المحاضرة الثانية

الرياضيات عند قدماء المصريين، والهنود

إن مصدرنا الأهم لدراسة تاريخ الرياضيات عند المصريين، مخطوطتين كُتبتا بالخط الهيروغليفي، **الأولى** هي مخطوطة أحمس Ahmes، نسبة إلى الكاتب الذي نسخها في حوالي سنة ١٦٥٠ق.م، وإن كان يغلب عليها اسم مخطوطة رايند أحياناً، نسبة إلى جامع الآثار الاسكتلندي هنري رايند Henry Rhind الذي اشتراها سنة ١٨٥٨م من إحدى القرى المصرية. وهي عبارة عن لفافة من ورق البردي عرضها حوالي القدم وطولها ما يقارب ١٨ قدم وتحتوي على ٨٥ مسألة رياضية متنوعة، من العد إلى قواعد العمليات الحسابية الأربعة، والكسور العادية، والمربع، والجذر التربيعي، وبعض المتواليات والمسائل الهندسية. وهي موجودة الآن في المتحف البريطاني (ما عدا بعض الأجزاء موجودة في متحف بروكلين). والمسائل الرياضية التي تحتويها دونت في عهد الأسرة الثانية عشر، وربما في زمن أمنمحاتب الثالث تحديداً (١٨٤٢-١٧٩٨ق.م). **والمخطوطة الثانية** تدعى مخطوطة موسكو نسبة إلى متحف المدينة المحفوظة فيه، وربما أنها أقدم من المخطوطة الأولى بقرنين من الزمن، وتحتوي ٢٥ مسألة.

ليس بوسعنا أن ننكر فضل المصريين على كافة العلوم بما فيها الرياضيات، فيكفي أن نعلم أن علماء الإغريق درسوا وتتلمذوا في مصر على أيدي أساتذتها؛ فمثلا طاليس نقل علم الهندسة عن كهنة المصريين. وقضى فيثاغورث ٢٢ سنة من عمره في مصر يتعلم الرياضيات والهندسة والفلك منهم. وكذلك فعل أفلاطون الذي أقام مدةً من الزمن في مصر درس خلالها العلوم والحكمة. وجاء بعده تلميذه يودكسوس ليتعلم الفلك. كما أن المصلح السياسي صولون قد زار مصر، وكذلك فعل ديموقريطس. كما أن كثيرا من الصناعات اليونانية كالنسيج وسكب المعادن ونقش العاج مقتبسة عن المصريين. وليس بعيدا أن يكون المعماريون اليونان قد اقتبسوا فكرة الأعمدة (الدورية) من مشاهدة المعابد المصرية، ولم يقتصر أثر المصريين على اليونان في الجانب العلمي والسياسي، بل تعداه

إلى الجانب الروحي، فعقيدة الحساب بعد الموت استعارها الإغريق من عبادة المصريين للإله أوزيريس. كما أن البطل الأسطوري قدموس الذي أسس مدينة طيبة اليونانية أتى من مصر.

- **نظام العد وكتابة الأرقام عند قدماء المصريين:**

اعتمد المصري نظاماً بسيطاً في كتابة الأرقام، واتخذ له سبع علامات خاصة تمثل الواحد، والعشرة، والمائة، والألف، والمليون. دون وجود علامة الصفر. وعلى العموم فإن نظام العد المصري كان يقوم على المبدأ التجميعي، وكان يعتمد النظام العشري دون منازل، بمعنى تكرار الرمز عدداً من المرات لا تزيد على تسعة، ثم الانتقال إلى الرمز التالي.

ونرى نرسم العلامات بالهيروغليفية في ما يلي:

١ = | عبارة عن خط طولي، أو عصا.

١٠ = ∩ عبارة رسم مقلوب لحرف U . أو كاحل قدم.

١٠٠ = رسم لولبي لعلامة الاستفهام.

١٠٠٠ = رسم لنبات اللوتس المصري.

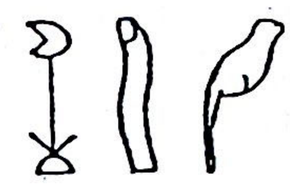
١٠٠٠٠ = رسم أصبع السبابة.

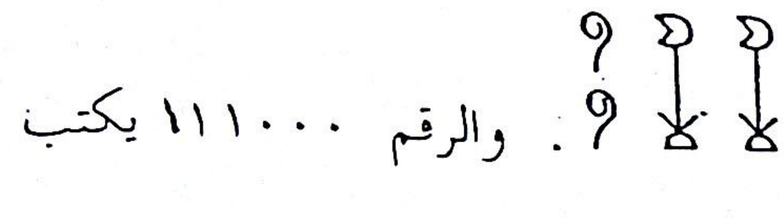
١٠٠٠٠٠ = رسم لشرغوف، وهو صغير الضفدع.

١٠٠٠٠٠٠ = رسم لإله مصري يرفع يديه.

فإذا أرادوا أن يكتبوا اثنان كرروا العصا مرتين || وإذا أرادوا أن يكتبوا تسعة كرروا العصا تسع مرات |||||||||، وإذا أرادوا أن يكتبوا ٢٠ فإنها تكتب بتكرير إشارة العشرة مرتين ∩∩، ومن أهم قواعد كتابة الأرقام المصرية أن الإشارات المتماثلة تكتب في صف واحد، أما

الإشارات غير المتماثلة تكتب بصف واحد لكن الرقم الأكبر قبل الأصغر، فالرقم ٣٢ مثلا يكتب . وإذا كتب المصري الرقم في صفين فإن الأرقام الأكبر توضع في الصف الأعلى، فالرقم ٢٤ يكتب هكذا:



 ، والرقم ٢٢٠٠ يكتب هكذا: . والرقم ١١١٠٠٠ يكتب هكذا:

ويمكن أن نرى الأرقام المصرية من ضمن الكتابات المدونة على جدران المعابد أو المقابر لإحصاء الهبات الملكية، أو ما يرد من المزارع.

- **أسماء الأرقام الهيروغليفية:**

كتب المصري القليل من أسماء الأرقام على الآثار المصرية في عهد الدولة المصرية الوسطى، مثل (سنو) والتي تعني اثنان، وكلمة (خمت) التي تعني ثلاثة... لذلك فإن معرفتنا بنطق أسماء الأرقام يعتمد على النصوص القبطية، إذ أنها تمثل المرحلة الأخيرة من تطور اللغة المصرية. هذا ولسنا متأكدين من نطق بعض أسماء الأرقام. أما الأرقام المتأكدون نطقها فهي: الواحد =(وع)، اثنان =(شنو)، ثلاثة =(خمت)، أربعة =(فدو)، خمسة =(ديو)، ستة =(شيشو)، سبعة (شفخ)، ثمانية =(خمن)، تسعة =(بسج)، عشرة =(مجو). عشرين =(حبعتي) وهو أحد الأرقام المصرية المشكوك بنطقها. ثلاثون =(معبا)، أربعون =(حم)، خمسون =(ديو)، ستون =(شر)، سبعون =(شفخ)، ثمانون =(خمن)، تسعون =(بشجيو)، مائة =(شنت). الألف =(خا)، عشرة آلاف =(جبع)، مائة ألف =(حفن)، مليون (حح).

- **العمليات الأربعة والكسور عند المصريين:**

بالنسبة للجمع والطرح فكلاهما يعتمد على العد، فالجمع هو عد تصاعدي ويرمز له بالرمز ← ، والطرح يرمز له بالرمز → ، ولا بد من التنبيه إلى أن إشارة (المساواة=) لم تكن معروفة عند المصريين لكن لديهم إشارة للحاصل أو الناتج، وهي صورة لفافة مطوية وعليها ختم.

أما في ما يتعلق بعملية الضرب، فقد حولها المصري القديم إلى عملية جمع بالتضعيف مرة بعد مرة، ثم جمع المضاعفات المناسبة. بينما كانت القسمة عملية تضعيف المقسوم عليه حتى نحصل على المقسوم، أي أنها تُعتبر عملية ضرب أيضاً.

كما عرف المصري الكسور لأسباب تتعلق بحياتهم اليومية العملية مثل حساب حجم المحصول وتخزينه وإطعام وتغذية الحيوانات. وكل الكسور اختصرت عندهم وحولت إلى مجموعة كسور وحدة، فكان البسط عندهم دائما واحد، وكان شكل الكسر عبارة عن الرقم وفوقه إشارة بيضوية .

- **علم الهندسة في مصر الفرعونية:**

كانت بعض المسائل التي أتتنا من مصر الفرعونية ذات طبيعة هندسية بحتة وتتعامل على الأغلب مع المساحات والقياسات، فمساحة المثلث وجدت تساوي نصف حاصل ضرب القاعدة بالارتفاع، ومساحة الدائرة قطرها يساوي d حسبت بالقاعدة $(\frac{8}{9}d)^2$، وكذلك عرفوا مساحة المستطيل والمربع وشبه المنحرف وحجم المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور الأسطواني. وكان المهندسون المصريون يستخدمون نسبة ٣: ٤: ٥ في تعيين الزاوية القائمة في البناء (والتي عرفت فيما بعد بنظرية فيثاغورث).

ونتيجة لتطور علم الهندسة برع المصريون في هندسة الإنشاءات، حتى غدت الأهرامات إحدى معجزات الدنيا السبع، وقد غير المصري شكل مقبرته من مصطبة لها شكل متوازي أضلاع بأطوال مستطيلة إلى شكل هرمي في عصر زوسر مؤسس الأسرة الثالثة، أما أشهر الأهرامات المصرية هي أهرامات الجيزة (هرم خوفو وخفرع ومنكاورع). حيث بُني هرم خوفو على قاعدة مربعة طول كل ضلع منها ٢٣٠م، وقد بلغ ارتفاع الهرم ١٤٦،٥م، وبلغ كل زاوية ٥٢درجة، ومساحة الهرم ١٣

فدانا، واستُخدم في بناء الهرم ٢،٣٠٠،٠٠٠ كتلة حجرية تزن كل واحدة ٢،٥ طن في المتوسط، وبعضها يزن ١٥ طناً، وقد حرص المهندس المصري أن يكون مدخل الهرم من الجهة الشمالية، مقابل نجم القطب.

كما ازدهر علم هندسة الري في مصر القديمة بسبب حاجة المصريين إلى المعلومات العلمية عنه، لما له من أهمية في حياتهم اليومية الزراعية، ولذلك برع المصريون في حفر قنوات الري والترع لإيصال الماء إلى الأراضي الزراعية وتنظيم سقايتها، كما برعوا في إنشاء السدود لرفع سوية المياه وري أكبر مساحة من الأرض. وقد أدت هذه المنشآت إلى نشوء علم الهندسة بعامة وعلم هندسة ري الأراضي بخاصة.

- **الإحصاء:**

لم يرسل ملوك الشرق القديم جيشاً إلا وأرسلوا قبله وبعده النساخ، ليدونوا أخبار الزحف وما سيحدث من انتصارات وبطولات ومآثر، وليُحصوا أعداد الأسرى وكمية الغنائم، ولما كان للمؤسسة الدينية (المعبد) حصةً من الغنائم، بحكم أن الكهنة هم توسَّطَ عند الآلهة لنُصرة الجيش المصري، فقد بعث المعبد بمراقبي إحصاء حتى يحصلوا على حصتهم دون نقصان من هذه الغنائم. وتقدم لنا السجلات المصرية إحصاءات دقيقة عن أعداد الأسرى وكمية الذهب والفضة والعاج والأبنوس والعبيد والحرير الخ المستولى عليها. حتى أن هذه الإحصاءات تطغى على الحدث التاريخي وأخبار الزحف. فعلى سبيل المثال بعد انتصار تحتموس الثالث على تجمع الإمارات السورية في معركة مجدو (شمال فلسطين) بقيادة أمير قادش، أكمل مسيره باتجاه حوران وأخذ أهم مدنها ينوأما/تل شهاب، وبلدتين أخريين هما نوجس/نوى وجرناكوا/تل الجابية. ليضرب معارضيه في عقر دارهم، وقد أوقف تحتموس هذه البلدات الثلاثة على معبد الإله أمون. بعد أن قام ببناء حصنٍ فيها سماهُ (منخبر رع حابس المتوحشين). أما غنائم هذه البلدات الثلاثة فقد كانت وفيرة: أولاً ٣٨ من طبقة المارينو المحاربة، و ١٠٣ أشخاص تائبين خرجوا عن طاعة أمير ينوأما. وطاسات من الحجر الثمين والذهب، وأواني مختلفة، وجرة واسعة مصنوعة وفق النموذج السوري، وطاسات أواني شرب مختلفة، وصواني، وغلايات واسعة، وسبعة عشر سكيناً من الذهب، واسطوانات فضية، وثلاثة عكازات برؤوس سنية، وستة محفات من العاج والأبنوس، وترع آخر من الخشب مشغول بالذهب، وست

طاولات من العاج، وسرير واحد مشغول بالذهب وعدة أنواع من الحجر الثمين، وتمثال من العاج المشغول بالذهب ورأسه من اللازورد، وأواني برونزية، وكمية كبيرة من القماش. و ٨٤ طفلا من هذه البلدات الثلاث (كرهائن) حتى يتدربوا على حُب الفرعون المصري وليكونوا ضماناً لولائها له. وهكذا يظهر جلياً أن النساخ اهتموا بتوثيق الغنائم أكثر من اهتمامهم بالحدث المطلوب منهم تدوينه.

- **مكانة الرقم سبعة في ثقافة الشرق القديم:**

كنا قد أشرنا في المحاضرة السابقة إلى ميلاد الأرقام، كخطوة أولى في نشوء علم الرياضيات، إلا أن بعض الأرقام أصبحت جزءاً من البنية الثقافية في الشرق القديم، كما هو الحال مع الرقم سبعة الذي كان له مكانةً لا تدانيها مكانة، ويقول عالم الآثار راولينسون Rawlinson بأن لكل من زقورة بورسيبا وزقورة (بابل) سبعة أدوار (طوابق)، وقد لون كل طابق بلون معين إشارة إلى كوكب من الكواكب السبعة، إما تلك الألوان فهي كالتالي، من الأسفل إلى الأعلى: الأسود زحل، والأبيض عشتار، والبرتقالي المشتري، والأزرق عطارد، القرمزي المريخ، والفضي القمر، والذهبي الشمس. كما أن الحفريات الأثرية بينت أن بابل كان محاطة بسور مزدوج تفصل بين جدرانه سبعة أمتار، وكان للمدينة سبعة أبواب، واعتقد الآشوريون أن سبعة أبواب تحيط بالعالم الآخر. ويروى عن زرادشت أنه رأى سبع رؤى أثناء عزلته قبل أن يعلن رسالته. ومن تعاليم ماني لأتباعه في فارس الصيام سبعة أيام في كل شهر. وعرف عند قدماء الفرس سبع وزراء. ومن المعروف أن اليونان تأثروا بثقافة الشرق القديم وأساطيره، لذلك كان حكماء اليونان سبعة، وعجائب الدنيا سبعة أيضا، وهي: الأهرامات ومنارة الإسكندرية، وحدائق سميرة ميس المعلقة، أسوار بابل وزقورتها، وتمثال الإله زيوس، وتمثال رودوس الجبار، ومعبد أرتميس. وقامت مدينة روما على سبعة تلال، وحكمها سبعة ملوك. كما أن قداسة هذا الرقم انتقلت إلى الديانات السماوية؛ فالسموات سبعة. وفي سفر التكوين الإصحاح السابع، يخاطب الله تعالى سيدنا نوح عليه بأن يحمل على ظهر سفينته من البهائم الطاهرة سبعة ذكور وسبع إناث، ومن الحيوانات غير الطاهرة اثنان أي ذكرا وأنثى، ومن طيور السماء سبعة ذكور وسبع إناث ليحيا نسلها على وجه الأرض، وأعطى الله تعالى سيدنا نوح سبعة أيام قبل الطوفان حتى يتدبر أمرهم. هذا بالإضافة إلى أن أيام الأسبوع سبعة، واعتُبر اليوم السابع يوماً مقدساً، فقد ورد في سفر التكوين الإصحاح الثاني أن الله خلق الدنيا في سبعة أيام (وفرغ الله في اليوم السابع

من عمله الذي عمل واستراح في اليوم السابع من جميع عمله الذي عمل، وبارك الله اليوم السابع وقدَّسهُ لأنه فيه استراح من جميع عمله الذي خلقه الله ليصنعه). وبعد أن امتحن الله سيدنا إبراهيم بابنه إسماعيل عليهما السلام، عاد إبراهيم ليقيم في مدينة بئر السبع الفلسطينية، على الرغم من أن إبراهيم كان من سكان بلاد الرافدين. ويظهر الرقم سبعة من جديد في قصة سيدنا يوسف عليه السلام؛ سبعُ بقراتٍ سمان وسبعُ بقراتٍ عجاف، وسبع سنابل دقاق وسبع سنابل حسان. وفي أخبار العرب قبل الإسلام أن الله أهلك قبيلة "عاد" في سبع ليال، ومعلقات الشعر الجاهلي عند العرب عددها سبعة. ومنذ عصر الجاهلية طاف العرب حول الكعبة المشرفة سبع مرات. ومازال الرقم سبعة إشارة النصر حتى أيامنا هذه.

الرياضيات عند الهنود:

كانت الهند في القرن السادس قبل الميلاد، أي في القرن الذي ظهر فيه بوذا، مؤلفةً من عددٍ من الممالك، أهمها مملكة ماغادا Magadha. واستطاع الإسكندر المقدوني في سنة ٣٢٧ق.م احتلال شمال غربي الهند ومدينة تكسيلا عاصمة البنجاب، والتي كانت فيها جامعةٌ تُدرِّس الفيدا والطب والقانون. وبعد أن التقى الإسكندر مع الملك الهندي بوروس Porus في إحدى المعارك وهزمه، عاد وعينه كتابعٍ له. لكن السيطرة المقدونية زالت بعد ذلك بسبع سنوات بفضل النضال الوطني الذي قاده شخص اسمه موريا Maurya والذي أسس إمبراطورية المورية. ومن أشهر حكامها أشوكا Asoka (٢٧٢-٢٣٢ق.م)، الذي نُصبت في عهده بعض الأعمدة التذكارية في أهم المدن الهندية في ذلك الزمن. وتكمن أهمية هذه الأعمدة في احتوائها على بعض العينات القديمة من رموز الأرقام التي نستخدمها اليوم، حيث كانت جزءاً من أقدم نظام ترقيم هندي، وهو الترقيم البراهمي، وهذا النظام يشبه نظام الإغريق. حيث لم يكن هناك رموز للأعداد من ١-٩ فقط، وإنما كان هناك رموز أيضا للأعداد ١٠، ٢٠،....،٩٠. وكذلك للأعداد ١٠٠، و ٢٠٠، .... وهكذا. وهذا يدل على أن النظام المترلي للترقيم لم يكن معروفا بعد. ولذلك لم يكن هناك حاجة للصفر. وبعد وفاة أشوكا انهارت البلاد، حتى سيطرة سلالة غوبتا.

ويعد عهد سلالة غوبتا Gupta العصر الذهبي لنهضة السنسكريت، حيث أصبح للهنود إسهاماتٌ واسعةٌ في مجال الفن والطب والفلك والحساب والرياضيات، فقد عرفوا نظام عدٍ عشريٍ بسيطٍ، ووضعوا رموزاً للأرقام من ١ إلى ٩، واستخدموا ما نسميه الآن بالقيمة المترلية للرقم في العدد، وكانت القيم المترلية تبدأ بمرتبة الآحاد من أقصى يمين العدد ثم تليها مرتبة العشرات، ثم مرتبة المئات وهكذا. واتفقوا على وضع دائرة صغيرة في المرتبة التي لا يكون فيها رقم حتى لا يقع خلل في المراتب (بمعنى الصفر). وهذا ما سمح للهندي أن يدون أعداده ويستعمل في كل هذا عشرة رموز.

ولقد عرف في التاريخ نوع من الحساب سمي بالحساب الهندي. يكمن المفتاح في فهم طريقة الهنود الحسابية المتقنة والى حكمة في طبيعة المواد التي استخدموها للكتابة والحساب، حيث يقول المؤرخ الألماني هانكل H. Hankel أنهم بشكل عام كتبوا على ألواح سوداء صغيرة بواسطة قلم من البوص أو الخيزران بعد غمسه في صبغة (دهان) بيضاء سهلة الإزالة، أو أنهم كتبوا بواسطة عصا

على لوح أبيض حجمه أقل من قدم مربع الشكل مغطى بالرمل (أو بمسحوق أحمر)، وفي الحالتين كان يتحقق مكان صغير للكتابة، ووضوح هذه الكتابة وبساطتها، وسهولة في تصليح الأخطاء من خلال مسحها وإعادة كتابتها.

كما عرف الهنود الكسور العادية ومن أبرز من تعامل بها ليلافاتي (١١٥٠م) وكان يكتب الكسر في سطرين المقام في الأسفل والبسط للأعلى ولا يفصل بينهما خط. كما عرف الهنود المثلثات والجذر التربيعي والتكعيبي والجيب، واستفاد العرب المسلمون من الجبر الهندي، حتى أن كلمة جيب العربية أصلها سنسكريتي (Jya أو Yiva).

وتجدر الإشارة إلى أن الرياضيات عند الهنود تختلف عن الرياضيات عند الإغريق في مجموعة من النقاط:

- كانت الرياضيات عند الهنود وسيلة لدراسة الفلك، لأن الهنود الذين عملوا في الرياضيات يعتبرون أنفسهم فلكيين في المقام الأول. بينما كانت الرياضيات مستقلة عن الفلك عند الإغريق ودرست لأجلها.
- كانت الرياضيات عند الهنود من تعهد وعمل الكهنة. بينما كانت الرياضيات عند الإغريق علم مفتوح لكل مهتم به.
- كان الهنود ضليعين في الحسابات ومعتدلين في الهندسة، بينما كان الإغريق متفوقين في الهندسة وقليلي الاهتمام بالعمليات الحسابية.

مع الاعتراف أن الهنود قد تفوقوا على الإغريق بمعرفتهم بالجذور السالبة للمعادلات. وعرَفَ الهنود أن خارج قسمة عدد موجب على عدد موجب أو عدد سالب على عدد سالب هو عدد موجب. وأن خارج قسمة عدد موجب على عدد سالب أو عدد سالب على عدد موجب هو عدد سالب.

وترجم العرب الكثير من أعمال الهنود العلمية. حيث ترجم الفزاري (السدهنتا)، والتي يسميها العرب السند هند وذلك سنة ٧٧٣م، وبعدها بدأ العرب المسلمون يلمون بما أسموه نظام الترقيم الهندي. وأصبح يستخدم هذا النظام بشكل واسع في العالم العربي، وأقدم مرجع مكتوب استخدم

النظام العشري المنازلي خارج الهند كتبه مطران سوري يدعى سيفرس سيبخت Severus Sebokht.

وهناك رأي مأثور يذهب إلى أن التأثير الهندي هو العامل الحاسم في نشأة علم الفلك وحساب المثلثات عند العرب المسلمين. إذ تحدثنا النصوص الأوروبية عن وفادة رجل يدعى كنكه الهندي (أو منكه) إلى بغداد زمن الخليفة المنصور عام ١٥٣/٧٧٠م، وتشير إلى اتصالاته العلمية بالفلكيين الذين كانوا يعملون لدى الخليفة. والصعوبة التي تواجهنا في هذا الصدد تكمن في قلة الوثائق، وفي أن أخبار السفارات العلمية التي قام بها نفر من العلماء تُروى بشكل أسطوري. على أية حال لا شك أن التأثير الهندي كان يمثل قوة دائمة ومستمرة طوال عدة قرون. وقد بلغت هذه القوة أوجها في عصر أبو الريحان البيروني (٩٧٣-١٠٤٨م) الذي استطاع أن يطلع على بعض الأصول السنسكريتية بعد أن قضى أربعين عاماً من عمره في الهند يُجري البحوث العلمية. وما يهمنا في هذا المقام أن العلماء المسلمين احتفظوا من أول اتصال لهم بالمؤثرات الهندية بعناصر على جانب كبير من الأهمية؛ مثل معادلات حساب المثلثات البدائية التي ساعدت فيما بعد مع الهندسة الإغريقية على ازدهار علم الرياضيات عند العرب المسلمين.

ورغم ما يبدو لنا من الوهلة الأولى؛ أن انتقال المؤثرات الهندية إلى العرب تم في صورة نقية وصافية. لكن الواقع أبعد ما يكون عن ذلك، لأن هذه المؤثرات كانت تتم على الدوام بواسطة الثقافة الفارسية. ومن سوء الحظ أننا نفتقر إلى كتب هلوية في هذه الموضوعات. مما يجعل من العسير أن نفرق بين بقايا الأصول الفارسية، التي تظهر في بعض المصادر؛ على سبيل المثال في زيج الشاه Zij-i-Shah وبين الأصول الهندية والعناصر اليونانية التي تسربت إلى الإمبراطورية الساسانية، نتيجة لهجرة العلماء اليونان الذين اضطهدوا في بيزنطة بسبب معتقداتهم الدينية.

انتهت المحاضرة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

الأستاذ الدكتور أحمد الخضر