_2 \cdot (f \cdot w_1)$$

وصف التعريف يوجد مورفيزم $\varphi: X \rightarrow N$ وحيث:

$$f \cdot \varphi = f \cdot w_1 = f \cdot w_2$$

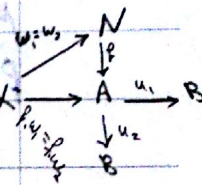
حيث:



ولما كان (N, P) نواة f نجد أن $w_1 = w_2$

وهذا يعني أن α متباينة

وبالتالي f مونومورفيزم



مبرهنة:

لتكن f فئة و $u_1, u_2: A \rightarrow B$ مورفيزمين للفئة f

عندئذٍ إذا كان $x \in \text{ob}(f)$ يوجد إلى x تمعبا شر:

$$F: f \rightarrow \text{sets}$$

$$F(x) = \{f : f \in f(x, A), u_1 \circ f = u_2 \circ f\}$$

البرهان: واضح أن f تطبيق أشياء

ليكن $w: N \rightarrow M$ مورفيزم للفئة f

$$F(w): F(M) \rightarrow F(N)$$

$$\forall \lambda \in F(M), F(w)(\lambda) = \lambda \cdot w$$

$$\lambda: M \rightarrow A, u_1 \circ \lambda = u_2 \circ \lambda, \lambda \cdot w \in f(N, A)$$

واضح أن:

وأن:

$$u_1(\lambda \cdot w) = (u_1 \circ \lambda) \cdot w = (u_2 \circ \lambda) \cdot w = u_2(\lambda \cdot w)$$

وهذا يعني أن $\lambda \cdot w \in F(N)$

ليكن $w_1, w_2: N \rightarrow M$ بحيث $w_1 = w_2$

$$F(w_1)(\lambda) = \lambda \cdot w_1$$

$$F(w_2)(\lambda) = \lambda \cdot w_2$$

$$\boxed{\forall \lambda \in F(M)}$$

ومنه: $\lambda \cdot w_1 = \lambda \cdot w_2$ أي:

$$F(w_1)(\lambda) = F(w_2)(\lambda)$$

$$\Rightarrow F(w_1) = F(w_2)$$

$$F(I_N): F(N) \rightarrow F(N)$$

$$\forall \mu \in F(N) = f(N, A)$$

$$u_1 \circ \mu = u_2 \circ \mu$$

$$F(I_N)(\mu) = \mu \cdot I_N = \mu$$

وهذا يبين أن: $F(I_N) = I_{F(N)}$

ليكن $\varphi: N \rightarrow M \xrightarrow{\psi} K$ مورفيزمين للهيئة f

$$\varphi \cdot \psi: N \rightarrow K$$

$$F(\varphi \cdot \psi): F(N) \rightarrow F(K)$$

$$\forall \alpha \in F(N)$$

$$F(\varphi \cdot \psi)(\alpha) = \alpha \cdot (\varphi \cdot \psi) = (\alpha \cdot \varphi) \cdot \psi$$

$$F(\psi): F(M) \xrightarrow{f(M,A)} F(K)$$

ولدينا أيضا:

$$\alpha \cdot \varphi \in f(M, A)$$

لأن $\alpha \in F(N)$ فإن $\alpha \in f(K, A)$

$$u_1 \cdot \alpha = u_2 \cdot \alpha$$

$$(u_1 \cdot \alpha) \cdot \varphi = (u_2 \cdot \alpha) \cdot \varphi$$

$$u_1 \cdot (\alpha \cdot \varphi) = u_2 \cdot (\alpha \cdot \varphi)$$

وهذا يبين أن $\alpha \cdot \varphi \in f(M, A)$

$$F(\psi)(\alpha \cdot \varphi) = (\alpha \cdot \varphi) \cdot \psi$$

ومن هنا

وبالتالي:

$$F(\varphi \cdot \psi)(\alpha) = F(\psi)(\alpha \cdot \varphi)$$

$$F(\varphi \cdot \psi): F(N) \rightarrow F(K)$$

$$\alpha \in F(N)$$

$$F(\varphi)(\alpha) = \alpha \cdot \varphi$$

$$F(\varphi \cdot \psi)(\alpha) = F(\psi)(\alpha \cdot \varphi) = F(\psi)(F(\varphi)(\alpha)) = F(\psi) \cdot F(\varphi)(\alpha)$$

$$F(\varphi \cdot \psi) = F(\psi) \cdot F(\varphi)$$

ومن هنا نجد أن f دالية غير ضابطة.

انتبهوا! الخاصية الجارية
كيفية