من المحاضرة الخامسة عشرة من نظرية الألعاب :

من الأمثلة عند تشكيل القيود يكون التحرك على الأعمدة وليس على الأسطر و ذلك لأن الشرط هو :

$$P_1 a_{1j} + P_2 a_{2j} + \dots + P_m a_{mj} \geq V$$

عندما تتحول قيم j بين m,...,1 تصبح الشروط :

$$P_1 a_{11} + P_2 a_{21} + \dots + P_m a_{m1} \geq V$$

$$\vdots$$

ثم نقسم على V فيصبح لدينا :

$$a_{11} x_1 + a_{21} x_2 + \dots + a_{m1} x_m \geq 1$$

$$\vdots$$

عندما نبدل دليل الأسطر ففي هذه الحالة نكون قد أجرينا التحريك على الأعمدة .

فمثلاً إذا أخذنا المصفوفة :

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	2	5	4
A_2	3	7	2

عندئذٍ تكون القيود المشكلة للنموذج الرياضي هي :

$$2x_1 + 3x_2 \geq 1$$

$$5x_1 + 7x_2 \geq 1$$

$$4x_1 + 2x_2 \geq 1$$

بحيث : $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

ففي المثال الذي ورد معنا من مسألة التسليح و التشويش :

كان لدينا المصفوفة :

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	0.8	0.2	0.4
A_2	0.4	0.5	0.6
A_3	0.1	0.7	0.3

ضربنا عناصر هذه المصفوفة بالعدد 10 وذلك ليسهل التعامل معها فنحصل على المصفوفة :

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	8	2	4
A_2	4	5	6
A_3	1	7	3

عند أخذ النموذج الرياضي بالنسبة لـ A يكون لدينا على الشكل التالي:

هنا ورد خطأ في القيود في المحاضرة الخامسة عشرة وهذا هو التصحيح !

$$L = x_1 + x_2 + x_3 \longrightarrow Min$$

$$8x_1 + 4x_2 + x_3 \geqslant 1$$

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 \geqslant 1$$

$$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \geqslant 1$$

بحيث $x_1, x_2, x_3 \geqslant 0$

بناء النموذج دائماً يكون على الشكل الآتي:

نفرض $x_i = \frac{P_i}{V'}$ حيث

حيث: $\sum_{i=1}^{m} P_i = 1$

إذا لم نجري تغيير نضع .. $x_i = \frac{P_i}{V}$

$V' = \frac{V}{m}$ بسبب التغيير الذي أجريناه سابقاً في حالة الضرب

$$x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_m = \frac{1}{V'}$$

$$V' \longrightarrow Max$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V'} \longrightarrow Min$$

سنعود إلى ما كنا قد بدأناه من مسألة اتخاذ القرار:

Scanned by CamScanner

3) اتخاذ القرار في حالة المخاطرة :

سنعالج في هذه الفقرة كيفية التوصل إلى القرار المناسب عندما تكون حركة حالات الطبيعة عشوائية وخاضعة لتوزيع احتمالي معين ولكن ذلك التوزيع قد لا يكون معروفاً تماماً بل يكون توزيعاً مفترضاً من قبل الخبراء أو صانع القرار .

لذلك فإن هذا الأمر يتضمن مخاطرة كبيرة تنعكس آثارها على القرار نفسه .

إن عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة تعتمد على ثلاث قواعد هي :

١) قاعدة مستوى الطموح :

تستهدف هذه القاعدة إلى تحقيق مستوى معين من الربح يطمح إليه صانع القرار أو التوقف عند مستوى خسارة معين لا يرغب بتجاوزه صانع القرار .

مثال : إذا كان مستوى طموح صانع القرار في مثالنا السابق الذي مصفوفته ممثلة كما يلي :

البدائل \ حالات الطبيعة	θ_1	θ_2	θ_3
a_1	100	200	300
a_2	-300	150	600
a_3	130	200	400
a_4	160	300	200

آ. ألا يقل الربح عن 400

ب. ألا تزيد الخسارة عن 100 .

نقرأ كل سطر من الأسطر وذلك لأن السطر هو بديل أقرأ السطر الأول إذا لم يحقق لي مستوى طموحي استبعده و انتقل إلى السطر الذي يليه وهكذا...... ((أي يجب أن يحوي قيماً من 400 وفوق))

من خلال دراسة عناصر الأسطر من الجدول نلاحظ أن سطر البديل a_1 لا يوجد فيه عنصر يحقق مستوى طموح صاحب القرار من الربح لذلك يستبعد هذا البديل .

سطر البديل a_2 يوجد فيه عنصر يحقق مستوى طموح صاحب القرار من الربح وهو 600 .

سطر البديل a_3 يوجد فيه عنصر يحقق مستوى طموح صاحب القرار من الربح هو 400

سطر البديل a_4 لا يوجد فيه عنصر يحقق مستوى طموح صاحب القرار من الربح لذلك يستبعد هذا البديل .

وبذلك يكون البديلين a_2 , a_3 فقط يحققان مستوى طموح صاحب القرار من تحقيق ربح لا يقل عن 400 .

نعيد نفس الدراسة على الأسطر لتحديد الأسطر التي تحدد طموح صاحب القرار من الخسارة ندرس فقط الأسطر التي حققت مستوى الربح وهما سطرا البديلين a_2 , a_3 .

سطر البديل a_2 لا يحقق مستوى ذلك الطموح من الخسارة وبذلك يتم استبعاد البديل a_2 ويبقى لدينا البديل a_3 فقط لأنه يحقق مستوى طموح الربح ومستوى طموح الخسارة لصانع القرار : لذلك يكون البديل a_3 هو القرار المناسب حسب هذه القاعدة.
إذا لم يحقق جميع البدائل مستوى الربح والخسارة معاً نقول أنه لا يوجد بدائل تحقق مستوى طموح صاحب القرار.

2) قاعدة الحالة الأكثر احتمالاً «المنوال»:

تعتمد هذه القاعدة على التوزيع الاحتمالي لحركة حالات الطبيعة $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$
فإذا رمزنا للاحتمالات المقابلة لتلك الحالات كمايلي: $P_1, P_2, ..., P_n$
حيث: $P_j \geq 0$ $\quad \sum_{j=1}^{n} P_j = 1$

نقوم بدراسة قيم الاحتمالات ونختار أكبر هذه الاحتمالات:

$$\underset{j}{Max}[P_j] = P_s$$

عندها تكون الحالة الطبيعية θ_s هي الحالة الأكثر حدوثاً
ويمكن الاقتصار عليها أثناء الحساب.
وبذلك تؤول المسألة إلى مسألة اتخاذ القرار في حالة التأكد حيث نقوم باختيار أكبر القيم من العمود θ_s فتكون هذه القيمة مقابلة للقرار المناسب.

مثال:

البدائل \ حالات الطبيعة	θ_1	θ_2	θ_3
a_1	100	200	300
a_2	-300	150	600
a_3	130	200	400
a_4	160	300	200
	0.25	0.15	0.60

نضيف سطر الاحتمالات إلى الجدول
حيث تكون الاحتمالات معطية بنص المسألة

فيكون: $Max[0.25, 0.15, 0.60] = 0.60 = P_s$
ومنه: $\theta_3 = \theta_s$
نأخذ من عمود θ_3 أكبر قيمة وهي 600 ونلاحظ أنها مقابلة للبديل a_2
معنى ذلك أن البديل a_2 هو البديل المناسب لهذه المسألة.

ملاحظة: إن هذه المسألة تؤول إلى مسألة من حالة التأكد وذلك لأنه بعد اختيار θ_s يتم الاقتصار على عمود θ_s.

أي نمسح جميع الأعمدة من الجدول ونضع من الجدول فقط العمود Θ_3 ثم نختار من العمود Θ_3 أكبر قيمة ونوضح ذلك بالرسم :

البدائل \ حالات الطبيعة	Θ_3
a_1	300
$\boxed{a_2}$	$\boxed{600}$
a_3	400
a_4	200

3) قاعدة أكبر القيم المتوقعة :

تعتمد هذه القاعدة على حساب القيم المتوقعة للربح عند كل بديل a_i ثم اختيار أكبر تلك القيم واعتبار البديل المقابل لها هو بديل القرار المناسب .

حيث يتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل من العلاقة :

$$E(a_i) = \sum_{j=1}^{n} P_j \, x_{ij}$$

وبذلك يكون بديل القرار المناسب هو البديل الذي يحقق :

$$\underset{i}{Max}\left[E(a_i)\right] = E_k$$

فيكون : a_k هو القرار المناسب .

مثال : من المثال السابق :

البدائل \ حالات الطبيعة	Θ_1	Θ_2	Θ_3	$E(a_i)=\sum_{j=1}^{n} P_j x_{ij}$
a_1	100	200	300	$0.25 \times 100 + 0.15 \times 200 + 0.6 \times 300 = 235$
a_2	-300	150	600	$0.25 \times (-300) + 0.15 \times 150 + 0.6 \times 600 = 307.5$
a_3	130	200	400	$0.25 \times 130 + 0.15 \times 200 + 0.6 \times 400 = 302.5$
a_4	160	300	200	$0.25 \times 160 + 0.15 \times 300 + 0.6 \times 200 = 205$
	0.25	0.15	0.6	

نأخذ الاحتمال ونضربه بالقيمة المقابلة له بمصفوفة المدفوعات ثم نجمعهم

نأخذ أكبر قيمة من هذه القيم وهي : 307.5

فيكون : $E_k = E_2$

وبالتالي : $a_k = a_2$ هو البديل المناسب .

انتهت المحاضرة السابعة عشرة

هبة