الأربعاء ٦/٤/٢٠١٦ المحاضرة الأولى

* إذا كان 0.05 من إنتاج مصنع معيب من المصنع، اخترنا عشوائياً 10 قطع من إنتاج هذا المصنع، عين احتمال الحصول على قطعة جيدة الصنع على الأقل.

الحل: قطعة من المصنع عند اختيار تجربة عشوائية برنولية.

بسيط / مركب — فشل / نجاح

احتمال النجاح $p = 0.95$ $n = 10$

$X \geq 1$ $(X=1, X=2, \ldots, X=10)$.

إن القطعة من المصنع إما أن تكون معيبة أو تكون جيدة فنحن أمام تجربة برنولية وسيطها $p=0.95$ احتمال أن تكون القطعة جيدة.

ما إذا كررنا التجربة 10 مرات نحن أمام تجربة حدانية وسيطها $n=10, p=0.95$

نفرض X: عدد القطع الجيدة الصنع، نكون

$X \sim Bin(n=10, p=0.95)$.

ويكون له الكثافة الاحتمالية التالية:

$f_X(x) = P(X=x) = C^n_x p^x q^{n-x}$

$P(X=x) = C^{10}_x (0.95)^x (0.05)^{10-x}$ $x=0,\ldots,10$

الاحتمال المطلوب: $P(X\geq 1) = 1-P(X<1) = 1-P(X=0)$

قطع غير موجودة بالجسم

$= 1 - C^{10}_0 (0.95)^0 (0.05)^{10-0}$ يدل أنه حدث شبه مؤكد

$= 1-(0.05)^{10} = 1-9.7\times 10^{-14} \simeq 1$

---

* ينقطع خط نسيج وسطياً 0.375 مرة كل ساعة عمل. أوجد احتمال أن يكون عدد انقطاعات X خط النسيج محصوراً بين 2 و4 مرات خلال 8 ساعات عمل؟

الحل: التجربة ثنائية برنولية لأنه ينقطع الخط أو لا ينقطع وهذه التجربة مكررة $n=8$ مرات بشكل مستقل وبالتالي تكون تجربة حدانية ثنائية برنولية $n=8$ و $p=0.375$ وسيطاها

$n \cdot p = 8(0.375) = 3 < 5$ نستطيع تقريباً هذا التوزيع إلى توزيع بواسون بالوسيط $\lambda = n.p = 3$

X: عدد مرات انقطاع خط النسيج

$X \sim poiss(\lambda = n.p = 3)$ تكون

دالة كثافته الاحتمالية:

$f_X(x) = P(X=x) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!}$ $x=0,1,\ldots$

الاحتمال المطلوب: $P(2 \leq X \leq 4) = P(X=2)+P(X=3)+P(X=4) = e^{-3}\cdot\dfrac{3^2}{2!} + e^{-3}\dfrac{3^3}{3!} + e^{-3}\cdot\dfrac{3^4}{4!}$

$= 0.224 + 0.224 + 0.168 = 0.616$

---

* يجب أخذ أنواع الصواريخ هدف باحتمال 0.4 ما هو عدد الصواريخ اللازم إطلاقها نحو طائرة بحيث يكون احتمال إصابتها لا يقل عن 85%.

الحل:

X عدد مرات إصابة الصاروخ.

$P(X \geq 1) \geq 0.85$

$\Rightarrow 1 - P(X<1) \geq 0.85$

$\Rightarrow P(X=0) < 1-0.85$

$\Rightarrow C^n_0 (0.4)^0 (0.6)^{n-0} < 0.15 \Rightarrow (0.6)^n \leq 0.15$

$\Rightarrow n\ln(0.6) \leq \ln(0.15) \Rightarrow n \geq \dfrac{\ln(0.15)}{\ln(0.6)}$

$\Rightarrow n \geq 3.71 \Rightarrow n \simeq 4$

الأربعاء ١٣/٤/٢٠١٦م — المحاضرة الثانية

* إذا كان متوسط القطر الداخلي في عينة من 200 قرص دائري من إنتاج آلة معينة هو (5.02 mm) والانحراف المعياري (0.05 mm) والهدف من استخدام هذه الأقراص يسمح بانحراف في القطر من (4.96 mm) إلى (5.08 mm) وفيما عدا ذلك تعد الأقراص معيبة. عين النسبة المئوية للأقراص المعيبة من إنتاج هذه الآلة مفترضاً أن الأقطار تتوزع توزيعاً طبيعياً.

الحل: $\mu = 5.02mm$, $\sigma = 0.05mm$

X : هو القطر الداخلي للقرص الدائري

$4.96 < X < 5.08$ → الأقراص الصالحة

$X \sim N(5.02, (0.05)^2)$ يدل على القطر الداخلي

$1 - p(4.96 < X < 5.08)$ → نسبة المعيبة — نسبة الصالح

$p(4.96 < X < 5.08) = p\left(\frac{4.96-5.02}{0.05} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{5.08-5.02}{0.05}\right)$

$= p(-1.2 < Z < 1.2) = p(Z < 1.2) - p(Z < -1.2)$

$= \phi(1.2) - \phi(-1.2) = \phi(1.2) - 1 + \phi(1.2)$

$= 2\phi(1.2) - 1 = 2(0.8849) - 1 = 0.7698$

لذلك نسبة الأقراص الدائرية الصالحة هي 77% ونسبة الأقراص الدائرية المعيبة هي $1 - 0.7698 = 0.23$

نسبة الأقراص المعيبة هي 23%

* معمل لإنتاج بطاريات السيارات 12 فولطاً تبين له نتيجة دراسة إحصائية أن متوسط أعمار البطاريات هي 1200 يوم، بانحراف معياري هو 50 يوماً. تريد الشركة المنتجة أن تقدم كفالة لكل إنتاجها من البطاريات بحيث لا يزيد عن 10% من البطاريات تلف من انتهاء مدة الكفالة. كم يجب أن تكون مدة الكفالة إذا علمت أن أعمار البطاريات تتوزع توزيعاً طبيعياً.

الحل: X يدل على أعمار البطاريات

x يدل على مدة الكفالة

$X \sim N(1200, 2500)$

$p(X < x) \leq \frac{10}{100}$ → احتمال التلف من انتهاء الكفالة

احتمال التلف خلال فترة الكفالة

$p\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{x-1200}{50}\right) \leq 0.1$

$\Rightarrow p\left(Z < \frac{x-1200}{50}\right) < 0.1$ → غير موجودة — نحو السالب

$\Rightarrow \phi\left(\frac{x-1200}{50}\right) \leq 1 - 0.9$

$\Rightarrow \phi\left(\frac{x-1200}{50}\right) \leq 1 - \phi(1.28) < \phi(-1.28)$

$\Rightarrow \frac{x-1200}{50} < -1.28$

$\Rightarrow x < 1200 + 50(-1.28)$

$\Rightarrow x < 1200 + 64 = 1136$

$\Rightarrow x < 1136$ → أكبر مدة للكفالة

مقدارها فإن التلف يزيد عن 10%