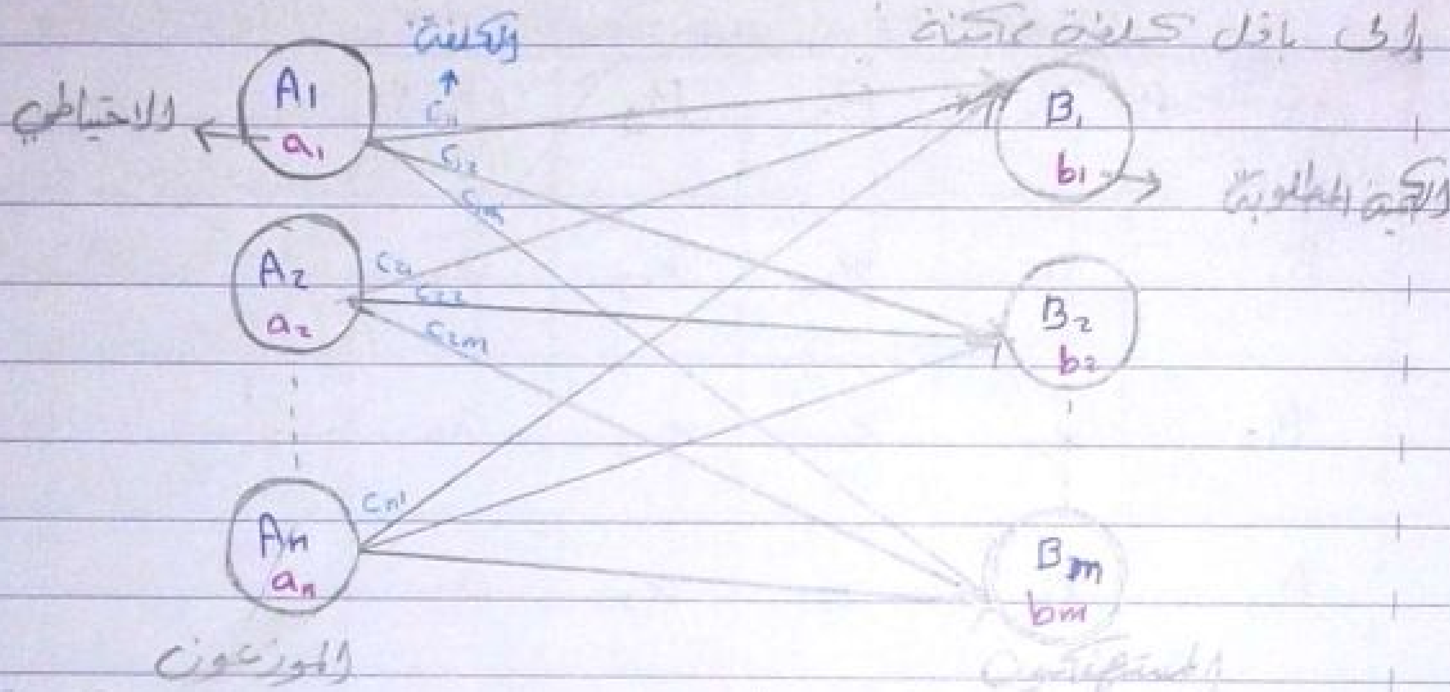
في هذه المحاضرة سنتعرف على حل مسألة النقل بطريقة بحوث العمليات ولكن لاحقاً سنأخذ حلها بنظرية البيان وهو ما يهمنا

المحاضرة: الثانية   التاريخ: 2016/10/5

في هذه المحاضرة سنتحدث عن:

مسألة النقل: Transport probleme

في هذه المسألة يكون لدينا مستهلكين وموزعين والهدف منها النقل من المستهلك إلى بأقل كلفة ممكنة



هذه المسألة عبارة عن بيان بسيط و أي مستهلك يمكن أن يأخذ من أي مركز توزيع.

و لكلفة النقل الأهداف التالية:

1) كلفة النقل أقل ما يمكن.
2) تلبية رغبات المستهلكين.
3) تلبية رغبات الموزعين.

ويكون: عند الموزعون: $\alpha = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$

عند المستهلكين: $\beta = b_1 + b_2 + \dots + b_m = \sum_{j=1}^{m} b_j$

وهنا نميز ثلاث حالات:

1) إذا كان $\alpha = b$ (أي الاحتياطي الموجود يساوي الكمية المطلوبة) عندئذ تكون المسألة: مسألة مغلقة

2) إذا كان $\alpha > \beta$ (الموجود أكبر من المطلوب) عندئذ تكون المسألة مسألة مفتوحة
[يكون فائض وبالتالي يؤدي هبوط الأسعار (تنافس)]

3) إذا كان $\beta > \alpha$ (المطلوب أكبر من الموجود) عندئذ تكون المسألة مسألة مفتوحة
[عندئذ يكون هناك احتكار يؤدي إلى غلاء الأسعار].

* وإن أول من استخدم مسائل النقل هم الروس واستخدموها في نقل الجنود من مكان إلى مكان بأقل كلفة ونقل المعادن من مكان لآخر بأقل كلفة ممكنة.

أما الأمريكان فاستخدموا طريقة السمبلكس (simplex) عام 1950 وهي طريقة تعطي نفس النتيجة ولكن تختلف التقنية المستخدمة وتم أخذ طريقة السمبلكس بشكل مفصل في مقرر بحوث العمليات.

والآن بالعودة إلى مسألة النقل يكون لدينا الجدول التالي المماثل

الموزعون \ المستهلكون	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي supply
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	a_2
A_3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	a_3
المطلوب Demand	b_1	b_2	b_3	

حيث c_{ij} هي كلفة تكون معطاة في الجدول و x_{ij} هي عبارة عن مجاهيل علينا إيجادها

وهنا يكون لدينا معادلات: ... وتكون لدينا المعادلات

$$\left.\begin{array}{l} x_{11}+x_{12}+x_{13}=a_1 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=a_2 \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}=a_3 \end{array}\right\}$$

3 معادلات مستقلة خطياً بـ 9 مجاهيل

$\rightarrow x_{11}+x_{12}+\dots\dots+x_{33}=\alpha$ جمع المعادلات نجد:

4 معادلات بـ 12 مجهول مرتبطة خطياً

+ نحذف إحدى المعادلات الثلاثة الأولى تعود المعادلات الثلاث الباقية مستقلة.

$$\left.\begin{array}{l} x_{11}+x_{21}+x_{31}=b_1 \\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=b_2 \\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=b_3 \end{array}\right\}$$

3 معادلات مستقلة خطياً بـ 9 مجاهيل

$\rightarrow x_{11}+x_{12}+\dots\dots x_{33}=B$ جمع المعادلات نجد

4 معادلات بـ 12 مجهول مرتبطة خطياً

+ نحذف إحدى المعادلات الثلاثة الأولى تعود المعادلات الثلاث الباقية مستقلة

ويكون لدينا: عدد المعادلات المستقلة هي $= m + n - 1$

m المستهلكين، n الموزعين

يلاحظ أن لدينا ٩ مجاهيل في حل المعادلات ويكون ٤ مجاهيل منها أصفار ولمعرفة عدد المجاهيل التي لا تساوي الصفر... مثلاً لدينا 3 موزعين و 3 مستهلكين فإن عدد الوسطاء المستقلة هو:

عدد المجاهيل التي لا تساوي الصفر وعليه هو $3 + 3 - 1 = 5$

مثال:

مستهلكين / موزعين	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
A_1	x_{11} 4	x_{12} 2	x_{13} 5	100
A_2	x_{21} 3	x_{22} 1	x_{23} 2	150
A_3	x_{31} 5	x_{32} 6	x_{33} 4	75
المطلوب	25	150	150	325 / 325

أوجد خطة نقل بحيث تكون كلفة النقل من مراكز التوزيع إلى مراكز الاستهلاك أقل كلفة ممكنة وتكون خطة النقل مثالية؟

الحل:

نلاحظ أن المسألة مغلقة لأن: $\underline{\underline{\alpha}} = \sum_{i=1}^{3} a_i = 325 = \underline{\underline{\beta}} = \sum_{j=1}^{3} b_j = 325$

إن عدد المجاهيل في هذه المسألة هو 9 وسيكون 4 منها أصفار لأن:

$n + m - 1 = 3 + 3 - 1 = \boxed{5}$

* عادة ما نوجد حل مبدئي للمسألة ثم نطوّره إلى الحل الأمثل للمسألة

لإيجاد الحل المبدئي يوجد ثلاث طرق لذلك: (خطة نقل بدائية)

1) Northe-west corner: الزاوية الشمالية الغربية

نبدأ بتلبية الطلبات بدءاً من الزاوية الشمالية الغربية (والانتقال من أسطر إلى أسطر)

الموزعون \ المستهلكون	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
A_1	نبدأ من هنا 25 4	75 2	- 5	100
A_2	- 3	75 1	75 2	150
A_3	- 5	- 6	75 4	75
المطلوب	25	150	150	325 325

الخلية المشغولة: هي الخلية التي تحوي قيمة
والخلية الخالية: هي الخلية التي لا تحوي قيمة

أولاً نبدأ من الخلية [illegible] B_1 طلبيته هي 25 لذلك وضعنا 25 ثم ننتقل للخلية الثانية في نفس السطر [illegible] B_2 [illegible] 150 وبما أن [illegible] الموزع A_1 75 لذلك نضع 75 ثم ننتقل للخلية التي بعدها [illegible] لأن الكمية التي لدى الموزع A_1 وهي 100.
وننتقل للسطر الثاني [illegible] بنفس الطريقة.

لاحظ

ولحساب تكلفة النقل نقوم بحسابها من العلاقة التالية:

$$F = C_{11} x_{11} + C_{12} x_{12} + \dots + C_{33} x_{33} \longrightarrow Min$$

أي يكون الهدف المشترك بين هو الموزع والمستهلك هو أن تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن.

تكلفة النقل للحل المبدئي الأول هي:

$$F = 4 x_{11} + 2 x_{12} + (1) x_{22} + (2) x_{23} + 4 (x_{33})$$ أخذنا فقط الخلايا المشغولة التي يكون فيها قيمة

$$F = 4(25) + 2(75) + (1)(75) + 2(75) + 4(75)$$

$$\Rightarrow F = 775$$ ويمكننا أن نوجد الحل إلى الحل الأمثل بعد الحل المبدئي

2) Minimal طريقة القيم الأصغرية :

نبحث عن أقل تكلفة في كل سطر وكل عامود.

ونبدأ بتلبية الطلبات التي تحقق أدنى تكلفة في سطرها وعامودها:

بدءاً من الخلايا

في الجدول وضعنا ✓ للدلالة على أدنى كلفة في العامود و ~ للدلالة على أدنى كلفة في السطر

المستهلكون / الموزعون	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
A_1	25 4	_ 2	75 5	100
A_2	_ 3	150 1	_ 2	150
A_3	_ 5	_ 6	75 4	75
الطلب	25	150	150	325 / 325

إذا كان عدد الخلايا المشغولة أقل من عدد الخلايا المطلوب فإننا نضيف خلية صفرية

أولاً نبحث عن أدنى كلفة في كل سطر وعامود ولاحظنا أن (1) هي أقل كلفة في السطر الثاني والعامود الثاني لذلك نبدأ بتعبئة الطلبات بدءاً من الخلية التي كلفتها (1) ولدينا الاستهلاك B_2 طلبه هو 150 ويلبى من A_2 150 لذلك نضع 150 وتكون الخلايا الباقية في السطر الثاني فارغة بسبب نفاد الكمية وكذلك الخلايا الباقية في العامود الثاني فارغة بسبب تلبية طلب B_2، ونعود إلى السطر الأول والعامود الأول ونبحث عن أدنى قيمة هي $\boxed{4}$ [باستثناء الخلايا التي كانت قيمها مفرغة] ولدينا B_1 طلبه هو 25 ويبقى لدينا A_1 75 لذلك نضعها في الخلية الثالثة في السطر الأول وفي السطر الأخير لاحظنا أن B_3 طلبه هو 150 لذلك نضع 75 في الخلية الثالثة.

التكلفة في الحالة الطريقة الثانية هي:

$$F = 4(25) + (5)(75) + (1)(150) + 4(75) = 925$$

3) Vogel Method:

تعتمد هذه الطريقة على إيجاد الفروق بين أعلى قيمة للكلفة وأدنى قيمة للكلفة في كل سطر وعمود، ثم اختيار أعلى فرق بينها وتعبئة الخلية التي تمتلك أدنى قيمة للكلفة في العمود أو السطر المختار المقابل للفرق، وتكرار الأمر عدة مرات.

الموزعون \ المستهلكون	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
A_1	25 4	— 2	75 5	100
A_2	— 3	150 1	— 2	150
A_3	— 5	— 6	75 4	75
المطلوب	25	150	150	325 / 325

إن طريقة Vogel هي أكثر طريقة تقريبية لخطة النقل الحل المثالي

Row	columns
$5 - 2 = 3$	$5 - 3 = 2$
$3 - 1 = 2$	$6 - 1 = 5$
$6 - 4 = 2$	$5 - 2 = 3$
$5 - 4 = 1$	$5 - 4 = 1$
$5 - 4 = 1$	$5 - 4 = 1$

نختار الأكبر قيمة

من الخلايا الفارغة

تكلفة النقل هي:

$$F = 4(25) + (5)(75) + (1)(150) + 4(75) = 925$$

ثم نقوم بتطوير خطة النقل الابتدائية إلى خطة نقل مثالية:

وحتى تكون خطة النقل مثالية يجب أن يتحقق الشرطين:

1) $u_i + v_j = C_{ij}$ الخلايا المشغولة

2) $u_i + v_j \leq C_{ij}$ الخلايا الفارغة

وإذا لم يتحقق الشرط فإننا نقوم بتطوير الحل ليصبح مثالي وفق الخطوات التالية:

* نطوّر الحل من خلال سلسلة مفتوحة، نبدأ بالخلية المخالفة ونتنقل وفق أسطر وأعمدة بحيث تكون الزوايا كلها مشغولة وبحيث تنتهي السلسلة بالخلية المخالفة نفسها.

* نضع بالتناوب إشارات +، − في زوايا السلسلة بدءاً من الخلية المخالفة ووصولاً إليها إن عدد الإشارات (+، −) زوجي دوماً لأن الانتقال يكون عمودياً وأفقياً حصراً.

* نأخذ أصغر قيمة من قيم الخلايا التي أخذت الإشارة (−)

		$v_1=4$	$v_2=2$	$v_3=5$	
	المستودع / المصنع	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
$u_1=0$	A_1	25 4	0 2 (+)	75 5 (−)	100
$u_2=-1$	A_2	− 3	150 1 (−)	2 (+)	150
$u_3=-1$	A_3	− 5	6	75 4	75
	المطلوب	25	150	150	

نلاحظ أن الحل غير مثالي بسبب اختلال الشرط $u_i+v_j \leq c_{ij}$ فمثلاً:

$-1+5 \nleq 2$ وبالتالي الشرط غير محقق $u_2+v_3 \leq c_{23}$ لذلك ننشئ حلقة سلسلة بدءاً من الخلية المخالفة بحيث تكون جميع أطراف السلسلة خلايا مشغولة عدا الخلية المخالفة [عند إنشاء السلسلة هنا يوضح ... خلايا مشغولة وعدد المجاهيل التي يلزمنا إيجادها هو 6 لذلك المجهول الناقص يكون 0 ...]

ثم قمنا بوضع إشارات +، − بدءاً من الخلية المخالفة بالتناوب، ثم نحدد الخلية التي قيمتها أدنى من الخلايا التي تأخذ إشارة − فنجد $\min\{150, 75\}$ هو 75 لذلك فهو حيثما توجد إشارة − نطرح 75 وحيثما توجد إشارة + نجمع 75 للقيمة الموجودة فنحصل على الحل المثالي.

ملاحظة: في جميع الطرق السابقة إذا طوّرنا الحل المبدئي إلى مثالي فإننا سنحصل على نفس النتيجة.

وبالتالي فإن الحل المثالي هو:

		$v_1=4$	$v_2=2$	$v_3=5$	
	المستهلكين / المزودين	B_1	B_2	B_3	الاحتياطي
$u_1=0$	A_1	25 4	75 2	0 5	100
$u_2=-1$	A_2	3	75 1	75 2	150
$u_3=1$	A_3	5	6	75 4	75
	المطلوب	25	150	150	

وكلفة النقل هي:

$$F=4(25)+(2)(75)+(1)(75)+(2)(75)+(4)(75)=775$$

في المحاضرات التالية سنتعرف على حل مسائل النقل بطريقة نظرية البيان

وتم في هذه المحاضرة توضيح حل مسائل النقل بطريقة مختلفة عن نظرية البيان

☺ انتهت المحاضرة ☺

Noora Zacharya