جامعة دمشق – كلية العلوم | امتحان مقرر تحليل عقدي (2) + تحليل(7) | الفصل الثاني 2009-2010

نظام /50/ و /60/ (قديم و حديث)

قســـــم الرياضـــيات | السنة الثالثة (رياضيات) | المدة : ساعتان

السؤال الأول : أثبت صحة المبرهنة: (20 درجة)

إذا كانت $\{f_n\}$ متتالية من التوابع التحليلية على منطقة G و متقاربة بانتظام نحو f على G فإنّ f تابع تحليلي على G.

السؤال الثاني : (16 درجة)

احسب ، باستخدام مبرهنة الرواسب، التكامل :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+4x+5}\,dx$$

السؤال الثالث : (38 درجة)

عين النقاط الشاذة للتابع $f(z)=\dfrac{z-2}{(z^2-4)(z-i)^2}$ و بين نوع كل منها ثُمّ انشر التابع f في جوار $z=0$ و في جوار اللانهاية ثمّ في الحلقة $ann(i,\sqrt{5},+\infty)$ و أخيراً احسب التكاملين :

$$\int_{|z-i|=2} \frac{1}{(z^2-4)(z-i)^2}\,dz \quad ، \quad \int_{|z|=3} \frac{1}{(z^2-4)(z-i)^2}\,dz$$

السؤال الرابع : (16 درجة)

إذا كان γ_1 القطعة المستقيمة التي بدايتها $-1+i$ و نهايتها $-i$ و γ_2 القطعة المستقيمة التي بدايتها $-i$ و نهايتها $1+i$ فاحسب التكامل $\int_{\gamma_1\oplus\gamma_2} \frac{dz}{z}$.

السؤال الخامس : ناقش ، مع التعليل، صحة أو خطأ ما يأتي : (10 درجة)

لا يمكن لتابع f يمتلك عدداً غير منته من النقاط الشاذة داخل دائرة γ أن يكون ميرومورفياً على منطقة G تحوي الدائرة γ و داخلها.

انتهت الأسئلة

مع تمنياتنا للجميع بالنجاح و التفوق

جامعة دمشق – كلية العلوم　　　امتحان مقرر تحليل عقدي (2) + تحليل(7)　　　الدورة الإضافية 2009-2010

نظام /50/ و /60/ (قديم و حديث)

قســـــم الرياضـــيات　　　السنة الثالثة (رياضيات)　　　المدة : ساعتان

السؤال الأول : أثبت صحة المبرهنة: (12 درجة)

إذا كان f تابعاً تحليلياً على قرص $D(a,R)$ فإنَّ لـــ f تابع أصلي على $D(a,R)$.

السؤال الثاني: بيِّن، مع التعليل، فيما إذا كانت الدعوى التالية صحيحة أم خاطئة : (10 درجات)

إذا كان f تابعاً تحليلياً على منطقة A فإنَّ لـــ f تابع أصلي على A.

السؤال الثالث : (12 درجة)

عين النقاط الشاذة للتابع $g(z)=\dfrac{z-\pi}{z^2\sin z}$ و بين نوع كل منها.

السؤال الرابع : (16 درجة)

انشر التابع $f(z)=\dfrac{1}{(z+1)(z-2)}$ في جوار $z=0$ و في جوار اللانهاية ثمَّ في الحلقة $ann(-1,3,+\infty)$ أي في الحلقة $3<|z+1|<+\infty$.

السؤال الخامس : (18 درجة)

احسب التكاملات :

$$\int_{|z|=\frac{1}{2}}\frac{\sin z}{z^2(z^2+1)}dz \quad , \quad \int_{|z|=2}\frac{\sin z}{z(z^2+1)}dz \quad , \quad \int_{|z-i|=\frac{1}{2}}\frac{\sin z}{z(z^2+1)}dz$$

السؤال السادس : (20 درجـــة)

احسب ، باستخدام مبرهنة الرواسب، التكامل :

$$\int_0^{2\pi}\frac{\sin^2\theta}{5+4\cos\theta}d\theta$$

السؤال السابع : (12 درجة)

إذا كان Γ نصف الدائرة $|z|=2$ العلوي الممسوح مرة واحدة فأثبت أنَّ :

$$\left|\int_\Gamma\frac{e^z}{z^2+1}dz\right|\le\frac{2\pi e^2}{3}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتنا للجميع بالنجاح و التفوق

جامعة دمشق – كلية العلوم   امتحان مقرر تحليل عقدي (٢) +تحليل٧   الفصل الأول ٢٠١٥-٢٠١٦

قســـم الرياضـــيات   السنة الثالثة (رياضيات)   المدة : ساعتان

السؤال الأول : (٢٠ درجة)

أثبت أنه إذا كان $f(z)=a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots\dots\dots + a_1 z + a_0$ كثير حدود من الدرجة n في $C[z]$ (أي $a_i \in C$ ، $a_n \neq 0$ و n طبيعي) فإن المعادلة $f(z)=0$ تملك n جذراً z_1، z_2، …، z_n في C و يمكن كتابة $f(z)$ بالشكل :

$$f(z)=a_n(z-z_1)(z-z_2)\dots\dots\dots\dots(z-z_n)$$

السؤال الثاني: : (٢٠ درجة)

احسب التكامل $\int_\gamma \frac{1}{z}dz$ في الحالتين التاليتين :

أ. $\gamma(t)=e^{it} : 0 \le t \le 2\pi$ ، ب. γ المثلث الذي رؤوسه $3i$، $-3+3i$، $3+3i$.

السؤال الثالث : (٢٠ درجة)

احسب التكامل $\int_\gamma \frac{\cos z}{z^2-2z}dz$ في الحالتين التاليتين :

١. $\gamma(t)=e^{it} : 0 \le t \le 2\pi$ ، ٢. $\gamma(t)=3e^{it} : 0 \le t \le 2\pi$

السؤال الرابع : (٢٠ درجة)

عين النقطة الشاذة للتابع $f(z)=z^4 \sin\frac{1}{z}$ و بين نوعها، ثم احسب التكامل $\int_{|z|=2} z^4 \sin\frac{1}{z}dz$.

السـؤال الخـامس : (٢٠ درجـة)

عين النقاط الشاذة للتابع $f(z)=\frac{1}{z^2+2z+2}$ و بين نوع كل منها، ثم احسب ، باستخدام مبرهنة الرواسب، التكامل :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+2}dx$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتنا للجميع بالنجاح و التفوق

جامعة دمشق – كلية العلوم امتحان مقرر تحليل عقدي (٢) و تحليل(٧) الفصل الأول ٢٠٠٩-٢٠١٠

قســـم الرياضـــيات ثالثة رياضيات نظام /٦٠/و/٥٠/ (حديث و قديم) المدة : ساعتان

السؤال الأول : **(١٦ درجة)**

عرّف التابع الميرومورفي ثمّ بين أن التابع الكسري تابع ميرومورفي على $\mathbb{C}$. ما هي مجموعة أقطابه ؟

السؤال الثاني : **(١٢ درجة)**

عين النقطة الشاذة للتـــابع $f(z)=(z-i)^2 e^{\frac{1}{z-i}}$ و بـــين نوعهـــا و أخيـــراً احـــسب التكامـــل $\int_\gamma (z-i)^2 e^{\frac{1}{z-i}} dz$ حيث $\gamma(t)=2e^{it}: 0\le t\le 2\pi$.

السؤال الثالث : **(٣٥ درجة)**

ليكن f تابعاً معرفاً بالمساواة $f(z)=\dfrac{z-i}{(z^2+1)(z-1)^2}$ و المطلوب :

أ- عين النقاط الشاذة للتابع f و بين نوع كل منها.

ب-انشر التابع f في جوار $z=0$ و في جوار $z=1$ و في الحلقة $1<|z|<+\infty$.

ت-احسب التكامل $\int\limits_{|z-1|=\frac{1}{2}} \dfrac{z-i}{(z^2+1)(z-1)^2} dz$.

السؤال الرابع : **(٢٣ درجة)**

احسب التكامل $\int\limits_{|z|=1} \dfrac{1}{z^2+4z+1} dz$ ثمّ استفد منه في حساب التكامل $\int_0^{2\pi} \dfrac{1}{4+2\cos\theta} d\theta$.

السؤال الخامس : **(١٤ درجة)**

هل يمكن لطريق مغلق أن يكون مشوهاً باستمرار لطريق مغلق معاكس له بالاتجاه؟ أعط مثالاً تبين من خلاله صحة إجابتك.

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا للجميع بالنجاح

مدرس المقرر : د.محمد الشيخ

سلم تصحيح

جامعة دمشق – كلية العلوم امتحان مقرر تحليل عقدي (2) +تحليل7 الفصل الثاني 2014-2015

قســـم الرياضـــيات السنة الثالثة (رياضيات) المدة : ساعتان

السؤال الأول : (10 درجات)

بيّن، مع التعليل، فيما إذا كانت الدعوى التالية صحيحة أم خاطئة :

إن التابع $\cos z$ محدود على كامل المستوي C.

السؤال الثاني: (13 درجة)

أثبت أنّ متسلسلة التوابع $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n z^n}{n!}$ متقاربة لأجل كل z من القرص $D(0,3)$. ثم عين التابع المجموع لهذه المتسلسلة. هل هذا التابع يساوي مجموع هذه المتسلسلة في القرص $D(0,3)$ فقط أم على منطقة أوسع؟علل إجابتك.

السؤال الثالث : (25 درجة)

عين النقاط الشاذة للتابع $g(z)=\frac{z-\pi}{z\sin z}$ و بين نوع كل منها. ماذا عن نقطة اللانهاية؟

احسب التكامل $\int_{\gamma}\frac{z-\pi}{\sin z}dz$ حيث γ دائرة مركزها المبدأ ونصف قطرها $\frac{3\pi}{2}$.(**تنبيه : المكامل** ليس g)

السؤال الرابع : (15 درجة)

احسب التكامل $\int_{\gamma}\frac{e^z}{z^3+iz^2}dz$ حيث $\gamma(t)=\frac{1}{2}e^{it}:0\le t\le 2\pi$.

السؤال الخامس : (17 درجة)

انشر التابع $f(z)=\frac{1}{z^2+3z+2}$ في جوار $z=0$ و في جوار i.

السؤال السادس : (20 درجـــة)

احسب ، باستخدام مبرهنة الرواسب، التكامل :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(x^2+9)(x^2+4)}\,dx$$

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا للجميع بالنجاح و التفوق

جامعة دمشق - كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر التحليل العقدي (٢) + التحليل (٧)
لطلاب السنة الثالثة رياضيات (حديث + قديم)

الفصل الثاني ٢٠٠٤
المدة: ساعتان

التمرين الأول: أثبت صحة إحدى المبرهنتين التاليتين: (٢٠ درجة)

١- إذا كانت $\{f_n\}$ متتالية من التوابع التحليلية على منطقة G، وإذا كانت $\{f_n\}$ متقاربة بانتظام على G نحو التابع f فإن f تحليلي على G.

٢- إذا كانت G منطقة نجمية فإن G منطقة بسيطة الترابط.

التمرين الثاني: (٢٤ درجة)

ليكن $f(z) = \dfrac{2z}{z^2+1}$ و G هو الشريط الأفقي $\{z\in\mathbb{C} : -1 < \operatorname{Im} z < 1\}$

المطلوب:
ⓐ- عين النقاط الشاذة لـ f ثم انشره في جوار $z_0 = i$، في الحلقة $1 < |z-i| < \infty$.

ⓑ- أثبت أن لـ f تابعاً أصلياً على G.

ⓒ- إذا كان $z\in G$ فأثبت أن: $z^2+1 \notin \mathbb{R}^{*-}$.

ⓓ- أثبت أن $F(z) = \operatorname{Log}(z^2+1)$ تحليلي على G. (Log هو الفرع الرئيسي للتابع اللوغارتمي). هل F تابع أصلي لـ f على G، ولماذا؟

التمرين الثالث: (٢١ درجة)

ضع إشارة (✓) أمام العبارة الصحيحة وأثبتها وإشارة (X) أمام الخاطئة وصححها.

① - إذا كان f تابعاً تحليلياً على منطقة G و $z_1, z_2 \in G$ فإن التكامل $\int_{z_1}^{z_2} f(z)\,dz$ معين.

② - إذا كان f تابعاً عقدياً معرفاً على منطقة G وكان γ طريقاً مغلقاً في G فإن: $\{\int_\gamma f(z)\,dz \neq 0 \Leftarrow \gamma \not\approx 0$ في $G\}$.

③ - إذا كان z_0 قطباً بسيطاً للتابع f فإن $\operatorname{Res}(f, z_0) \neq 0$.

التمرين الرابع: (١٥ درجة)

احسب التكامل

$$\int_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z-2)^2}\,dz .$$

التمرين الخامس: مستخدماً نظرية الرواسب، احسب أحد التكاملين: (٢٠ درجة)

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{x\sin(2x)}{x^2+9}\,dx \quad , \quad I_2 = \int_0^\pi \frac{d\theta}{5+2\cos\theta}$$