عدد عناصر المجموعة الترجيحية :

لتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X حيث:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

عندئذٍ : $Card(A) = \mu_A(x_1) + \mu_A(x_2) + \dots + \mu_A(x_n)$

المجموعة الترجيحية الخالية :

تكون المجموعة الترجيحية A الجزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X ، مجموعة خالية ، إذا تحقق :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = 0$$

مثال: لتكن المجموعة الشاملة نسبياً : $X = \{1, 2, 3\}$

ولتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من X حيث : $A = \{\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}\}$

عندئذٍ A مجموعة ترجيحية خالية .

المجموعة الترجيحية الطبيعية :

تكون المجموعة الترجيحية A الجزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X ، مجموعة طبيعية ، إذا وجد على الأقل عنصراً $x \in X$ بحيث تكون درجة عضويته (انتماؤه) لـ A يساوي الواحد.

أي : $\exists x \in X : \mu_A(x) = 1$

حذف α (α-Cut) :

لتكن $\alpha \in]0,1]$ ، ولتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X ، عندئذٍ نرمز لحذف α للمجموعة A بالرمز A_α ، ويكون :

$$A_\alpha = \{x \in X : \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

مثال: لتكن المجموعة الترجيحية التالية:

$$A = \{\frac{1}{a}, \frac{0.3}{b}, \frac{0.2}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0}{e}\}$$

- إن المجموعة A هي مجموعة ترجيحية طبيعية لأنه: $\exists a \in X : \mu_A(a) = 1$
- إن المجموعة A ليست مجموعة ترجيحية خالية لوجود بعض العناصر $x \in X$ ودرجة انتماؤها إلى A لا يساوي الصفر .
- إن عدد عناصر المجموعة A يساوي :

$$Card(A) = 1 + 0.3 + 0.2 + 0.3 + 0 = 1.8$$

Scanned by CamScanner

- أمثلة على صنف α:

$$A_1 = \{a\}$$
$$A_{0.8} = \{a\}$$
$$A_{0.3} = \{a, b, d\}$$
$$A_{0.2} = \{a, b, c, d\}$$

بعض العمليات الحسابية على المجموعات الترجيحية:

لتكن A مجموعة ترجيحية من المجموعة الشاملة نسبياً X ، ولتكن α عدداً ما، عندئذٍ:

$$\alpha A = \left\{ \frac{\alpha . \mu_A(x)}{x} \; ; \; \forall x \in X \right\}$$

$$A^{\alpha} = \left\{ \frac{(\mu_A(x))^{\alpha}}{x} \; ; \; \forall x \in X \right\}$$

نطبق على المثال السابق:

$$0.5A = \left\{ \frac{0.5}{a}, \frac{0.15}{b}, \frac{0.1}{c}, \frac{0.15}{d}, \frac{0}{e} \right\}$$

$$A^2 = \left\{ \frac{1}{a}, \frac{0.09}{b}, \frac{0.04}{c}, \frac{0.09}{d}, \frac{0}{e} \right\}$$

قاعدة المجموعة الترجيحية:

لتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X،
نعرف قاعدة المجموعة الترجيحية A كالتالي:

$$\text{Support}(A) = \{ x \in X \; ; \; \mu_A(x) > 0 \}$$

نواة المجموعة الترجيحية:

لتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X،
نعرف نواة المجموعة الترجيحية A كالتالي:

$$\text{Core}(A) = \{ x \in X \; ; \; \mu_A(x) = 1 \}$$

Scanned by CamScanner

تطبيق على المثال السابق :

$Support(A) = \{a,b,c,d\}$

$Core(A) = \{a\}$

مثال : لتكن المجموعة الترجيحية التالية :

$$B = \left\{ \frac{0.6}{a}, \frac{0.9}{b}, \frac{0.1}{c}, \frac{0.3}{d}, \frac{0.2}{e} \right\}$$

$Support(B) = \{a,b,c,d,e\}$

$Core(B) = \{\} = \emptyset$

ملاحظة: كتابة خاطئة تحذف علامة السؤال: $\{\emptyset\}$

العلاقات الترجيحية :

تعريف : لتكن X , Y مجموعتين غير خاليتين ، عندئذٍ نعرف العلاقة الترجيحية R فيما بينهما بأنها مجموعة ترجيحية جزئية من $X \times Y$ (الجداء الديكارتي) ، كالتالي :

$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

بحيث يكون لكل زوج (x,y) من $X \times Y$ عدد يتراوح بين الصفر والواحد يقيس درجة العلاقة بين x , y وتعطى العلاقة الترجيحية على شكل مصفوفة قيمها من المجال $[0,1]$.

مثال: لتكن لدينا مجموعتان :

$X = \{John, Jim, Bill\}$

$Y = \{Fred, Mike, Sam\}$

$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

ولتكن لدينا العلاقة: التي تقيس مقدار التشابه بين الأشخاص (علاقة التشابه الترجيحي) والتي تمثل بالمصفوفة التالية :

R	Fred	Mike	Sam
John	0.2	0.8	0.5
Jim	0.9	0.3	0.0
Bill	0.6	0.4	0.7

Scanned by CamScanner

مثال: لتكن لدينا المجموعة $U=\{1,2,3\}$ ، ولنعرف عليها العلاقة الترجمية التالية:

« علاقة التساوي تقريباً » كالتالي:

$$R: U \times U \longrightarrow [0,1]$$

$$R(u,v)=\begin{cases} 1 & ; u=v \\ 0.8 & ; |u-v|=1 \\ 0.3 & ; |u-v|=2 \end{cases}$$ حيث:

وبالتالي نحصل على المصفوفة التالية:

R	1	2	3
1	1	0.8	0.3
2	0.8	1	0.8
3	0.3	0.8	1

انتهت المحاضرة الخامسة عشرة

بحمد الله

Scanned by CamScanner