المحاضرة الخامسة

الرياضيات عند العرب المسلمين (٢)

- **الجبر عند العرب المسلمين:**

بعد مُطالعة تاريخ الجبر والحساب نجد أن للعلماء العرب المسلمين دوراً بارزاً في إرساء دعائم هذين العلمين، والجبر هو أحد فروع الرياضيات، وقد وجدت أصول هذا العلم في النصوص البابلية والإغريقية والهندية. ورغم معرفة هؤلاء لأصول هذا العلم إلا أنهم كانوا يجهلون الرموز الجبرية، وكانت طرائقهم معقدة وغير موحدة. ولم يصبح الجبر علما إلا بعد أن اشتغل به العرب المسلمون. وقد عرَّفه المؤرخ الشهير عبد الرحمن بن خلدون بـ "أنه صناعة يستخرج بها المجهول من المعلوم المفروض، إذا كان بينهما صلة تقضي بذلك". بينما عرَّفَه الكثير من علماء العرب المسلمين بأنه العلم الذي يحفظ توازن المعادلة، فهو علم المعادلات والنقل والاختزال. ويعد محمد بن موسى الخوارزمي مؤسساً لعلم الجبر ورائداً فيه. لم يكن علم الجبر حتى ذلك الوقت موضوعاً لأي دراسة منهجية جادة، وربما أمكن بطريقة غير مباشرة من الوصول إلى النصوص البابلية القديمة الخاصة بهذا العلم، من خلال الكتاب العبري المعروف باسم "ميشنات هاميدوت" Mishnat ha- Middot. وكما اقترنت الهندسة باسم إقليدس، فقد اقترن الجبر باسم الخوارزمي. وكان الجبر هو الميدان الذي عمل فيه الخوارزمي حتى أن كلمة الجبر Algebra مشتقه من أحد مؤلفاته (كتاب الجبر والمقابلة) ومنه انتقلت إلى كافة اللغات الأوربية الحديثة. واشتغل فيه عددٌ آخرٌ من علماء العرب المسلمين نذكر منهم: أبو كمال شجاع بن أسلم الحاسب المصري، وسنان بن الفتح الحراني الحاسب، وأبو عبد الله محمد بن عيسى الماهاني، والصابئ ثابت بن قرة الحراني. وحاجة الجبر عند المسلمين كانت ضرورية لتقسيم الميراث والتركات. وعندما بدأ العرب يشتغلون فيه كانوا يسعون إلى تفسير العمليات الجبرية بأساليب هندسية متأثرين بمن سبقهم من الإغريق، ولكن هذا الأسلوب بدأ يضعف مما أدى إلى تطوير أساليب المعالجة الجبرية البحتة.

أما بالنسبة للمعادلات فإن حل التكعيبية منها بوساطة قطوع المخروط يعتبر من أعظم الأعمال التي أسهم فيها الرياضيون العرب من خلال النظريات التي وضعوها، وقد تبين أنهم من خلال جملة

المسائل التي وردت في تمريناتهم التطبيقية .كانوا يعرفون حل المعادلات من الدرجة الثانية، وهم الذين تحققوا من الحالة التي يكون فيها الحل مستحيلاً في نطاق الأعداد الحقيقية. عني الرياضيون العرب أيضاً بالجذور الصّماء، وبحثوا في نظرية (ذات الحدين) التي يمكن بوساطتها رفع المقدار الجبري ذو الحدين إلى قوة معلومة أُسّها عدد صحيح موجب، وكان الخوارزمي أول من استعمل كلمة (أصم) للإشارة إلى العدد الذي لا جذر له، كما أوجد العرب عدة طرائق لإيجاد قيم تقريبية للأعداد التي ليس لها جذور، وكانوا كذلك أول من استعان بالهندسة لحل المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية.

كما توصّل الرياضيون العرب إلى طرائق ميسّرة لإجراء شتى العمليات الحسابية، فاستخدموا في القسمة والضرب طرائق عدة يكاد بعضها يطابق ما هو مستخدم اليوم، وفي الضرب ابتكروا طرائق مختلفة تشوب بعضها الطرافة، أطلقوا عليها اسم رياضيات التسلية عند العرب، ومعظم كتب الحساب التطبيقية زاخرة بالأمثلة والتمارين الرياضية التي كانت تتناول مسائل واقعية كان معمولاً بها آنذاك. ومما يشار إليه أن العرب أيضاً استخرجوا المجاهيل العددية. وقد عرف العلماء العرب المتواليات الحسابية بأنواعها فذكروا قوانين خاصة لجمعها.

- **الأرقام والكسور العشرية عند العرب المسلمين:**

أما بالنسبة للأرقام العربية فقد قامت على النظام العشري وعلى النظام الكسري الذي أوجده العرب واستخدموه في حساباتهم ومعاملاتهم مبكراً. وانتقل الصفر إلى العربية عن طريق الإغريق (وربما الهنود)، وكان العرب يرسمونه على هيئة حلقة بداخلها فراغ، وهو شكل أصبح يدل على الصفر في أوروبا في ما بعد. وباستخدام الأرقام والصفر صار حل المسائل الحسابية وتدوين الكسور العشرية والعادية وبناء المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات سهلا. والعرب هم أول من استعمل الكسور العشرية، حيث وضع أبو الحسن أحمد بن إبراهيم الإقليدي كتاب (الفصول في الحساب الهندي) سنة ٩٥٢م، وعالج فيه الكسور العشرية، وفصل المنازل الكسرية عن الصحاح بعلامة على اليمين، مثلاً: (٣٥') تعني (٣،٥)، ثم قام غياث الدين بن مسعود الكاشي (ت١٤٢٤م) بالكتابة عنها من جديد في القرن الخامس عشر الميلادي، وقد وردت النسبة التقريبية TT في كتابه (الرسالة المحيطة) بالكسر العشري، وقد ترك الكاشي فراغاً بين العدد الصحيح والكسر العشري، كما أدخل في كتابه (مفاتيح الحساب) فصولاً عن الكسور الستينية والعشرية واستعمالاتها وسماها الكسور الأعشارية.

- **الهندسة عند العرب المسلمين:**

أصل المصطلح فارسي (أندازة) ثم تم تعريبه إلى هندسة، والمعروف أن العرب اهتموا بالهندسة لأنها تفيد صاحبها في إضاءة عقله واستقامة فكره، ولأن براهينها كلها بينة الانتظام جلية الترتيب. لا يكاد يدخل الغلط أقيستها لترتيبها وانتظامها. وقد بنى العرب في هذا العلم على ما نقلوه من اليونان، وبما أن العرب حينذاك كانوا يميلون إلى الجانب التطبيقي في تناولهم المعارف أكثر من الجانب النظري، فقد خرجوا بالهندسة النظرية اليونانية إلى المجال العملي التطبيقي، وقسموا الهندسة إلى قسمين :عقلية وحسية؛ فالعقلية هي النظرية التي ألحقوها بالفلسفة، والتي لا يعمل بها إلا الحكماء الراسخون في الرياضيات البحتة، وأبدع فيها علماء اليونان، في حين برع العرب في الهندسة الحسية التطبيقية التي ظهرت إبداعاتهم فيها من خلال فن العمارة.

كان أهم مرجع لديهم كتاب إقليدس الذي ترجم ثلاث مرات؛ على يد كل من حنين بن إسحاق، وثابت بن قره، ويوسف بن الحجاج تحت عنوان (الأصول وكتاب أقليدس)، ثم اختصره عدة علماء من بينهم ابن سينا وابن الصلت، وفي مرحلة أخرى ألّف العرب على نسقه، وأضافوا عليه كما فعل ابن الهيثم والكندي ومحمد البغدادي. وترجموا كتاب الأركان؛ ويشتمل على خمسة عشر مقال، منها أربعة في السطوح وثلاثة في العدد وخمسة في المجسمات، وألف العرب كتاباً على نسقه وأدخلوا تمارين جديدة لم يعرفها القدماء. كما وضع المسلمون أسس الهندسة التحليلية، ومهدوا لنشأة علم التفاضل والتكامل. وأدخلوا الخط المماس على حساب المثلثات، وتوصلوا إلى حل المعادلات المكعبة، وأنشأوا النظريات الأساسية لحل مثلثات الأضلاع، وعرفوا الكسور، وتعرفوا على الكسور التربيعية والتكعيبية، وأحلوا الأرقام الهندسية محل الحروف لبساطتها. وتوصلوا إلى تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام وحساب نسبة محيط الدائرة إلى قطرها، ووضعوا أصولاً لرسم المضلعات المنتظمة.

كما أظهر الرياضيون العرب تفوقاً في الهندسة المستوية وخصوصاً (المتوازيات)، فعلى سبيل المثال لفت نصير الدين الطوسي الانتباه إلى نقص إقليدس في قضية المتوازيات، وقدم الأدلة المبنية على فروض في كتابه (الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية)، فيما استفاد ابن الهيثم من الهندسة المستوية والمجسمة في بحوثه عن الضوء، وتعيين نقطة الانعكاس في أحوال المرايا الكروية والأسطوانية والمخروطية والمحدبة والمقعرة، والوصول بالتالي إلى الحلول التي أرادها، مع تقديم البراهين الهندسية.

ومن الأمور التي عرفها الرياضيون العرب كذلك علم تسطيح الكرة الذي مكّنهم من نقل الخرائط من سطح الكرة إلى السطح المستوي، ومن السطح المستوي إلى السطح الكروي، وللعرب كتب ترجموها في هذا الفرع من الهندسة، مثل كتاب (تسطيح الكرة) لبطليموس، و(الكامل)، و(الاستيعاب)، و(دستور الترجيح في قواعد التسطيح). كما وضع العرب مصنفات كثيرة في المسائل الهندسية، وفي التحليل والتركيب الهندسي، وفي موضوعات ذات صلة مثل تقسيم الزاوية، ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية، ودرسوا المساحات في ثنايا المصنفات الرياضية باعتبارها فرعاً من الهندسة.

- **المثلثات عند العرب المسلمين**

عُرف علم المثلثات عند العرب باسم علم الأنساب، وقد أطلق عليه هذا الاسم لأنه يقوم على استخراج الأوجه المتعددة الناشئة عن النسبة بين أضلاع المثلث، ويعدّ هذا الفرع من الرياضيات علماً عربياً مثل الجبر، حيث يعود الفضل للعرب في وضعه مستقلاً عن الفلك، ولعل من أبرز ما أضافه الرياضيون العرب المسلمون إلى علم المثلثات؛ استعمالهم الجيب بدلاً من وتر ضعف القوس في قياس الزوايا، الأمر الذي أدى إلى تسهيل حل الكثير من المسائل الرياضية، كما استنبط الرياضيون العرب الظل في قياس الزاوية المفروضة بالضلع المقابل لها مقسوماً على الضلع المجاور.

- **حساب الأقواس عند العرب المسلمين:**

اخترع العرب حساب الأقواس التي كان من فوائدها تسهيل قوانين التقويم، والتخفيف من استخراج الجذور المربعة، كما كشفوا بعض العلاقات الكائنة بين الجيب والمماس والقاطع ونظائرها، وتوصلوا أيضاً إلى معرفة القاعدة الأساسية لمساحة المثلثات الكروية، والمثلثات الكروية المائلة الزاوية، ويُعتبر استعمال العرب المماسات والقواطع ونظائرها في قياس الزوايا والمثلثات نقلة هائلة في تطور العلوم، لأنه سهّل كثيرا من المسائل الرياضية المعقدة.

- **علماء الرياضيات عند العرب المسلمين:**

منذ نشوء علم الرياضيات اشتغل العلماء على تطويره، وقد اعترف التاريخ بالعديد من الأسماء التي تركت آثاراً مهمة على الرياضيات باعتبارها علماً، وعلى العالم المستفيد منها، ومن أهم مطوري الرياضيات عند العرب المسلمين: السموأل، وعبد الله الفزاري، والخوارزمي، والكندي، وأولاد موسى بن

شاكر، وشجاع بن أسلم، والبتاني، وثابت بن قرة، وسنان بن الفتح الحراني، وإبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة، والخازن، وأبو الوفاء البوزجاني، والكوهي، والخجندي، والمجريطي، والكرجي، وابن الهيثم، والبيروني، وعمر الخيام، وغيرهم كثير، وسنبدأ مع الفزاري:

❖ عبد الله الفزاري:

هو عبد الله محمد بن إبراهيم بن حبيب الفزاري، عالم فلكي ورياضي، ولد في الكوفة لأسرة عربية أصيلة، وتوفي حوالي ١٨٠هـ، تتلمذ على يدي أبيه أبي إسحاق إبراهيم الفزاري أحد كبار علماء الهيئة في عصره، هاجر إلى بغداد عام ١٤٤هـ ، ودرس السنسكريتية اللغة العلمية للهند، كما انضم إلى فريق الترجمة في بيت الحكمة الذي بناه أبو جعفر المنصور. هناك عكف على ترجمة العلوم الفلكية والرياضية من المصادر الهندية إلى اللغة العربية، كما كان لاطلاعه المباشر على العلوم الهندية في علم الفلك التجريبي أثر عليه في جعل هذا العلم يستند على الاستقراء والملاحظة الحسية لجميع الأرصاد التي تعلل حركات الكواكب والأجرام السماوية، فاستطاع صنع أول إسطرلاب في الإسلام. كان الفزاري من المغرمين بعلم الأرصاد لدرجة كبيرة حتى أنه نظم قصيدة في النجوم توحي بحبه الشديد لهذا الفن وصارت قصيدته وضرب مثل بين علماء العرب والمسلمين في مجال علم الفلك. عام ١٥٥هـ (٧٧٢م) جاءت بعثة من الهند ومعها كتاب (سدهانتا) الذي يضم معلومات ثمينة عن علم الهيئة، فترجمه وعدّله الفزاري بطلب من الخليفة المنصور، ثم عنونه بـ(السند هند الكبير)، ولم تكن الترجمة حرفية، بل قام بجمع كل معارف الهند من عدة مصادر، وأضاف إليها، وأصبح هذا الكتاب المرجع الأساسي الذي استخدمه العلماء في علم الفلك حتى أيام الخليفة العباسي المأمون، ثم قام الخوارزمي باختصار الكتاب إلى (السند هند الصغير)، بعد أن أضاف إليه معارف اليونان وغيرهم. وقد ترك الفزاري مؤلفات مهمة هامة في مجال علم الفلك منها: كتاب المقياس للزوال، والزيج، والعمل بالإسطرلاب ذات الحلق، العمل بالأسطرلاب المسطح.

❖ محمد بن موسى الخوارزمي

هو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي القرطبلي (٧٨٠-٨٥٠م)، وحسب الروايات أنه أسرته قد انتقلت من مدينة خوارزم في أوزبكستان الحالية إلى بغداد، عمل في مكتبة الحكمة وكلفه الخليفة المأمون بوضع خرائط الأرض عمل فيها أكثر من ٧٠ جغرافياً، كما عينه أيضاً على رأس خزانة كتبه،

وطلب منه جمع الكتب اليونانية وترجمتها، فاستفاد الخوارزمي من الكتب التي كانت متوافرة في مكتبة الخليفة، إذ درس الرياضيات والجغرافية والفلك والتاريخ، كما كان محيطاً بالمعارف اليونانية والهندية.

ويعتبر أول رياضي مسلم كبير؛ لأنه أول من نظم المعرفة الحسابية والجبرية بطريقة منطقية، كما فعل إقليدس بالنسبة لعلم الهندسة، ونحن مدينون له بمحاولة وضع تنظيم منهجي باللغة العربية لكل المعارف العلمية والتقويم. عُرف الخوارزمي عند الأوربيين باسم Algorismus، ونحن ندين له بالفظ الأسباني "غوارزمو" Guarismo الذي يعني الترقيم (أي الأعداد ومنازلها والصفر). وهذا اللفظ الإسباني يكتب باللغة الإنكليزية الكوريزم Algorism أو الكورثم Algorithm وهو مشتق من اسم الخوارزمي أيضا، كما ورد في الترجمة الطليطلية لمصنفه المعروف (كتاب الخوارزمي في الأرقام الهندية)، الذي كتبه في الأصل بعنوان (الجمع والتفريق بحساب الهند) وقد ضاع أصله.

وفي هذا الكتاب وضع الخوارزمي القواعد اللازمة لاستعمال الأرقام الهندية، التي تقابل الأرقام الغبارية Ghubar وأرقام التوثيق، والتي نسميها اليوم الأرقام العربية. وعن الخوارزمي أيضا أخذنا كتابة الأعداد على أساس المنازل (الخانات)، وقد ناقش الخوارزمي موضوع الصفر فقال: "عندما نطرح ولم يبقى شيء نكتب دائرة صغيرة بدلاً من أن يبقى المكان خالياً. والدائرة الصغيرة يجب أن تحتل المكان خشية أن يصبح لدينا عدد منازل أقل". كما ابتكر الخوارزمي علم الحساب (اللوغاريتمات) وعمل لها جدولاً تعرف باسمه.

وكان اجتماع علم الهندسة الإغريقية مع علم الحساب الهندي في عقل عبقري ونابغة كالخوارزمي المدخل إلى ميلاد علم الجبر، والحق أن الخوارزمي هو مبتكر الجبر، وكلمة الجبر التي انتقلت إلى كل اللغات الأوربية مأخوذة من أحد مؤلفاته (كما أسلفنا). وكان الجبر نظريةً موحدةً عالجت الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية والقيم الهندسية وغيرها كمركبات جبرية. ولقد أعطى علم الجبر للرياضيات مساراً تطورياً جديداً أكثر شمولاً مما كان معروفاً قبل ظهور الجبر. ومن المظاهر الهامة للجبر أنه سمح للرياضيات أن تطبق حقائقها على الرياضيات نفسها. وتعني كلمة الجبر نقل الكسر أو جبره واختزاله، بمعنى نقل الحدود السالبة إلى الجانب الآخر من المعادلة لجعلها جميعها موجبة. أما المقابلة فأنها تعني اختزال الحدود المتشابهة.

وقد ابتكر الخوارزمي الأساليب الجديدة في الوصول إلى المجهول بدلالة العلوم ليحقق طريقة ثابتة وعامة لحل المعادلات الجبرية من الدرجة الثانية، إلا أن طريقة الخوارزمي في العرض تختلف عن الطريقة التي وصل لها علم الجبر حالياً في التعبير عن المعادلات بالطريقة الرمزية. وعالج الخوارزمي العمليات الأربعة في الجبر (الجمع والطرح والضرب والقسمة). وعالج إدخال المقادير الجبرية تحت الجذر التربيعي، وإخراجها من تحت الجذر. وعالج مسائل هندسية عن المساحة والأخطاء في حسابها. وذكر قواعد تقسيم المواريث في الوصية وتناول ست مسائل منها.

وسنذكر هنا بعض القواعد الجبرية الموجودة في كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي، قاعدة التوزيع في الضرب، يقول الخوارزمي: "إذا كانت عقود ومعها آحاد أو مستثنى منها آحاد فلا بد من ضربها أربع مرات، العقود في العقود والعقود في الآحاد، والآحاد في العقود، والآحاد في الآحاد"، ولتوضيح هذه العبارة فإذا أدرنا أن نضرب على سبيل المثال ١٢ × ١١ فإن كل عدد منها يتحلل بالنسبة للخوارزمي إلى عقود وآحاد ويضرب بالطريقة التالية:

(١٠+٢٠) (١٠+١)= ١٠×١٠ + ١×١٠ + ١٠×٢ + ١×٢

ولم يقتصر تطبيق هذه القاعدة على الحساب بل عمل على تطبيقها على عمليات الجبر.

كما عرف الخوارزمي وحدات المساحة: مساحة السطوح مستقيمة الأضلاع، والأجسام والدائرة والقطعة، والهرم الثلاثي والرباعي والمخروط والكرة. وتعامل مع مسألة هيرون (من علماء رياضيات جامعة الإسكندرية القديمة) التي تعالج رسم مربع داخل مثلث متساوي الساقين قاعدته ١٢ وارتفاعه ٨ ووجد طول ضلعه. ودرس طريقة هيرون لإيجاد مساحة المثلث المتساوي الساقين، وتوصل إلى طريقة جديدة لإيجاد مساحة أي مثلث إذا عرف طول أضلاعه الثلاثة.

ومن أشهر مؤلفات الخوارزمي: كتاب الخوارزمي في الأرقام الهندية، وكتاب الجبر والمقابلة، وكتاب زيج الخوارزمي الأول، وكتاب زيج الخوارزمي الثاني، ورسالة عن النسبة التقريبية وقيمتها الرياضية، وكتاب الجمع والتفريق، وكتاب المعادلات. وكتاب مفاتيح العلوم الذي أفرد فيه باباً لأخبار التاريخ.

ولقد عمل الرياضيون الذين خلفوا الخوارزمي على تطبيق الحساب على الجبر وتطبيق الجبر على الحساب، وتطبيق الجبر على المثلثات، وتطبيق الجبر على نظرية إقليدس في الأعداد، وتطبيق الجبر على

الهندسة، وتطبيق الهندسة على الجبر، وقد قاد ذلك إلى جبر كثيرات الحدود، وتحليل التراكيب، والتحليل العددي، والحدود العددية للمعادلات، ومبادئ نظرية الأعداد، والإنشاءات الهندسية المكافئة للمعادلات.

❖ أبو يعقوب الكندي:

هو أبو يعقوب بن إسحاق الكندي (٨٠١-٨٧٣م) من قبيلة كندة العربية، كان موسوعي الثقافة، حتى أنه لقب بفيلسوف العرب. ودرس الثقافتين اليونانية والفارسية في بغداد والبصرة. وكان واسع الإطلاع على جميع العلوم؛ فقد كتب في الرياضيات والجغرافيا والطب والتاريخ وعلم الحيل وعلم الكلام. واشتغل في الترجمة حيث ترجم فلسفة أرسطو طاليس، وترجم كتب أخرى من اليونانية إلى العربية، وعمل في تهذيب ما ترجمه غيره، وكان له تلاميذ يترجمون تحت إشرافه.

لمع اسمه بالدرجة الأولى في الفلسفة والرياضيات والحساب، ويرى بأن الإنسان لا يكون فيلسوفاً إلا إذا درس الرياضيات المركبة. ومن أهم الموضوعات التي أشتغل بها؛ هي نظرية التوازي في الهندسة وأعطى مبرهنة ناقش فيها إمكانية رسم مستقيمين غير متوازيين وغير متقاطعين في المستوى. وألف رسالة في استخراج خط نصف النهار وسميت القبلة.

ومن مؤلفاته: كتاب في مبادئ الحساب، ومخطوط في علم الحساب، وكتاب في استعمال الحساب الهندي، ورسالة في تناسق الأعداد، ورسالة في استخراج الأعداد الأولية، ورسالة في الاحتمالات، ورسالة في استعمال الخط المستقيم لتسهيل عملية الضرب، وكتاب في الحساب الهندسي، ورسالة في الحيل العددية، ورسالة في علم الهندسة الكروية، وكتاب في تسطيح الكرة، ورسالة في أغراض كتاب إقليدس، ورسالة في قسمة الدائرة إلى ثلاثة أقسام، ورسالة في كيفية عمل دائرة مساوية لسطح اسطوانة مفروضة.

انتهت المحاضرة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

الأستاذ الدكتور أحمد الخضر