المحاضرة السادسة عشرة — نمذجة رياضية — 2016/5/9

نظرية القرارات الإدارية (نظرية اتخاذ القرار) :

مقدمة وتعاريف :

إن نظرية القرارات الإدارية تعتمد على البيانات المتوفرة عن الموضوع المدروس وتستخدم أساليب كمية لمعالجة وتوظيف تلك البيانات لاتخاذ القرارات اللازمة.

لذلك فإننا سنميز بين عدة أنواع للبيانات المتوفرة هي :

1) البيانات المؤكدة .
2) البيانات غير المؤكدة .
3) البيانات العشوائية .

البيانات المؤكدة : هي البيانات المعلومة والمحددة تماماً .

البيانات غير المؤكدة : هي البيانات غير المعلومة أو غير المحددة بدقة كافية .

البيانات العشوائية : هي البيانات التي تتكرر وفق قانون توزيع احتمالي معين .

وندخل في نظرية القرارات الإدارية عدة مصطلحات ومفاهيم أهمها المفاهيم الآتية :

1) **صانع القرار :** وهو المدير أو المسؤول الذي يحق له قانونياً اتخاذ قرار حول مسألة معينة ويملك عادة عدة خيارات أو مواقف أو بدائل أو استراتيجيات يستخدمها في اتخاذ القرار المناسب لأهداف المشروع .

وتسمى هذه الخيارات بالأفعال ونرمز لها بالرمز $A(a_1, a_2, \dots, a_m)$

حيث أن m عدد الأفعال المتاحة لصانع القرار .

2) الحالات التي يمكن أن تأخذها الطبيعة (أو السوق أو الظرف الآخر) في المستقبل والتي سنرمز لها بـ $\theta(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$

حيث n عدد الحالات التي تأخذها الطبيعة عند حركتها .

3) مقدار الربح (أو الخسارة) الذي سيحققه (سيدفعه) صانع القرار عند اتخاذه أي موقف من البدائل الممكنة a_i مقابل أية حالة من الحالات الممكنة لحركة الطبيعة θ_j

نرمز له بالرمز x_{ij} وهو يمكن أن يكون مقداراً كمياً (عدداً معيناً) أو نوعياً (وسط جيد ممتاز)

هذه المقادير تأخذ شكل جدول أو مصفوفة :

حالات الطبيعة / الأفعال الممكنة	θ_1	θ_2	------	θ_n
a_1	x_{11}	x_{12}	------	x_{1n}
a_2	x_{21}	x_{22}	------	x_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
a_m	x_{m1}	x_{m2}	------	x_{mn}
التوزيع الاحتمالي	P_1	P_2	----	P_n

Scanned by CamScanner

4) قانون التوزيع الاحتمالي الذي تخضع له الحالات الممكنة للطبيعة وهو ممكن أن يكون على شكل سلسلة عددية أو على شكل تابع رياضي يقابل كل حالة من حالات الطبيعة

مثل: $P_1, P_2, \ldots\ldots\ldots, P_n$

بحيث: $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1 \qquad P_i \geq 0$

5) هدف صانع القرار: غالباً ما يكون هدف صانع القرار محصوراً من أحد الأمرين الآتيين

أ) زيادة ربح المؤسسة وجعله أكبر ما يمكن.

ب) تقليل خسارة المؤسسة وجعله أصغر ما يمكن.

ومن أجل تحقيق هذا الهدف عليه أن يبحث عن البيانات اللازمة لاتخاذ القرار وأن يستخدم الطرق والأساليب لاستخراج قرار سليم وصائب وذلك عن طريق المفاضلة بين الخيارات الممكنة.

بناءً على ما سبق فإن عملية اتخاذ القرار تمر بالمراحل الآتية:

أ) حصر الخيارات أو البدائل أو الأفعال المتاحة لصاحب القرار والتي رمزنا لها بـ $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_m$

ب) دراسة حركة الطبيعة أو السوق أو الانتاج من المستقبل لتحديد حالاتها الممكنة المتوقعة والمفاجئة والتي رمزنا لها بـ $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$

ج) وضع جدول لمقادير الربح أو الخسارة كما في الجدول السابق.

شروط اتخاذ القرار:

يشترط عند اتخاذ القرار أن تتحقق الشروط الآتية:

1) أن تكون البدائل المتاحة لصاحب القرار قد أخذت بعين الاعتبار.

2) أن تكون حالات الطبيعة قد حددت تماماً ولم يتم إغفال أي منها.

3) أن تكون حالات الطبيعة متنافية. (أي لا يمكن أن يكون هناك عروبرد من أن واحد)

4) أن تكون البدائل الممكنة مستقلة عن الحالات الطبيعية أي أنه عندما يتم اختيار أحد البدائل فإن ذلك لا يؤثر على حدوث أي حالة من حالات الطبيعة.

5) لا يمكن القول إن حالة ما ستحدث بالتأكيد بل يفترض أن يكون حدوث أي حالة طبيعية وفق نسبة مئوية (وفق توزيع احتمالي معين).

التحليل الكمي لاتخاذ القرار:

الحالات المختلفة لاتخاذ القرار:

أ) اتخاذ القرار في حالة التأكد.

Scanned by CamScanner

ب) اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد.

ج) اتخاذ القرار في حالة المخاطرة.

أ) اتخاذ القرار في حالة التأكد:

إن حالة التأكد تعني أن إحدى حالات الطبيعة قد حدثت وبناءً على ذلك فإنه يصبح من السهل على صانع القرار أن يقوم بتحليل ودراسة أرباح هذه الحالات وتحديد الوضع المناسب و اتخاذ القرار الصائب وذلك بإجراء عملية المفاضلة بين قيم الأرباح المدرجة تحت تلك الحالة واختيار أكبرها في حالة الربح (و أصغرها في حالة الخسارة). ثم اعتماد البديل المقابل لتلك القيمة المختارة.

مثال:

لنفترض أن صاحب أحد المصانع طلب من الوزارة أن توافق له على تصنيع برادات وغسالات وثلاجات ولكن الوزارة لم توافق إلا على تصنيع البرادات فقط وتركت له حرية اختيار القياسات والأحجام.

وإذا كانت مقادير الربح الناتجة عن انتاج البرادات حسب أحجامها كما يلي:

القرار / الثلاجة	الغسالة	مقدار الربح من كل براد	حجم البراد
انتاج البراد الكبير	.	2000	كبير
	.	2500	متوسط
	.	1500	صغير

ب) اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد:

إن صانع القرار في هذه الحالة لا يعلم أي شيء عن الحالة التي ستأخذها الطبيعة (السوق و الإدارة) ولا تتوفر عن احتمالات حدوث أيًا منها أي بالأحرى لا يوجد لديه أي معلومة عن مستقبل حركة الطبيعة لذلك يفترض أن الحالات الممكنة متكافئة وتدخل بالتحليل بالفرصة نفسها ثم يقوم بإجراء المفاضلة بين البدائل المتاحة لديه في كل الظروف.

ولإجراء هذه المفاضلة تم استخدام أحد القواعد التالية (بعضها أو كلها):

Scanned by CamScanner

القاعدة الأولى: قاعدة لابلاس (متوسط الربح أو الخسارة):

وتعتمد هذه القاعدة على حساب متوسط الربح (أو الخسارة) المقابلة لكل بديل من البدائل الممكنة ثم البحث عن أكبر قيمة لها واعتبار البديل المقابل لتلك القيمة هو القرار المناسب.

مثال:

ليكن لدينا جدول الأرباح للحالات والبدائل الآتية:

البدائل \ حالات الطبيعة	θ_1	θ_2	θ_3	متوسط الربح
a_1	100	200	300	$\frac{100+200+300}{3} = 200$
a_2	-300	150	600	$\frac{-300+150+600}{3} = 150$
a_3	130	200	400	$\frac{130+200+400}{3} = 243$
a_4	160	300	200	$\frac{160+300+200}{3} = 220$

نشكل عامود جديد نضعه متوسط الربح
نجمع عناصر كل سطر ونقسم على عددهم
ثم نختار أكبر متوسط الربح
وهو هنا 243 فيتم اعتماد البديل a_3

بمقارنة عناصر العمود الأخير نلاحظ أن أكبر قيمة لمتوسط الربح هي 243 المقابلة لـ a_3 لذلك يعتبر البديل a_3 هو القرار المناسب حسب هذه القاعدة

ما يؤخذ على هذه القاعدة أنها لا تبحث عن الحد الأقصى للربح الذي يمكن تحقيقه بل تكتفي بأكبر قيمة لمتوسط الربح.

القاعدة الثانية: قاعدة أكبر الكبار (قاعدة المتفائل):

تعتمد هذه القاعدة على حساب أكبر قيمة للربح المقابل لكل بديل (من كل سطر) ثم البحث عن أكبر هذه الكبار واعتبار القيمة التي تقابله هي القرار المناسب.

مثال: من المثال السابق نجد:

البدائل \ حالات الطبيعة	θ_1	θ_2	θ_3	$y_i = \max_j x_{ij}$
a_1	100	200	300	300
a_2	-300	150	600	600
a_3	130	200	400	400
a_4	160	300	200	300

القوانين الحفظ يجب كتابتها في الجدول

$$Y = \max_i y_i = \max_i [\max_j x_{ij}] = 600$$

Scanned by CamScanner

بمقارنة عناصر العمود الأخير نجد أن أكبر كبار القيم هي القيمة 600 المقابلة للبديل a_2 وهي تعطينا أكبر قيمة للربح فيما إذا كانت الأحوال الطبيعية جيدة.
وبذلك يكون البديل a_2 هو البديل المناسب.

ما يؤخذ على هذه القاعدة أنها لا تأخذ بعين الاعتبار الحالات السيئة للطبيعة

القاعدة الثالثة: قاعدة أكبر الصغار (قاعدة المتشائم):

مثال: بالتطبيق على المثال السابق:

البدائل \ حالات الطبيعة	θ_1	θ_2	θ_3	$Z_i = \min_j x_{ij}$
a_1	100	200	300	100
a_2	-300	150	600	-300
a_3	130	200	400	130
a_4	160	300	200	160

$$Z = \max_i Z_i = \max_i \left[\min_j x_{ij} \right] = 160$$

بمقارنة عناصر العمود الأخير نجد أن $Z = 160$
أي أن أكبر الصغار هي القيمة 160 المقابلة للبديل a_4 وهي تعطينا أكبر قيمة للربح فيما إذا كانت الأحوال الطبيعية سيئة جداً.

القاعدة الرابعة: قاعدة هورويز

لقد لاحظ أن قاعدة أكبر الكبار تعطينا القيمة القصوى لمقدار الربح وأن قاعدة أكبر الصغار تعطينا القيمة الدنيا لمقدار الربح وبناءً على ذلك وضع قاعدة مركبة من القاعدتين لاسترجاعها نرمز بـ Y_i لـ $\max_j x_{ij}$
ونرمز بـ Z_i لـ $\min_j x_{ij}$
وبالتالي تكون القاعدة من الشكل:

$$H = \max \left[\alpha Y_i + (1-\alpha) Z_i \right]$$

حيث $0 \leq \alpha \leq 1$

هذه القاعدة تعطينا قيمة محصورة بين Z و Y أي أن: $Z \leq H \leq Y$
إن H مرتبط بـ α وهذا ما يجعلها تميل نحو القيمة Y إذا كانت $\alpha \geq 0.5$

Scanned by CamScanner

ونحو القيمة Z إذا كانت $\alpha \leq 0.5$

أما إذا وضعنا $\alpha = 0$ فإنها تساوي Z القيمة المتشائمة.

وإذا وضعنا $\alpha = 1$ فإنها تساوي Y القيمة المتفائلة.

مثال: نطبق على المثال السابق: ونضع $\alpha = 0.3$

الحالات الطبيعية / البدائل	Q_1	Q_2	Q_3	y_i	Z_i	$\alpha y_i + (1-\alpha) Z_i$
a_1	100	200	300	300	100	$0.3 \times 300 + 0.7 \times 100 = 160$
a_2	-300	150	600	600	-300	$0.3 \times 600 + 0.7 \times (-300) = -30$
a_3	130	200	400	400	130	$0.3 \times 400 + 0.7 \times 130 = 211$
a_4	160	300	200	300	160	$0.3 \times 300 + 0.7 \times 160 = 200$

$$H = Max\{160, 211, -30, 200\} = 211$$

بما أن هذه القيمة تقابل البديل a_3 فإن البديل a_3 هو القرار المناسب

ما يؤخذ عليها أنها تتأثر بـ α.

القاعدة الخامسة: قاعدة أصغر الكبار (أو قاعدة savage) (قاعدة أصغر كبار الأسف).

تقوم هذه القاعدة على مقادير جديدة تسمى مقادير الأسف وتحسب من العلاقة الآتية:

$$S = \underset{i}{Max}\, x_{ij} - x_{ij}$$

حيث أن $\underset{i}{Max}\, x_{ij}$ هي أكبر قيمة في كل عمود.

الحالات الطبيعية / البدائل	Q_1	Q_2	Q_3	مقادير الأسف Q'_1	Q'_2	Q'_3	$Max\, x'_{ij}$
a_1	100	200	300	60	100	300	300
a_2	-300	150	600	460	150	0	460
a_3	130	200	400	30	100	200	200
a_4	160	300	200	0	0	400	400
	160	300	600				

$$\underset{i}{Min}\left[\underset{i}{Max}\, x'_{ij}\right] = 200$$

Scanned by CamScanner

طريقة تشكيل الجدول:

نضيف سطر في آخر الجدول يوي القيم $Max\ x_{ij}$

ثم نضيف أعمدة نسميها مقادير الأسف ناتجة من طرح قيم العمود من القيم الكبيرة لكل عمود.

ثم نشكل عمود يأخذ أكبر قيمة من قيم الأسف في كل سطر

النتيجة النهائية نحصل عليها من $Min\ Max\ x_{ij}$ (أصغر قيمة من أكبر قيمة من قيم الأسف)

نجد أنه حسب قاعدة ساغاج البديل الأنسب هو a_3.

انتهت المحاضرة السادسة عشرة

الكلية

Scanned by CamScanner