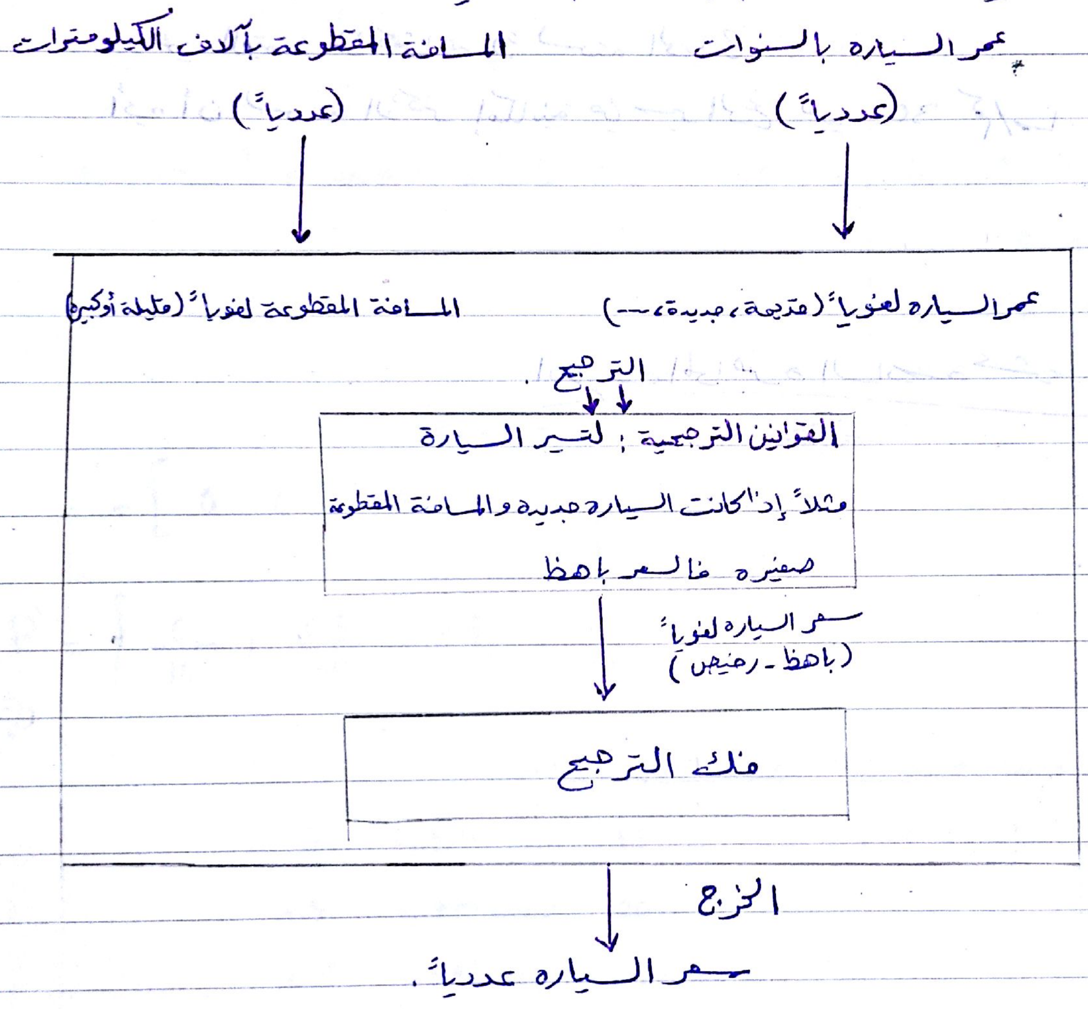
المحاضرة السابعة عشرة — منطق ترجيحي — 2016/5/16.

مثال تفصيلي لنظام ترجيحي:

سنقوم بتصميم نظام ترجيحي يساعد على تسعير نوع معين من السيارات حسب عمر السيارة والمسافة التي قطعتها منذ تاريخ الصنع.

وبالتالي سيكون لدينا دخلان لهذا النظام هما: العمر والمسافة المقطوعة ومخرج واحد هو: سعر السيارة.

يبين الشكل التالي النموذج العام لبناء نظام ترجيحي:



الخطوة الأولى: إن كلاً من عمر السيارة والمسافة المقطوعة وسعر السيارة هي متغيرات لغوية

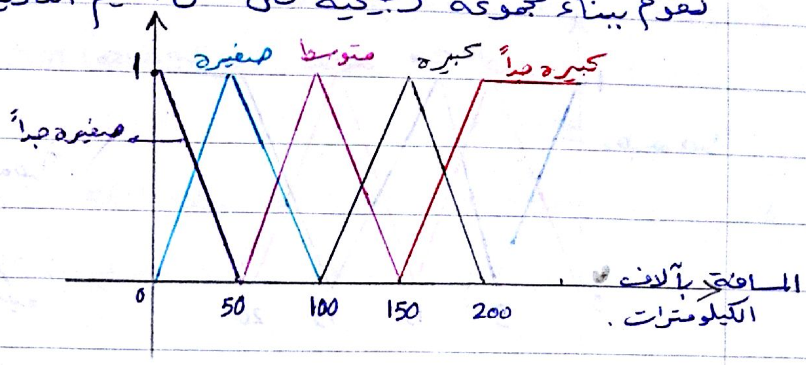
ولنفرض أنها تأخذ القيم اللغوية التالية:

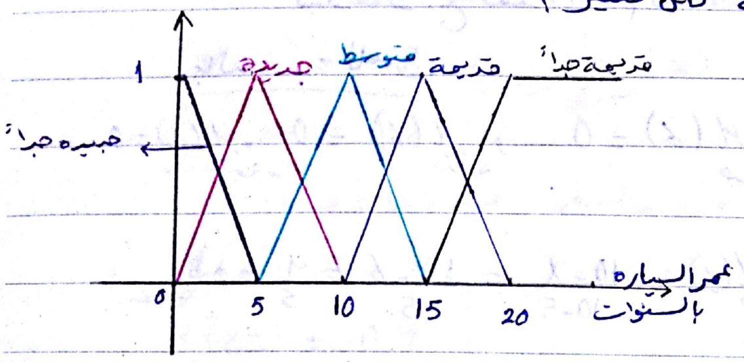
عمر السيارة = { قديمة جداً 5، قديمة 4، متوسطة 3، جديدة 2، جديدة جداً 1 }

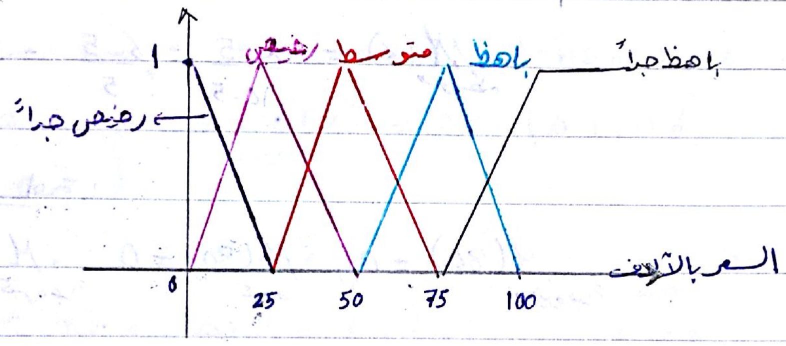
المسافة المقطوعة = { كبيرة جداً 5، كبيرة 4، متوسطة 3، صغيرة 2، صغيرة جداً 1 }

السعر = { باهظ جداً 5، باهظ 4، متوسط 3، رخيص 2، رخيص جداً 1 }

نقوم ببناء مجموعة ترجيحية لكل من القيم اللغوية لكل متغير :







الخطوة الثانية : وضع القوانين الترجيحية : حيث يمكن وضع عدد كبير من القوانين فمثلاً :

إذا كانت السيارة جديدة جداً والمسافة المقطوعة صغيرة جداً فالسعر باهظ جداً

إذا كانت المسافة المقطوعة كبيرة جداً فبغض النظر عن عمر السيارة فالسعر رخيص جداً .

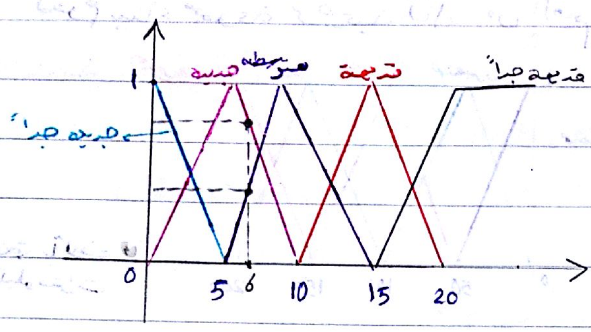
لاحظ أن هذا القانون اختصر مجموعة من القوانين لأنه تجاهل عمر السيارة تماماً وهكذا ...

وبما أن لدينا مدخلين اثنين فقط يمكننا رسم جدول للقوانين الترجيحية (لو كان لدينا أكثر من مدخلين فلا نستطيع رسم جدول) .

المسافة / العمر	صغيرة جداً 1	صغيرة 2	متوسطة 3	كبيرة 4	كبيرة جداً 5
جديدة جداً 1	باهظ جداً 5	باهظ 4	متوسط 3	رخيص 2	رخيص جداً 1
جديدة 2	4	4	3	2	1
متوسطة 3	4	3	3	1	1
قديمة 4	3	2	2	1	1
قديمة جداً 5	3	2	1	1	1

الخطوة الثالثة : اختبار النظام : وهي خطوة لاختبار النظام والاطلاع على مدى نجاحه في اتخاذ القرار

لنفترض أننا نود تسعير سيارة عمرها 6 سنوات وقطعت مسافة مساوية لـ 80 ألف كيلومتر .



نبدأ بترجيع هذه القيم .

بالنسبة للعمر:

$\mu_{\text{جديدة جداً}}(6) = 0$, $\mu_{\text{قديمة}}(6) = 0$, $\mu_{\text{قديمة جداً}}(6) = 0$

$\mu_{\text{جديدة}}(6) = \frac{10-x}{10-5} = \frac{10-6}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$

$\mu_{\text{متوسطة}}(6) = \frac{x-5}{10-5} = \frac{6-5}{5} = \frac{1}{5} = 0.2$

بالنسبة للمسافة:

$\mu_{\text{صغيرة جداً}}(80) = 0$, $\mu_{\text{كبيرة}}(80) = 0$, $\mu_{\text{كبيرة جداً}}(80) = 0$

$\mu_{\text{صغيرة}}(80) = \frac{100-x}{100-50} = \frac{100-80}{50} = \frac{20}{50} = 0.4$

$\mu_{\text{متوسطة}}(80) = \frac{x-50}{100-50} = \frac{80-50}{50} = \frac{30}{50} = 0.6$

(حصلنا على القيم السابقة من التعويض في دوال العضوية المثلثية)

ويمكن التعبير عما سبق على شكل مجموعتين ترجيحيتين كما يلي:

عمر السيارة 6 سنوات $A = \left\{ \frac{0}{\text{جديدة جداً}} , \frac{0.8}{\text{جديدة}} , \frac{0.2}{\text{متوسطة}} , \frac{0}{\text{قديمة}} , \frac{0}{\text{قديمة جداً}} \right\}$

المسافة المقطوعة 80 ألف كيلومتر $B = \left\{ \frac{0}{\text{صغيرة جداً}} , \frac{0.4}{\text{صغيرة}} , \frac{0.6}{\text{متوسطة}} , \frac{0}{\text{كبيرة}} , \frac{0}{\text{كبيرة جداً}} \right\}$

بفرض أن x هو السعر المطلوب للسيارة عندئذٍ من خلال جدول القوانين الترجيحية يتبين لنا أنه:

1. إذا كانت السيارة جديدة والمسافة المقطوعة صغيرة فالسعر باهظ الثمن .

$$\left.\begin{aligned} \mu_{\text{جديدة}}(6) &= 0.8 \\ \mu_{\text{صغيرة}}(80) &= 0.4 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \mu_{\text{باهظ}}(x) = Min(0.8, 0.4) = 0.4$$

2 - إذا كانت السيارة جديدة والمسافة المقطوعة متوسطة فالسعر متوسط ومنه :

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{\text{جديدة}}(6) = 0.8 \\ \mu_{\text{متوسطة}}(80) = 0.6 \end{array}\right\} \Rightarrow \mu_{\text{متوسط}}(x) = Min(0.8, 0.6) = 0.6$$

3 - إذا كانت السيارة متوسطة والمسافة المقطوعة صغيرة فالسعر متوسط ومنه :

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{\text{متوسطة}}(6) = 0.2 \\ \mu_{\text{صغيرة}}(80) = 0.4 \end{array}\right\} \Rightarrow \mu_{\text{متوسط}}(x) = Min(0.2, 0.4) = 0.2$$

4 - إذا كانت السيارة متوسطة والمسافة المقطوعة متوسطة فالسعر متوسط ومنه :

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{\text{متوسطة}}(6) = 0.2 \\ \mu_{\text{متوسطة}}(80) = 0.6 \end{array}\right\} \Rightarrow \mu_{\text{متوسط}}(x) = Min(0.2, 0.6) = 0.2$$

وجدنا ثلاث قيم لـ $\mu_{\text{متوسط}}(x)$ نأخذ الأكبر بينها فيكون :

$$\mu_{\text{متوسط}}(x) = Max(0.6, 0.2, 0.2) = 0.6$$

$$\mu_{\text{باهظ}}(x) = 0.4$$

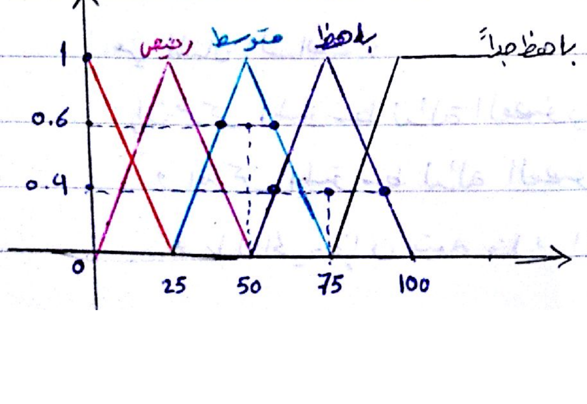
وبالتالي المجموعة الترجيحية المقابلة للسعر x عندما يكون عمر السيارة 6 سنوات والمسافة المقطوعة 80 ألف كيلومتر هي :

$$C = \left\{ \frac{0}{\text{رخيص جداً}}, \frac{0}{\text{رخيص}}, \frac{0.6}{\text{متوسط}}, \frac{0.4}{\text{باهظ}}, \frac{0}{\text{باهظ جداً}} \right\}$$

للوصول إلى قرار نهائي في سعر السيارة نحتاج إلى فك الترجيح .

نأخذ الصورة العكسية للقيمة 0.6 على دالة العضوية الخاصة بالسعر المتوسط $\frac{0.6}{\text{متوسط}}$ فتتقاطع معه بنقطتين حتى نحصل على قيمة واحدة نأخذ المتوسط لها فيكون 50 ألف .
ننظر إلى الرسمة لدوال العضوية الخاصة بالسعر .

وكذلك نأخذ الصورة العكسية للقيمة 0.4 على داله العضوية الخاصة بالسعر الباهظ $\frac{0.4}{\text{باهظ}}$ فتتقاطع معه في نقطتين فنأخذ المتوسط لها فيكون 75 ألف .



وبالتالي نعبر عن السعر x بالعلاقة التالية :

$$x = \frac{0.6 \times 50 + 0.4 \times 75}{0.6 + 0.4} = 60 \text{ ألف}$$

Scanned by CamScanner

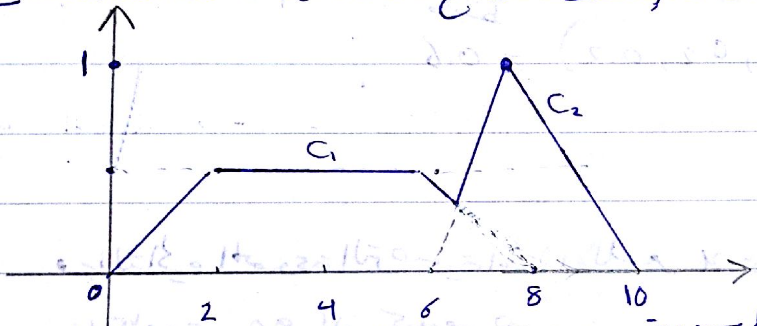
وهنا نلاحظ أننا في النهاية حصلنا على سعر دقيق ومحدد للسيارة
علماً أن كل الخطوات التي اتبعناها في الترجيح كانت مركزة على المتغيرات اللغوية
تدعى الطريقة السابقة في فك الترجيح بطريقة المعدل المثقل.
وسوف نتحدث عن طرق فك الترجيح بالتفصيل لاحقاً.

* طرق فك الترجيح:

نعلم أن الترجيح هو تحويل مقدار دقيق إلى مقدار ترجيحي (غامض، ضبابي)
أما فك الترجيح فهو تحويل مقدار ترجيحي إلى مقدار دقيق.
ولفك الترجيح يوجد عدة طرق أهمها:

1) طريقة مبدأ العضوية العظمى:

إذا كان المخطط يحوي ذروة واحدة عندئذ لفك الترجيح نأخذ قيمة هذه الذروة مثال:
ليكن لدينا المخطط التالي:



حيث C_1 هي دالة شبه المنحرف المرسومة
C_2 هي الدالة المثلثية المرسومة
لفك الترجيح نأخذ الاجتماع $C_1 \cup C_2$ فنلاحظ وجود ذروة واحدة له
فتكون الذروة هي القيمة لفك الترجيح أي 8.

2) طريقة المعدل المثقل:

عادةً ما تستخدم هذه الطريقة عندما تكون دوال العضوية متناظرة وتعطى بالصيغة:

$$Z^* = \frac{\sum \mu_c(\bar{Z}) \cdot \bar{Z}}{\sum \mu_c(\bar{Z})}$$

حيث $\bar{Z}$ المركز المتوسط لكل دالة عضوية متناظرة.
في المثال السابق:
إن مركز المتوسط لدالة العضوية الأولى C_1 هو 4
والمركز المتوسط لدالة العضوية الثانية C_2 هو 8
وبالتالي فإن قيمة فك الترجيح هي:

Scanned by CamScanner

$$Z^* = \frac{4 \times 0.5 + 8 \times 1}{0.5 + 1} = \frac{10}{1.5} = \frac{20}{3} \simeq 6.67$$

3) طريقة المركز المتوسط:

نميز حالتين : إذا كانت الدالة متقطعة :

$$Z^* = \frac{\sum \mu_c(z) . Z}{\sum \mu_c(z)}$$

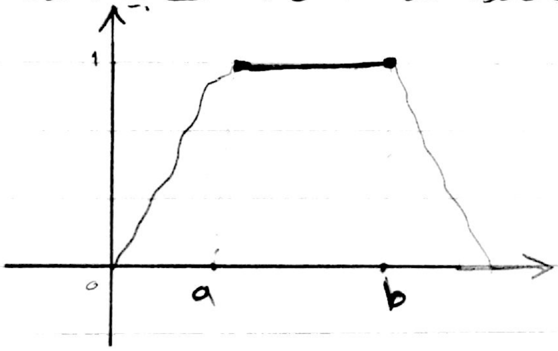
إذا كانت الدالة مستمرة :

$$Z^* = \frac{\int \mu_c(z) . z dz}{\int \mu_c(z) dz}$$

4) طريقة العضوية العظمى المتوسطة :

نستخدمها عوضاً عن الطريقة الأولى إذا كان لدينا أكثر من ذروة فنأخذ المتوسط الحسابي للذروات.

مثال:



لذلك الترجيح نكتب :

$$Z^* = \frac{a+b}{2}$$