المحاضرة الرابعة عشرة: منطق ترجيحي 2016/5/5

العمليات على المجموعات الترجيحية :

احتواء مجموعتين ترجيحيتين :

لتكن A , B مجموعتين ترجيحيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X ، عندئذٍ نقول عن A إنها محتواة في B ونكتب $A \subseteq B$ إذا وفقط إذا تحقق :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

مثال: لتكن $X = \{1, 2, 3\}$ هي المجموعة الشاملة نسبياً، ولتكن :

$$A = \left\{ \frac{0.3}{1} , \frac{0.5}{2} , \frac{1}{3} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.5}{1} , \frac{0.55}{2} , \frac{1}{3} \right\}$$

- إن $A \subseteq B$ وذلك لتحقق :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

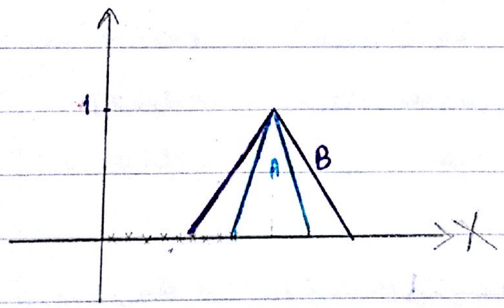
- هل $B \subseteq A$ ؟؟

إن $B \nsubseteq A$ وذلك لوجود

$$2 \in X : \mu_B(2) = 0.55 \nleq \mu_A(2) = 0.5$$

مثال: إذا كانت A , B مجموعتين ترجيحيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X ،

بحيث شكلها البياني كالتالي :



وبالتالي :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

ومنه $A \subseteq B$ ولكن $B \nsubseteq A$

تساوي مجموعتين ترجيحيتين :

نقول عن مجموعتين ترجيحيتين A , B جزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X إنهما متساويتان إذا كان :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

تقاطع مجموعتين ترجيحيتين :

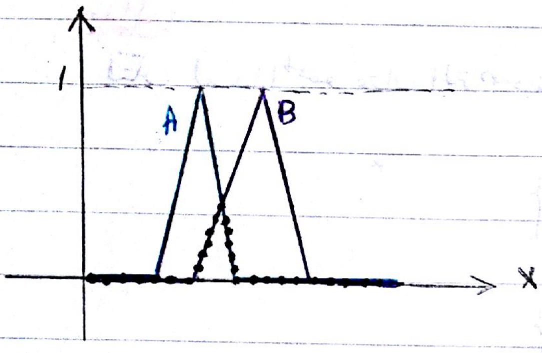
يعرف تقاطع مجموعتين ترجيحيتين A , B الجزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X بأنه "أكبر مجموعة ترجيحية محتواة في كليهما معاً"، أي :

$$\forall x \in X : \mu_{A\cap B}(x) = Min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

ومنه نكتب:

$$A\cap B = \left\{ \frac{Min(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i))}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X \atop i=1,2,\dots \right\}$$

مثال:



اجتماع مجموعتين ترجيحيتين:

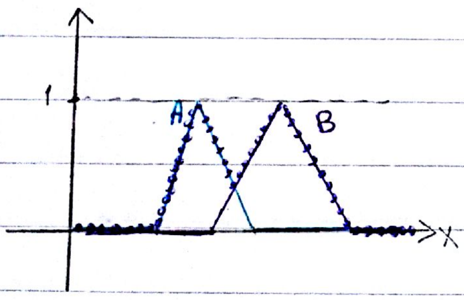
يعرف اجتماع مجموعتين ترجيحيتين A, B جزئيتين من المجموعة الشاملة نسبياً X،
بأنه أصغر مجموعة ترجيحية تحوي كليهما، أي:

$$\forall x \in X : \mu_{A\cup B}(x) = Max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$A\cup B = \left\{ \frac{Max(\mu_A(x_i), \mu_B(x_i))}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X \atop i=1,2,\dots \right\}$$

مثال:



متمم مجموعة ترجيحية:

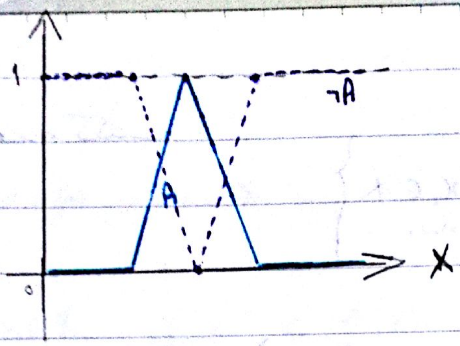
لتكن A مجموعة ترجيحية جزئية من المجموعة الشاملة نسبياً X،
نرمز لمتمم المجموعة A بـ $\neg A$ بحيث:

$$\forall x \in X : \mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\neg A = \left\{ \frac{1-\mu_A(x_i)}{x_i} \; ; \; \forall x_i \in X \atop i=1,2,\dots \right\}$$

مثال:



مثال:

لتكن لدينا المجموعتان الترجيحيتان B, A الجزئيتان من المجموعة الشاملة نسبياً X حيث:

$$X=\{a,b,c,d,e\}$$

$$A=\left\{\frac{1}{a},\frac{0.3}{b},\frac{0.2}{c},\frac{0.3}{d},\frac{0}{e}\right\}$$

$$B=\left\{\frac{0.6}{a},\frac{0.9}{b},\frac{0.1}{c},\frac{0.3}{d},\frac{0.2}{e}\right\}$$

أوجد: $A\cap B$ ، $A\cup B$ ، $\neg A$ ، $\neg B$ ، وهل $A\subseteq B$ ؟؟

الحل:

$$A\cap B=\left\{\frac{0.6}{a},\frac{0.3}{b},\frac{0.1}{c},\frac{0.3}{d},\frac{0}{e}\right\}$$

$$A\cup B=\left\{\frac{1}{a},\frac{0.9}{b},\frac{0.2}{c},\frac{0.3}{d},\frac{0.2}{e}\right\}$$

$$\neg A=\left\{\frac{0}{a},\frac{0.7}{b},\frac{0.8}{c},\frac{0.7}{d},\frac{1}{e}\right\}$$

$$\neg B=\left\{\frac{0.4}{a},\frac{0.1}{b},\frac{0.9}{c},\frac{0.7}{d},\frac{0.8}{e}\right\}$$

$A\not\subseteq B$ وذلك لأن:

$$a\in X:\ \mu_A(a)=1\nleq\mu_B(a)=0.6$$

انتهت المحاضرة الرابعة عشرة

هبة