العمليات على العلاقات الترجيحية:

1) التقاطع: لتكن R, S علاقتين ترجيحيتين على المجموعة الشاملة نسبياً $X \times Y$ حيث:

$$S : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$
$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

عندئذٍ يعرف تقاطع العلاقتين R, S كما يلي:

$$(R \wedge S)(u,v) = \min\{R(u,v), S(u,v)\}$$

2) الاجتماع: لتكن R, S علاقتين ترجيحيتين على المجموعة الشاملة نسبياً $X \times Y$ حيث:

$$S : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$
$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

عندئذٍ يعرف اجتماع العلاقتين R, S كما يلي:

$$(R \vee S)(u,v) = \text{Max}\{R(u,v), S(u,v)\}$$

مثال:

لتكن لدينا العلاقة الترجيحية R والتي تمثل أن x يعتبر أكبر من y.

ولتكن العلاقة الترجيحية S والتي تمثل أن x قريب جداً من y، حيث:

$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$S : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.9 & 0.6 \\ 0.9 & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 0 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix}$$

أوجد: $R \wedge S$

$R \vee S$.

الحل: لتمثيل العلاقة: $R \wedge S$ والتي تمثل أن x يعتبر أكبر من y و x قريب جداً من y.

Scanned by CamScanner

$$R \wedge S = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.1 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$$

ولتمثيل العلاقة $R \vee S$ والتي تعتبر أن x يعتبر أكبر من y أو x قريب جداً من y.

$$R \vee S = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.9 & 0.7 \\ 0.9 & 0.8 & 0.5 & 0.7 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$$

ج) تركيب علاقتين ترجيحيتين: لتكن X, Y, Z ثلاث مجموعات ولتكن A, B

علاقتين ترجيحيتين معرفتين كما يلي:

$$A : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$
$$B : Y \times Z \longrightarrow [0,1]$$

عندئذٍ لتعرف تركيب العلاقتين A, B ونرمز له بالرمز: $A \circ B$

(والذي يشبه ضرب المصفوفات) كما يلي:

$$A \circ B : X \times Z \longrightarrow [0,1]$$

بحيث كل عنصر من $A \circ B$ يمكن إيجاده كالتالي:

$$\text{Max}\left[\text{Min}(a_{ik}, b_{kj})\right] \quad \forall k \in |y| \ , \ \forall i \in |x| \ , \ \forall j \in |z|$$

مثال:

لتكن العلاقتين الترجيحيتين:

$$R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$$
$$S : Y \times Z \longrightarrow [0,1]$$

حيث:

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.9 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix}$$

الحل: حساب العنصر الأول

$$= \text{Max}(0.9, 0, 0.1, 0.6) = 0.6$$

$$\text{Max}\left(\text{Min}(0.8, 0.9), \text{Min}(0.1, 0), \text{Min}(0.1, 0.9), \text{Min}(0.7, 0.6)\right)$$

Scanned by CamScanner

$$R_{oS} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0.5 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.7 & 0.9 & 0.7 \end{bmatrix}$$

- الاستدلال الترجيحي : **هامة للامتحان**

بالنسبة للمنطق الترجيحي فإن القواعد الترجيحية هي من الشكل :

If x is A then y is B

أي إذا كان x هو A فإن y هو B .

حيث كل من (x هو A) ؛ (y هو B) قضايا ترجيحية .

* نص السؤال يأتي على الشكل التالي :

إذا علمت أن If x is A then y is B

وأن : $x = A'$ فالمطلوب استنتاج قيمة $y = B'$ المقابلة .

حيث أن : A', A مجموعات ترجيحية معرفة على المجموعة الشاملة نسبياً X

B', B مجموعات ترجيحية معرفة على المجموعة الشاملة نسبياً Y

ولكن قد تكون X مختلفة عن Y .

* خوارزمية الحل :

1) نحسب : $R : A \Rightarrow B$

إما أن تكون طريقة حساب علاقة الاقتضاء موجودة في نص المسألة أو إذا لم تكن موجودة في نص المسألة نحسبها كما يلي :

$$\mu_R(x,y) = \text{Min}\left(\mu_A(x), \mu_B(y)\right)$$

2) نقوم بتركيب A' مع $R : A \Rightarrow B$ ، فنحصل على B' أي :

$$B' = A' \circ \underbrace{(A \Rightarrow B)}_{R}$$

مثال : لنفرض أن :

$$A = \left\{ \frac{0.3}{x_1}, \frac{0.7}{x_2}, \frac{1.0}{x_3} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.5}{y_1}, \frac{1.0}{y_2}, \frac{0.6}{y_3} \right\}$$

Scanned by CamScanner

$$A' = \left\{ \frac{1.0}{x_1}, \frac{0.6}{x_2}, \frac{0.3}{x_3} \right\}$$

حيث A' , B , A مجموعات ترجيحية.

إذا علمت أن $A \Rightarrow B$ والمطلوب حساب B' .

الحل:

1) $R : A \Rightarrow B$

A \ B	0.5	1.0	0.6
0.3	0.3	0.3	0.3
0.7	0.5	0.7	0.6
1.0	0.5	1.0	0.6

2) $B' = A' \circ (A \Rightarrow B)$

$$= [0.1 \quad 0.6 \quad 0.3] \circ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & 1.0 & 0.6 \end{bmatrix}$$

إيجاد العنصر الأول: $\text{Max}\left[\text{Min}(1.0, 0.3), \text{Min}(0.6, 0.5), \text{Min}(0.3, 0.5)\right] = 0.5$

$$= [0.5 \quad 0.6 \quad 0.6]$$

$$B' = \left\{ \frac{0.5}{y_1}, \frac{0.6}{y_2}, \frac{0.6}{y_3} \right\}$$

مثال: لنفرض أن:

$$A = \left\{ \frac{0.3}{x_1}, \frac{0.7}{x_2}, \frac{1.0}{x_3} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{0.5}{y_1}, \frac{1.0}{y_2}, \frac{0.6}{y_3} \right\}$$

$$A' = \left\{ \frac{1.0}{x_1}, \frac{0.6}{x_2}, \frac{0.3}{x_3} \right\}$$

مجموعات ترجيحية، المطلوب:

استنتاج B' علماً أن علاقة الاقتضاء تحسب:

$$T(x, y) = \text{Min}(1, 1 - x + y)$$

الحل:

① نحسب $R : A \Rightarrow B$

Scanned by CamScanner

$$R: A \Rightarrow B \;:\; \begin{matrix} & \overset{0.5}{} & \overset{1.0}{} & \overset{0.6}{} \\ 0.3 & 1 & 1 & 1 \\ 0.7 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 1.0 & 0.5 & 1 & 0.6 \end{matrix}$$

حساب العنصر الأول من المصفوفة:

$$\text{Min}(1,\ 1-0.3+0.5) = \text{Min}(1,\ 1.2) = 1$$

حساب العنصر الثاني من العمود الأول:

$$\text{Min}(1,\ 1-0.7+0.5) = \text{Min}(1,\ 0.8) = 0.8$$

② نحسب $B' = A' \circ (A \Rightarrow B)$

$$B' = A' \circ (A \Rightarrow B) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.5 & 1 & 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B' = \left\{ \frac{1}{y_1}, \frac{1}{y_2}, \frac{1}{y_3} \right\}$$

تمرين: لتكن لدينا القاعدة التالية:

« إذا كانت درجة الحرارة طبيعية فإن سرعة الرياح تكون متوسطة ».

X = درجة الحرارة $= \{25, 30, 35, 40, 45\}$

A = درجة حرارة طبيعية $= \left\{ \frac{0}{25}, \frac{0.5}{30}, \frac{1}{35}, \frac{0.5}{40}, \frac{0}{45} \right\}$

Y = سرعة الرياح $= \{10, 20, 30, 40, 50\}$

B = سرعة الرياح متوسطة $= \left\{ \frac{0}{10}, \frac{0.6}{20}, \frac{1}{30}, \frac{0.6}{40}, \frac{0}{50} \right\}$

ولتكن لدينا الحقيقة A' (من خلال قياسنا لدرجة الحرارة وجدنا أنها 30 بدرجة عضوية 0.5)

احسب B' الناتجة من A' من خلال الاقتضاء الترجيحي $A \Rightarrow B$.

Scanned by CamScanner

الحل:

1) $A' = \left\{ \frac{0}{25}, \frac{0.5}{30}, \frac{0}{35}, \frac{0}{40}, \frac{0}{45} \right\}$

2) $R: A \Rightarrow B:$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 0 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

3) $B' = A' \circ [A \Rightarrow B] = [0 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0] \circ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$= [0 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0]$

$B' = \left\{ \frac{0}{10}, \frac{0.5}{20}, \frac{0.5}{30}, \frac{0.5}{40}, \frac{0}{50} \right\}$

أي: إذا كانت درجة الحرارة 30 بدرجة عضوية 0.5

فإن امكانية أن تكون سرعة الرياح هي: 10 بدرجة عضوية 0

20 بدرجة عضوية 0.5

30 بدرجة عضوية 0.5

40 بدرجة عضوية 0.5

50 بدرجة عضوية 0

فك الترجيح: هامة:

هي عملية استنتاج قيمة عددية دقيقة من قيمة ترجيحية

توجد عدة طرق لفك الترجيح يمكن أن نتحدث عنها لاحقاً، ولكن من أجل المثال السابق

إذا أردنا معرفة السرعة التي على الأغلب ستسير بها الريح نتيجة درجة الحرارة

Scanned by CamScanner

30 بدرجة عضوية 0.5 نكتب :

$$Y = \frac{\sum y.\mu_B(y)}{\sum \mu_B(y)}$$

$$Y = \frac{0\times10 + 0.5\times20 + 0.5\times30 + 0.5\times40 + 0\times50}{0 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0} = \frac{10 + 15 + 20}{1.5} = 30$$

وهي القيمة الأكثر احتمالاً لسرعة الرياح .

أي أن السرعة الأكثر إمكانية من سير الريح هي 30 كم/سا .

انتهت المحاضرة السادسة عشر

طيبة

Scanned by CamScanner