20/10/2016

محاضرة الثالثة

- طريقة الـ Simplex مع وجود متحولات اصطناعية:

$$x_1 + x_2 \geq 10 \iff x_1 + x_2 - S_1 = 10$$

$$\iff x_1 + x_2 - S_1 + a_1 = 10$$

ونكون هنا نشترط بالحل الأمثل أنه $a_1 = 0$ أي بتحقيق التكافؤ

* الخطوات للحل:

أولاً: تضاف المتحولات الاصطناعية إلى الشروط التي تكون (أكبر أو يساوي $\geq$) أو يساوي وذلك بعد تحويل البرنامج للشكل القياسي.

ومع إضافة المتحول الاصطناعي لدالة الهدف

بعد ضربه بـ $(-M)$

ثانياً: قبل كتابة الجدول الابتدائي لطريقة الـ Simplex نقوم بحذف المتحولات الاصطناعية من دالة الهدف وذلك بضرب الشرط الذي يحوي المتحول الاصطناعي بـ $(+M)$ وجمعه لدالة الهدف.

ثالثاً: كتابة الجدول الابتدائي لطريقة الـ Simplex

رابعاً: تبقى الخطوات السابقة لهذه الطريقة بدون متحولات اصطناعية مع تعديل بسيط (عندما تصبح المتحولات الاصطناعية خارج أساسية نحذف عمودها من الجدول)

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

* مسألة لكمال لتطبيقه الخطوات السابقة:

$$\text{Min } 2x_1 - 3x_2 - 4x_3$$

s.t
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \quad \text{---} (1)$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 60 \quad \text{---} (2)$$
$$-x_1 + x_2 - 2x_3 = -20 \quad \text{---} (3)$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الحل: الطرف الثاني في المعادلة الثالثة سالب معادلات الشروط سالب نقوم بتحويله طرف ليصبح:

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 20$$

الآن نقوم بالتحويل للشكل القياسي:

$$\text{Max } -2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

s.t
$$x_1 + x_2 + x_3 + S_1 = 30 \quad \text{---} (1)$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - S_2 = 60 \quad \text{---} (2)$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 20 \quad \text{---} (3)$$
$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2 \geq 0$$

- إضافة متغيرات اصطناعية للمعادلتين (2) لأنها كانت من الشكل أكبر أو يساوي والمعادلة (3) لأنها من الشكل يساوي وذلك لأنها لا تحتوي على أي متغيرات فائض.
* إضافة متغيرات اصطناعية لجميع معادلات الشروط كما يلي:

Scanned by CamScanner

① ... $x_1 + x_2 + x_3 + S_1 = 30$

② ... $2x_1 + x_2 + 3x_3 - S_2 + a_2 = 60$

③ ... $x_1 - x_2 + 2x_3 + a_3 = 20$

$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, a_2, a_3 \geq 0$

لا يضاف المتحولات الاصطناعية للمعادلات أصبحت لا تتكافئ الشروط الشكل القياسي لذلك سنعدل على دالة الهدف وذلك كما ورد في الخطوة الأولى كما يلي:

دالة الهدف:

$$\text{Max} -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - Ma_2 - Ma_3$$

لنكتب دالة الهدف الجديدة مع شروط:

$$\text{Max} -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - Ma_2 - Ma_3$$

(s.t) $x_1 + x_2 + x_3 + S_1 = 30$

$2x_1 + x_2 + 3x_3 - S_2 + a_2 = 60$

$x_1 - x_2 + 2x_3 + a_3 = 20$

$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, a_2, a_3 \geq 0$

ملاحظة: الآن بعد التعديل دالة الهدف أصبح لدينا دالة الهدف الجديدة مع شروط تكافئ دالة الهدف في الشكل القياسي مع شروطه.

* الآن لنطبق الشرط ثانياً قبل كتابة جدول الـ Simplex

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

نضرب المعادلة ② بـ M+ وكذلك بالنسبة للمعادلة ③

و نجمع للحصول على دالة الهدف كالتالي :

$$Max\ -2x_1+3x_2+4x_3-Ma_2-Ma_3+M(2x_1+x_2+3x_3-S_2+a_2-60)+M(x_1+x_2+2x_3+a_3-20)$$

لتصبح دالة الهدف بعد التعديل :

$$Max\ (-2+3M)x_1+3x_2+(4+5M)x_3-MS_2-80M$$

بالنسبة للشرط (s.t) نقوم .

الجدول الابتدائي :

المتحولات الأساسية	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	a_3	طرف أيمن		
S_1	1	1	1	1	0	0	0	30	$\frac{30}{1}$	R_1
a_2	2	1	3	0	-1	1	0	60	$\frac{60}{3}$	R_2
a_3	1	-1	2	0	0	0	1	20	$\frac{20}{2}$	R_3
سطر دالة الهدف	-2+3M	3	4+5M	0	-M	0	0	80M		R_4

سطر المقارنات

عمود المحور لأنه أكبر قيمة موجبة

نضرب الطرف الثاني كونه سالب

المتحولات الأساسية : $S_1=30, a_2=60, a_3=20$

" الغير أساسية : $x_1=x_2=x_3=S_2=0$

الآن ننتقل إلى الحل الأمثل سطر دالة الهدف مازال يوجد فيه أعداد موجبة نريد تحويل عمود المحور جميعه أصفار عدا العنصر في سطر المحور نحوله لـ (1) .

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

ملاحظة: إذا M عدد موجب كبير.

التحويلات الأولية كالتالي:

$\frac{1}{2} R_3 \longrightarrow R'_3$ إذاً هذه التحويلات.

$-3R'_3 + R_2 \longrightarrow R'_2$ علماً أنا لو كان هذا الجدول

$-3R'_3 + R_1 \longrightarrow R'_1$ وصفوفة ونريد

$-(5M+4)R'_3 + R_4 \longrightarrow R'_4$ إجراء هذه

التحويلات عليه:

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	a_3	طرف ثاني	
S_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	20 $\frac{20}{\frac{3}{2}}$	R'_1
a_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	-1	1	$-\frac{3}{2}$	30 $\frac{30}{\frac{5}{2}}$	R'_2
x_3	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	0	$\frac{1}{2}$	10 $\frac{10}{-\frac{1}{2}}$	R'_3 سطر الدوران
سطر دالة الهدف	$\frac{1}{2}M+4$	$\frac{5}{2}M+2$	0	0	$-M$	0	$\frac{5}{2}M+2$	$30M-40$	R'_4

عمود الدوران

هذه الخلية لا يمكن أن تكون سالبة حتى وإن كانت أصغر قيمة وذلك لأن الحل يصبح مرفوض.

متغيرات أساسية: $S_1 = 20, a_2 = 30, x_3 = 10$

متغيرات غير أساسية: $x_1 = x_2 = S_2 = a_3 = 0$

وبما أنه a_3 لم تتدخل المتغيرات الأساسية كمتغير في الجدول، وفي التحويلات التالية:

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

$\frac{2}{5} R_2' \longrightarrow R_2''$

$-\frac{3}{2} R_2'' + R_1' \longrightarrow R_1''$

$\frac{1}{2} R_2'' + R_3' \longrightarrow R_3''$

$-\left(\frac{5}{2}M+2\right) R_2'' + R_4' \longrightarrow R_4''$

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	a_2	طرف ثاني	
S_1	$\frac{1}{5}$	0	0	1	$\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	2 $\{\frac{2}{\frac{3}{5}}$	R_1''
x_2	$\frac{1}{5}$	1	0	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	12 $\{\frac{12}{-\frac{2}{5}}$	R_2''
x_3	$\frac{3}{5}$	0	1	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	16 $\{\frac{16}{-\frac{1}{5}}$	R_3''
سطر دالة الهدف	-5	0	0	0	2	$-M-2$	-100	R_4''

سطر الدوران

عمود الدوران

ومنه الحل الأساسي:

$S_1 = 2, x_2 = 12, x_3 = 16$

غير أساسية:

$x_1 = S_2 = a_2 = 0$

وبما أن a_2 لم يعد من المتحولات الأساسية نحذفه من الجدول، ونجري التحويلات التالية:

$\frac{5}{3} R_1'' \longrightarrow R_1'''$

$\frac{2}{5} R_1''' + R_2'' \longrightarrow R_2'''$

$\frac{1}{5} R_1''' + R_3'' \longrightarrow R_3'''$

$-2 R_1''' + R_4'' \longrightarrow R_4'''$

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	طرف الأيمن	
S_2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{5}{3}$	1	3.3	R_1'''
x_2	$\frac{7}{15}$	1	0	$\frac{3}{3}$	0	13.3	R_2'''
x_3	$\frac{10}{15}$	0	1	$\frac{1}{3}$	0	16.7	R_3'''
سطر دالة الهدف	$-\frac{20}{3}$	0	0	$-\frac{10}{3}$	0	-106.7	R_4'''

هنا نتوقف.

ونكون الحل الأمثل كما يلي:

$x_2 = 13.3$

المتغيرات الأساسية: $S_2 = 3.3, x_3 = 16.7$

" غير الأساسية: $x_1 = S_1 = 0$

قيمة دالة الهدف هي: -106.7

وهنا نترك إشارة دالة الهدف كما هي وذلك لأن دالة الهدف الأصلية كانت Min وقمنا بتحويلها لـ Max وضربها بـ (-1) وبإرجاع للطرف الثاني تعود الإشارة كما كانت.

فرضية:

$$\text{Max } 3x_1 + 10x_2$$

S.t

$$3x_1 + 10x_2 \leq 35$$

$$x_1 + x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner

ملاحظة: عند الاختيار الخاطئ لعمود المدوران فإنه
الحل سيطول لجدولين أو ثلاثة أو أكثر وهكذا ولكنه
عند الاختيار الخاطئ لسطر المدوران سيكون الحل خاطئ حتماً.

Sabbagh Stationery

Scanned by CamScanner